

УДК 621.372

М.М. Ивойлова

**МОДЕЛЬ КОАКСИАЛЬНОГО КЕРАМИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА
С УЧЕТОМ ШЕРОХОВАТОСТИ ТОКОПРОВОДЯЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Федеральное государственное унитарное предприятие федеральный научно-производственный центр «Научно-исследовательский институт измерительных систем им. Ю.Е. Седакова»

Цель: Оценка влияния шероховатости токопроводящих поверхностей коаксиального керамического резонатора (ККР), изготовленного методом механической обработки керамической заготовки, на его основные параметры. **Метод:** Основными этапами технологии изготовления керамических втулок являются операции: для формирования внешней поверхности – шлифование абразивными кругами (периферией), для изготовления отверстия – сверление алмазным сверлом. В настоящей работе на основе математических моделей внешней и внутренней поверхностей ККР, изготовленных методами механической обработки, разработаны его электродинамическая и математическая модели.

Выводы: Показано, что на величину добротности резонатора большее влияние оказывает шероховатость его внутренней поверхности. Используя полученные результаты можно сформулировать оптимальные требования к шероховатости керамических втулок ККР, исходя из заданных параметров полосно-пропускающих фильтров и автогенераторов.

Ограничения: Задача рассматривается в приближении T -волны – основного типа волны для коаксиальных резонаторов.

Ценность: Полученные математические модели ККР позволяют по заданным электрическим параметрам резонаторов (собственная частота, добротность) разрабатывать оптимальный технологический маршрут их изготовления. При этом в ряде случаев могут быть исключены его самые трудоёмкие этапы – тонкая алмазная шлифовка и шлифование, осуществляемое ультразвуковым способом.

Ключевые слова: коаксиальный керамический резонатор, математическая модель резонатора, математические модели шероховатости поверхности

Введение

В современной технике СВЧ широко используется микроволновая керамика, обладающая высокой добротностью и термостабильностью [1]. Одной из наиболее важных областей её практического применения является изготовление коаксиальных керамических резонаторов (ККР). Конструктивно ККР представляет собой закороченный с одного конца четвертьволновый отрезок коаксиальной линии (круглого или квадратного сечения) с керамическим заполнением. На основе данных ККР разрабатываются малогабаритные полосно-пропускающие фильтры и стабилизирующие резонаторы твёрдотельных автогенераторов дециметрового диапазона длин волн [2, 3].

Основным способом серийного изготовления керамических заготовок, составляющих основу ККР, является полусухое прессование в пресс-форме с последующим обжигом. Данная технология обеспечивает приемлемое качество поверхности и не требует её дополнительной механической доработки.

Для производства ограниченного количества ККР, необходимого при проведении НИОКР, используется технология изготовления керамических заготовок резонаторов, основанная на методах механической обработки керамических брусков [4], при которой для формирования внешней поверхности применяется шлифование абразивными кругами, для изготовления отверстия – сверление алмазными свёрлами. Математическое моделирование этапов шлифования и сверления керамических заготовок было рассмотрено в статье [5]. Наличие шероховатости поверхностей керамических заготовок ККР, образующейся в результате их механической обработки, после металлизации приводит к дополнительным потерям в стенках резонатора, снижающим его собственную добротность. Для получения образ-

цов ККР с предельно достижимым значением собственной добротности предусмотрены этапы тонкой обработки поверхностей заготовки, включающие в себя для внешней поверхности – шлифование алмазными кругами, для внутренней поверхности – обработку ультразвуковым способом. Однако стоимость работ на этих этапах в несколько раз превышает стоимость работ на этапах грубой обработки керамических заготовок (шлифование абразивными кругами и сверление алмазными свёрлами). Вместе с тем, в ряде случаев, при разработке СВЧ-устройств требования к собственной добротности резонаторов могут быть снижены и, следовательно, этапы тонкой обработки керамических заготовок из техпроцесса исключены. Таким образом, учёт шероховатости поверхностей керамических заготовок ККР позволит оптимизировать техпроцесс изготовления экспериментальных образцов ККР, исключив из него самые трудоёмкие и затратные этапы.

Автором настоящей статьи предложена математическая модель ККР круглого сечения, изготовленного методами механической обработки керамической заготовки [5], на основе которой сделаны оценки ожидаемого значения собственной добротности ККР при различных параметрах шероховатости керамической втулки.

Математическая модель внешней поверхности ККР

Внешняя поверхность ККР, образуемая в результате механической обработки керамической заготовки, копирует размещение режущих кромок зёрен на периферии абразивного круга, с учетом траектории движения инструмента. Наличие люфтов в механизмах обрабатывающего оборудования, а также деформации и микроскалывание материала приводит к расширению канавок на поверхности обрабатываемой заготовки. Это делает возможным использование полученных в статье [5] результатов при разработке математической модели внешней поверхности ККР.

Вид внешней поверхности керамических заготовок ККР, изготовленных методами полусухого прессования и методом механической обработки представлен на рис. 1.

