

УДК 537.87

Т.М. Заборонкова, Н.Ф. Яшина

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА АНИЗОТРОПНЫХ ПЛОСКИХ СТРУКТУРАХ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

В работе рассматривается прохождение электромагнитных волн сквозь плоские слои анизотропных и би-анизотропных композитных сред при наличии у слоев диэлектрических стенок конечной толщины. На основании полученных выражений для коэффициентов отражения и прохождения обсуждается возможность диагностики свойств композитных материалов.

Ключевые слова: коэффициенты отражения и прохождения, анизотропные среды, би-анизотропные среды.

Целью работы является выявление особенностей прохождения плоских электромагнитных волн сквозь композитные слои различной геометрии с последующим применением результатов для диагностики электродинамических свойств искусственных композитных материалов [1–2].

Рассмотрим нормальное падение электромагнитной волны на плоский неограниченно протяженный вдоль осей Oy и Oz анизотропный слой ширины d_1 (рис. 1). Слой расположен в вакууме и с обеих сторон ограничен параллельными диэлектрическими стенками конечной толщины d_2 с проницаемостью ε . Будем рассматривать два случая ориентации оси гиротропии по отношению к границам слоя: продольную и поперечную.