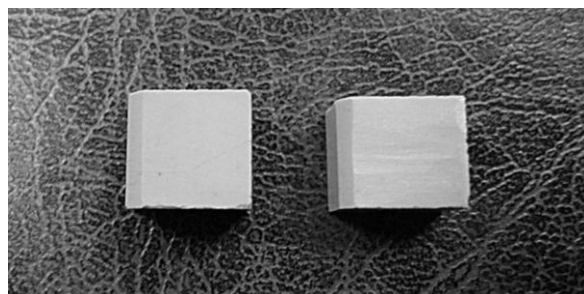


Рис. 1. Внешняя поверхность керамических заготовок ККР, выполненных методом полусухого прессования (слева) и методом механической обработки (справа)

Модель абразивного круга построена на основе функциональной зависимости положения режущих кромок зёрен на его поверхности. В модель закладывались параметры зёрен абразивного материала, форма которых аппроксимирована эллипсом. Размещение зёрен на поверхности абразивного круга схематично показано на рис. 2.

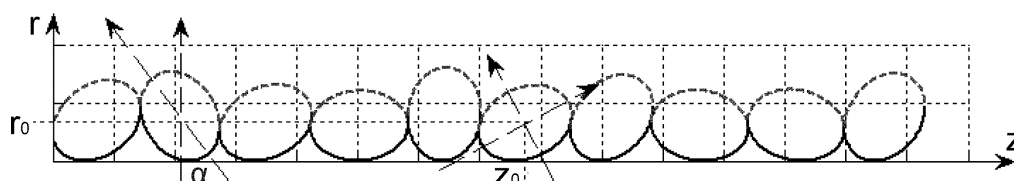


Рис. 2. Размещение зёрен на поверхности абразивного круга

Уравнение профиля шероховатой поверхности керамической заготовки, полученное в [5], имеет вид

$$Z = \begin{cases} \frac{F_z - \sqrt{G_z}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n} & \text{при } \begin{cases} (n=1) & 0 \leq r < r_{01} + r_{\min Z21} \\ (n>1) & 0 \leq r < r_{(n-1)n}, \quad n=1,2,\dots,N \end{cases} \\ \frac{F_z + \sqrt{G_z}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n} + z_n & \text{при } 0 \leq r < r_{nn}, \quad n=1,2,\dots,N \\ z_{\min R2n} + z_{0n} \leq z < z_{\min R2n} + z_{0n} + z_n, \quad n=1,2,\dots,N & \text{при } r=0 \end{cases}, \quad (1)$$

где $F_z = -B(\alpha_n) \cdot (r - r_{0n})$, $G_z = B^2(\alpha_n) \cdot (r - r_{0n})^2 - 4C(\alpha_n) \cdot [A(\alpha_n) \cdot (r - r_{0n})^2 - D]$,
 $A(\alpha_n) = a^2 \cos^2(\alpha_n) + b^2 \sin^2(\alpha_n)$, $B(\alpha_n) = 2(b^2 - a^2) \cdot \sin(\alpha_n) \cdot \cos(\alpha_n)$,
 $C(\alpha_n) = b^2 \cos^2(\alpha_n) + a^2 \sin^2(\alpha_n)$, $D = a^2 b^2$; α_n – случайное число в интервале $0 \leq \alpha_n \leq \pi$, с
 равномерным распределением вероятности, определяющее ориентацию режущих кромок зёрен
 на поверхности абразивного круга; a и b – параметры, определяющие среднюю величину
 зерен абразивного круга; N – среднее количество зерен, укладываемое на длине резонатора;
 z_n – осевой люфт; $r_{0n} = -\sqrt{C(\alpha_n)}$ – сдвиг по оси $O\Gamma$ n -го эллипса; $z_{01} = -\sqrt{A(\alpha_1)}$ – сдвиг
 по оси OZ 1-го эллипса; z_{0n} (для $n>1$) – сдвиг по оси OZ n -ого эллипса, определяется из
 условия существования одного действительного корня r_{n-1} уравнения $Z_1^{n-1} = Z_2^n$,
 $z_{n-1} = Z_1^{n-1}(r_{n-1})$, (z_{n-1}, r_{n-1}) – координаты точки касания двух соседних
 $(n-1)$ -го и n -го эллипсов, $Z_{1,2}^0 = Z_{1,2}^0(r - r_{0n}) + z_{0n}$,
 $Z_{1,2}^0 = \frac{-B(\alpha_n)r \pm \sqrt{B(\alpha_n)^2 r^2 - 4C(\alpha_n)(A(\alpha_n)r^2 - D)}}{2C(\alpha_n)}$; r_{\min} – меньший корень уравнения

$$Z_1^n + z_n = Z_2^{n+1}.$$

При необходимости снижения шероховатости поверхности после этапа шлифования
 абразивным кругом в технологический маршрут включается этап тонкого шлифования ал-
 мазным кругом. Уравнение поверхности после тонкого шлифования имеет вид [5]

$$Z = \begin{cases} \frac{F_z - \sqrt{G_z}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n} & \text{при } 0 < r \leq H, \quad n \in \mathbb{N} \\ \frac{F_z + \sqrt{G_z}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n} + z_n & \text{при } 0 \leq r < H, \quad n \in \mathbb{N} \\ z < z_{12}, z_{n1} \leq z < z_{(n+1)2}, \quad n \in \mathbb{N} & \text{при } r = H \\ z_{\min R2n} + z_{0n} \leq z < z_{\min R2n} + z_{0n} + z_n, \quad n \in \mathbb{N} & \text{при } r = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

или

$$R_D = \begin{cases} \frac{F_r - \sqrt{G_r}}{2A(\alpha_n)} + r_{0n} & \text{при } z_{n2} \leq z < z_{\min R2n} + z_{0n}, \quad n \in \mathbb{N} \\ \frac{F_{rn} - \sqrt{G_{rn}}}{2A(\alpha_n)} + r_{0n} & \text{при } z_{\min R2n} + z_{0n} + z_n \leq z < z_{n1}, \quad n \in \mathbb{N} \\ H & \text{при } (n=1) \quad z < z_{12} \quad \text{и} \quad (n>1) \quad z_{(n-1)1} \leq z < z_{n2}, \quad n \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{при } z_{\min R2n} + z_{0n} \leq z < z_{\min R2n} + z_{0n} + z_n, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}, \quad (3)$$

где $F_r = -B(\alpha_n) \cdot (z - z_{0n})$, $G_r = B^2(\alpha_n) \cdot (z - z_{0n})^2 - 4A(\alpha_n) \cdot [C(\alpha_n) \cdot (z - z_{0n})^2 - D]$,
 $F_{rn} = -B(\alpha_n)(z - z_{0n} - z_n)$, $G_{rn} = B^2(\alpha_n)(z - z_{0n} - z_n)^2 - 4A(\alpha_n)[C(\alpha_n)(z - z_{0n} - z_n)^2 - D]$,
 H – глубина канавок, после тонкого шлифования;

$$z_{n1} = \frac{F_{znu} + \sqrt{G_{znu}}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n} + z_n, \quad z_{n2} = \frac{F_{znu} - \sqrt{G_{znu}}}{2C(\alpha_n)} + z_{0n},$$

$$F_{z_{ш}} = -B(\alpha_n) \cdot (H - r_{0n}), \quad G_{z_{ш}} = B^2(\alpha_n) \cdot (H - r_{0n})^2 - 4C(\alpha_n) \cdot [A(\alpha_n) \cdot (H - r_{0n})^2 - D].$$

Вид профиля внешней поверхности резонатора показан на рис. 3.

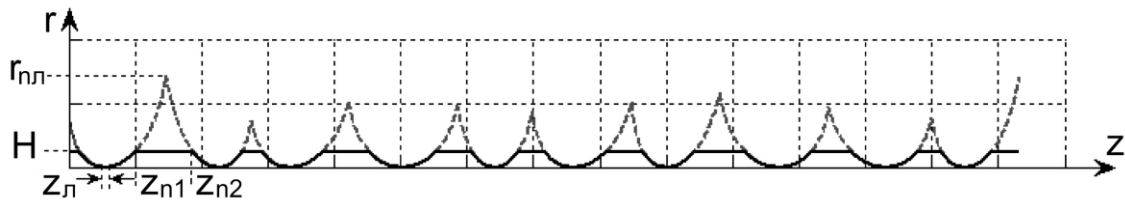


Рис. 3. Вид профиля внешней поверхности: после тонкого шлифования – сплошная линия, после шлифования абразивным кругом с учетом люфта – штриховая линия

В предложенной математической модели не учитывается шероховатость плоских участков поверхности между канавками, образуемая при тонком шлифовании алмазным диском.

Математическая модель внутренней поверхности ККР

Внутренняя поверхность керамической заготовки ККР представляет собой шероховатую поверхность с большим числом равномерно распределенных по длине отверстия рисков, нанесённых алмазными зёрнами свёрел.

Вид поверхности отверстий керамических заготовок ККР, изготовленных методом полусухого прессования и методом механической обработки (сверления), представлен на рис. 4.

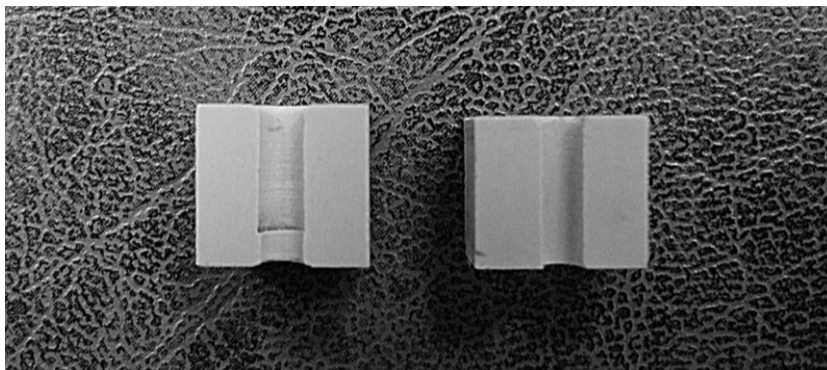


Рис. 4. Поверхность отверстий керамических заготовок ККР, выполненных методом полусухого прессования (справа) и методом механической обработки (слева)

Уравнение профиля шероховатой поверхности, образуемого алмазным сверлом, имеет вид [5]

$$R_d = f(z) = -a \cdot \sin\left(\frac{z2\pi}{t} - \frac{\pi}{2}\right) - a + \frac{d}{2}, \quad (4)$$

где R_d – уравнение поверхности отверстия, $2a$ – глубина рисков до шлифования, t – период следования рисков, d – диаметр отверстия, z – продольная координата.

При необходимости снижения шероховатости поверхности отверстия после сверления алмазным сверлом в технологический маршрут включается этап тонкого шлифования, осуществляемого ультразвуковым способом. Уравнение поверхности после тонкого шлифования имеет вид [5]

$$R_d = f(z) = \begin{cases} -a \cdot \sin\left(\frac{z2\pi}{t} - \frac{\pi}{2}\right) - a + \frac{d}{2} & \text{при } \begin{cases} z < z_{0d} + nt \\ z > t - z_{0d} + (n-1)t \end{cases} \\ -h + \frac{d}{2} & \text{при } \begin{cases} z > z_{0d} + nt \\ z < t - z_{0d} + nt \end{cases}, \end{cases} \quad \text{где } \begin{cases} n \in N \\ n \in [0, L/t] \end{cases}, \quad (5)$$

где h – глубина рисок после шлифования, L – длина отверстия, $z_{0d} = \frac{t}{2\pi} \left[\arcsin\left(\frac{h-a}{a}\right) + \frac{\pi}{2} \right]$ – половина ширины риски после шлифования.

Вид профиля поверхности отверстия после сверления алмазным сверлом и тонкого шлифования ультразвуковым способом схематически показан на рис. 5.

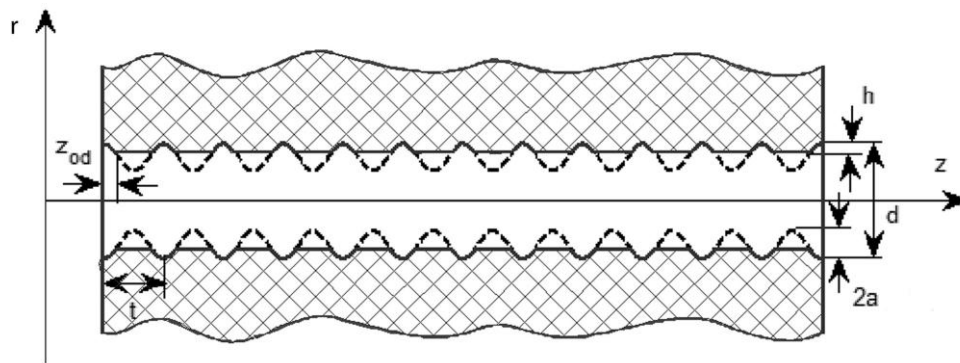


Рис. 5. Вид профиля поверхности отверстия:
после тонкого шлифования – сплошная линия,
после сверления алмазным сверлом – штриховая линия

В предложенной математической модели не учитывается профиль шероховатости поверхности отверстия, образуемой при ультразвуковой обработке.

Математическая модель коаксиального керамического резонатора

Техпроцесс изготовления образцов ККР завершается после металлизации поверхностей керамической втулки (кроме одного торца), при этом профиль шероховатости керамической втулки переносится на токопроводящие поверхности внешнего и внутреннего проводников резонатора.

Собственные колебания в объемных резонаторах, одним из видов которых является ККР, описываются однородными уравнениями Максвелла.

Решая эти уравнения с учетом граничных условий для идеально проводящих поверхностей можно видеть, что основным типом волны для коаксиальных резонаторов является T -волна [6]. Условием отсутствия высших типов волн в них является неравенство

$$\lambda > 1 / \sqrt{\frac{4}{\pi^2(D+d)^2} + \frac{1}{16L^2}}. \quad (6)$$

Собственная добротность резонатора Q , являющаяся одной из основных его характеристик, определяется как

$$Q = \frac{\omega_0 W}{P}, \quad (7)$$

где $P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \oint (\vec{E} \times \vec{H}^*) \vec{n} dS$ – мощность потерь, $W = \int \frac{\mu}{2} |\vec{H}|^2 dV = \int \frac{\varepsilon}{2} |\vec{E}|^2 dV$ – запасенная резонатором энергия, $P_r = \omega_0 W$ – реактивная мощность, ω_0 – резонансная частота.

При диэлектрической проницаемости керамического материала $\varepsilon \gg 1$ излучением открытого конца резонатора можно пренебречь. Тогда Q можно выразить через частичные добротности Q_C и Q_D как [6]

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_D}, \quad (8)$$

где Q_C – частичная добротность, связанная с потерями в стенках резонатора, Q_D – частичная добротность, связанная с потерями в диэлектрике.

Частичная добротность Q_C определяется как [6]

$$Q_C = \frac{\omega_0 W}{P_C} = \frac{\frac{\omega_0 \mu}{2} \int |\vec{H}|^2 dV}{\frac{1}{2} \operatorname{Re} \oint (\vec{E} \times \vec{H}^*) \vec{n} dS} = \sqrt{2\omega_0 \mu_0 \sigma} \frac{\int |\vec{H}|^2 dV}{\int |\vec{H}|^2 dS}, \quad (9)$$

где P_C – мощность потерь в стенках резонатора, σ – проводимость стенок резонатора, $\mu = \mu_m = 1$ – относительные магнитные проницаемости диэлектрика и металла.

Частичная добротность Q_D равна [6]

$$Q_D = \frac{\omega_0 W}{P_D} = \frac{\frac{\omega_0 \varepsilon}{2} \int |\vec{E}|^2 dV}{\frac{\sigma_D}{2} \int |\vec{E}|^2 dV} = \frac{1}{\operatorname{tg} \delta}, \quad (10)$$

где P_D – мощность потерь в диэлектрике, σ_D – проводимость диэлектрика, $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс угла потерь в диэлектрике.

Отсюда собственная добротность Q будет равна

$$Q = \frac{Q_C \cdot Q_D}{Q_C + Q_D} = \frac{\omega_0 W}{\operatorname{tg} \delta \cdot \omega_0 W + P_C}. \quad (11)$$

Компоненты TEM -поля коаксиального резонатора имеют вид [6]

$$E = \frac{E_0}{r} \sin\left(\frac{z\pi}{2L}\right), \quad H = \frac{iE_0}{Z_{\perp} r} \cos\left(\frac{z\pi}{2L}\right), \quad (12)$$

где E_0 – амплитудный коэффициент, $Z_{\perp} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ – волновое сопротивление среды.

Структура поля в резонаторе мало меняется при наличии шероховатости и, следовательно, запасенная в нём энергия W будет равна

$$W = \int \frac{\mu}{2} |\vec{H}|^2 dV = \frac{\varepsilon E_0^2}{2} \int \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right)}{r^2} dV = \frac{\varepsilon E_0^2}{2} \pi L \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right), \quad (13)$$

мощность потерь в стенках резонатора P_C

$$P_C = \frac{1}{2\sigma\delta} \int |\vec{H}|^2 dV = \frac{\varepsilon E_0^2}{2\sigma\delta\mu_0} \left[2\pi \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) + \int \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right)}{R_D^2} dS_D + \int \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right)}{R_d^2} dS_d \right]. \quad (14)$$

Интеграл по поверхности внутреннего проводника в выражении (14) вычисляется с помощью замены переменных

$$I_d = \int \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right)}{R_d^2} dS_d = 2L \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{z_0 d 2\pi}{t} - \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\left(\frac{t(z'_d + \pi/2)}{4L}\right) \cdot R'_d(a, z'_d)}{-a \cdot \sin(z'_d) - a + \frac{d}{2}} dz'_d + \right]$$

$$+ \frac{4L}{(-2h+d)t} \cdot \cos\left(\frac{(t+2z_{0d})\pi}{4L}\right) \cdot \sin\left(\frac{(t-2z_{0d})\pi}{4L}\right) + \frac{(t-2z_{0d})\pi}{(-2h+d)t} \Big], \quad (15)$$

где dS_d – площадь элементарной области поверхности внутреннего проводника, $z'_d = \frac{z2\pi}{t} - \frac{\pi}{2}$

– замена переменной, $R'_d(a, z'_d) = \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi a}{t}\right)^2 \cos^2(z'_d)}$.

Для интегрирования по поверхности внешнего проводника найдем среднее значение $\overline{R_D}$, пользуясь уравнением (3), которое описывает эту поверхность в зависимости от случайного параметра α . Плотность вероятности случайной величины α , распределенной по равномерному закону, равна

$$P(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{при } \alpha < 0 \text{ и } \alpha > \pi \\ \frac{1}{\pi} & \text{при } 0 \leq \alpha \leq \pi \end{cases}. \quad (16)$$

Тогда плотность вероятности функции R_D от случайной величины α можно найти по формуле [7]

$$P_{R_D}(R_D) = P_\alpha(\alpha) \cdot \left| \frac{d\alpha}{dR_D} \right|. \quad (17)$$

Отсюда среднее значение функции $\overline{R_D}$ будет равно

$$\overline{R_D} = \int_{-\infty}^{\infty} R_D \cdot P_{R_D}(R_D) dR_D = \int_0^{\pi} R_D \cdot P_\alpha(\alpha) d\alpha. \quad (18)$$

Подставляя в (18) выражения (3) и (16), получим

$$\overline{R_D} = \begin{cases} K + r_0^0 + \frac{D}{2} & \text{при } z_{n2}^0 \leq z < z_{0n}^0, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ K_n + r_0^0 + \frac{D}{2} & \text{при } z_{0n}^0 + z_n \leq X < z_{n1}^0, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ H + \frac{D}{2} & \text{при } (n=1) \quad z < z_{12}^0 \text{ и } (n>1) \quad z_{(n-1)1}^0 \leq z < z_{n2}^0, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \frac{D}{2} & \text{при } z_{0n}^0 \leq X < z_{0n}^0 + z_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \end{cases}, \quad (19)$$

где $K = \frac{2a}{\pi\sqrt{b^2 - (z - z_{0n}^0)^2}} \left[\frac{(z - z_{0n}^0)^2}{b} \Pi(L, 1, M) - b \cdot F(1, M) \right]$,

$$K_n = \frac{2a}{\pi\sqrt{b^2 - (z - z_{0n}^0 - z_n)^2}} \left[\frac{(z - z_{0n}^0 - z_n)^2}{b} \Pi(L, 1, M_n) - b \cdot F(1, M_n) \right],$$

$F(1, M)$ и $F(1, M_n)$ – полные нормальные эллиптические интегралы 1-го рода,
 $\Pi(L, 1, M)$ и $\Pi(L, 1, M_n)$ – полные нормальные эллиптические интегралы 3-го рода,

$$L = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1, \quad M = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2 - (z - z_{0n}^0)^2}}, \quad M_n = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2 - (z - z_{0n}^0 - z_n)^2}};$$

$$r_0^0 = \overline{R_1^0(0)} = \frac{2a}{\pi} F\left(1, \sqrt{-L}\right) - \text{сдвиг по оси } O\Gamma;$$

$$z_{0n}^0 = (2n-1)b, \quad n = 1, 2, \dots, N - \text{сдвиг по оси } OZ;$$

$$z_{n1}^0 = z_{h1}^0 + z_{0n}^0, \quad z_{n2}^0 = z_{h2}^0 + z_{0n}^0, \quad z_{h1}^0 - \text{положительный корень уравнения } H - r_0^0 = \overline{R_2^0(z - z_n)},$$

$$z_{h2}^0 - \text{отрицательный корень уравнения } H - r_0^0 = \overline{R_2^0(z)},$$

$$\overline{R_{1,2}^0(z)} = \frac{2a}{\pi\sqrt{b^2 - z^2}} \left[\pm b \cdot F\left(1, \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2 - z^2}}\right) \mp \frac{z^2}{b} \Pi\left(\frac{a^2 - b^2}{b^2}, 1, \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{b^2 - z^2}}\right) \right],$$

D – диаметр внешнего проводника.

Тогда интеграл по поверхности внешнего проводника

$$I_D = \int \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right)}{R_D^2} dS_D = 2\pi N \left[\int_{z_{12}^0}^b \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right) \cdot R_D'}{K + r_0^0 + \frac{D}{2}} dz + \int_b^{z_{11}^0} \frac{\cos^2\left(\frac{z\pi}{2L}\right) \cdot R_{Dn}'}{K_n + r_0^0 + \frac{D}{2}} dz + \right. \\ \left. + \frac{1}{2H + D} \cdot \cos\left(\frac{(z_{22}^0 + z_{11}^0)\pi}{2L}\right) \cdot \sin\left(\frac{(z_{22}^0 - z_{11}^0)\pi}{2L}\right) + \frac{(z_{22}^0 - z_{11}^0)\pi}{2L(2H + D)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{D} \cdot \cos\left(\frac{(2z_{0n}^0 + z_n)\pi}{2L}\right) \cdot \sin\left(\frac{z_n\pi}{2L}\right) + \frac{z_n\pi}{2LD} \right], \quad (20)$$

где dS_D – площадь элементарной области поверхности внешнего проводника,

$$R_D'(a, z_d') = \sqrt{1 + \frac{4a^2(z - z_{0n}^0)^2}{\pi^2 b^2 (b^2 - (z - z_{0n}^0)^2)} \Pi(L, 1, M)^2},$$

$$R_{Dn}'(a, z_d') = \sqrt{1 + \frac{4a^2(z - z_{0n}^0 - z_n)^2}{\pi^2 b^2 (b^2 - (z - z_{0n}^0 - z_n)^2)} \Pi(L, 1, M_n)^2}.$$

Резонансную частоту ω_0 ККР с учетом емкости открытого конца резонатора C можно найти, решая трансцендентное уравнение условия резонанса

$$\text{Im}\left(\frac{1}{i\omega C} + iZ_\epsilon \text{tg}(kL)\right) = 0, \quad (21)$$

где $Z_\epsilon = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$ – волновое сопротивление коаксиальной линии [6],

$C = \frac{d\epsilon}{2} \ln\left(\frac{2\sqrt{\pi L d}}{D - d}\right)$ – краевая емкость открытого конца резонатора [8], $k = k_0 \left(1 - i \frac{1}{2Q}\right)$ – соб-

ственные значения с учетом потерь [9], $k_0 = \omega_0 \sqrt{\epsilon\mu}$ – собственные значения для резонатора без потерь.

Подставляя выражения (13) и (14), а также найденную резонансную частоту ККР ω_0 в (11) можно определить собственную добротность резонатора Q как

$$Q = \frac{\omega_0 \pi L \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{\text{tg}\delta \cdot \omega_0 \pi L \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) + \sqrt{\frac{\omega_0}{2\sigma\mu_0}} \left(2\pi \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right) + I_d + I_D\right)}. \quad (22)$$

Импеданс резонатора Z определяется как

$$Z = iZ_0 \operatorname{tg}(kL) = Z_0 \frac{\operatorname{th}\left(\frac{\omega\pi}{4Q\omega_0}\right) \cdot \left[1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\omega\pi}{2\omega_0}\right)\right] + i \operatorname{tg}\left(\frac{\omega\pi}{2\omega_0}\right) \cdot \left[1 - \operatorname{th}^2\left(\frac{\omega\pi}{4Q\omega_0}\right)\right]}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\omega\pi}{2\omega_0}\right) \cdot \operatorname{th}^2\left(\frac{\omega\pi}{4Q\omega_0}\right)}. \quad (23)$$

Формула (23) справедлива при условии отсутствия в ККР высших типов волн (6).

Зная импеданс Z можно построить АЧХ ККР. Графики АЧХ ККР с использованием втулки из керамики В100 ($\epsilon = 100$) с тонким шлифованием и без него приведены на рис. 6.

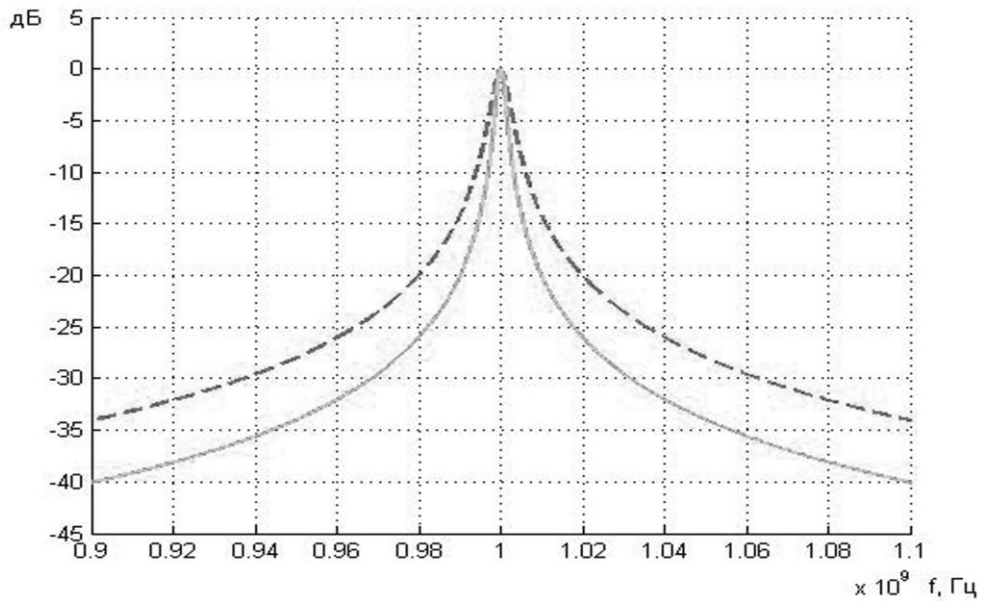


Рис. 6. Графики АЧХ резонатора из керамики В100 до (штриховая линия) и после тонкого шлифования (сплошная линия)

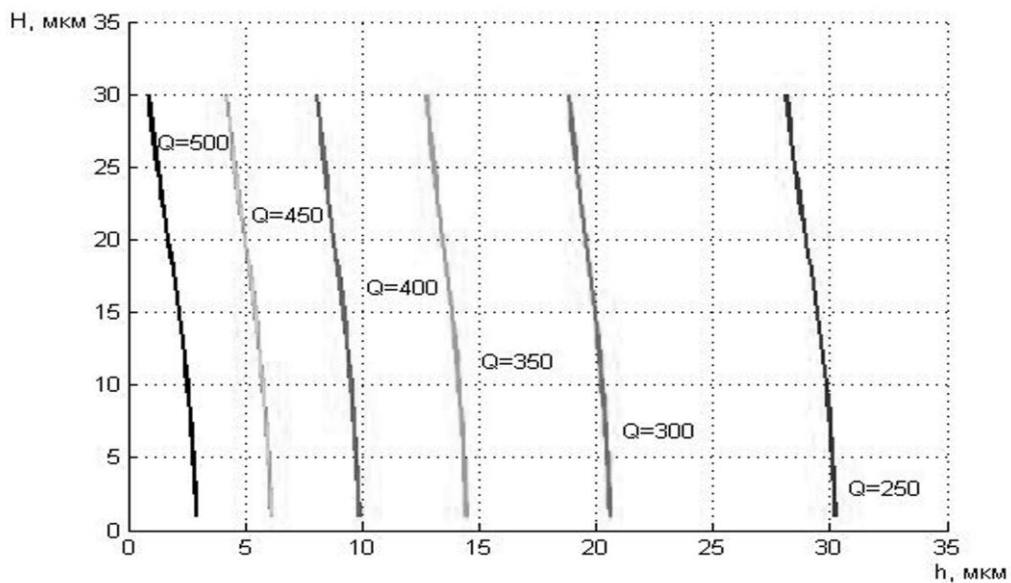


Рис. 7. Номограмма определения требований к шероховатости токопроводящих поверхностей ККР

С помощью численного моделирования для резонаторов, изготовленных из керамики В100, была построена номограмма рис. 7, определяющая зависимость собственной добротности ККР от глубины шероховатости внешней (H) и внутренней (h) поверхностей. При обработке внешней поверхности заготовки ККР периферией абразивного круга параметры, определяющие среднюю величину зерен абразивного круга, взяты равными $a = 60$ мкм и $b = 80$ мкм. При изготовлении отверстия в заготовке ККР алмазным сверлом средний период следования рисок по всей длине отверстия составляет $t = 20$ мкм.

На графиках, приведенных на рис. 7 можно видеть, что на величину собственной добротности резонатора большее влияние оказывает шероховатость его внутренней поверхности. Применение полученной номограммы при проектировании полосно-пропускающих фильтров и стабилизированных автогенераторов позволяет по минимально допустимым для них значениям собственной добротности используемых ККР определить оптимальные требования к параметрам шероховатости поверхностей керамических втулок.

Заключение

На основе уравнения шероховатых поверхностей керамических заготовок и их учёта в электродинамической модели ККР разработана математическая модель резонатора, позволяющая оценить ожидаемые значения собственной добротности экспериментального образца ККР при заданных параметрах шероховатости поверхностей керамической втулки.

Практическое применение полученных результатов заключается в возможности оптимизации техпроцесса изготовления экспериментальных образцов ККР под конкретные требования к величине его собственной добротности, в ряде случаев исключив из него самые трудоёмкие и затратные этапы – тонкое алмазное шлифование внешней поверхности керамической втулки и шлифование поверхности отверстия ультразвуковым способом.

Электродинамический подход, на основе которого создана математическая модель ККР круглого сечения, может быть использован при разработке модели ККР квадратного сечения.

Библиографический список

1. ВЧ- и СВЧ-керамические материалы и микроволновые элементы. Каталог продукции. Санкт-Петербург: ООО «Керамика», 2004.
2. **Козлов, В.А.** Проектирование полосно-пропускающих СВЧ-фильтров на основе коаксиальных керамических резонаторов / В.А.Козлов [и др.] // Физика и технические приложения волновых процессов: материалы XI Международной научно-технической конференции. – Изд-во УрГУ, Екатеринбург. 2012. С. 204–205.
3. **Козлов, В.А.** Технология изготовления и практическое применение керамических резонаторов в устройствах СВЧ диапазона / В.А. Козлов [и др.] // Антенны. 2010. Вып. 7. С. 63–66.
4. Применение коаксиальных керамических резонаторов в устройствах СВЧ-диапазона. Антенны и функциональные узлы СВЧ-и КВЧ-диапазонов. Методы расчёта и технология изготовления / В.А. Козлов [и др.] / под ред. А.Ю. Седакова. – М.: Радиотехник», 2011. – 112 с.
5. **Козлов, В.А.** Математическое моделирование основных этапов технологического процесса механической обработки керамических и ферритовых деталей СВЧ- и КВЧ-устройств / В.А. Козлов [и др.] // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17, № 3. С. 76–80.
6. **Никольский, В.В.** Теория электромагнитного поля / В.В. Никольский. – М.: Высш. шк., 1964. – 383 с.
7. **Баскаков, С.И.** Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.

8. Кугушев, А.М. Основы радиоэлектроники / А.М. Кугушев, Н.С. Голубева. – М.: Энергия, 1969. – 880 с.
9. Каценеленбаум, Б.З. Высокочастотная электродинамика / Б.З. Каценеленбаум. – М.: Наука, 1966. – 240 с.

*Дата поступления
в редакцию: 16.04.2015*

М.М. Ivoylova

CERAMIC COAXIAL RESONATOR MODEL TAKING INTO ACCOUNT CONDUCTIVE SURFACES ROUGHNESS

Federal State Owned Unitary Enterprise Federal Research and Production Center,
«Measuring system research institute named after Yu.Ye. Sedakov»

Purpose: The purpose of the article is the estimation of the conductive surfaces roughness influence of the ceramic coaxial resonator, made with the ceramic storage mechanical treatment on its main parameters.

Design/methodology/approach: The fundamental stage of the ceramic bushings making technology are the following operations: the polishing with abrasive wheels (periphery) for the outer surface forming, the drilling with diamond drill for the hole making. In this research the electrodynamic and mathematical models of a ceramic coaxial resonator were developed on the base of the mathematical models of its outer and inner surfaces made with mechanical treatment methods.

Findings: It is shown that, the inner surface roughness has bigger influence on a resonator quality factor value. Using the results it is possible to formulate the optimal demands to resonator ceramic bushings roughness, taking into account band pass filters and active oscillators given parameters.

Research limitations/implications: The objective is considered within the T-wave approach which is the main wave type for coaxial resonator.

Originality/value: The received mathematical models provide the ceramic coaxial resonator designing optimal technological route according to given the resonator electrical parameters (eigen frequency, quality factor). At the same time in some cases there may be omitted the most difficult stages such as the fine diamond polishing and the ultrasonic methods polishing.

Key words: coaxial ceramic resonator, mathematical model of a resonator, mathematical models of surfaces roughness.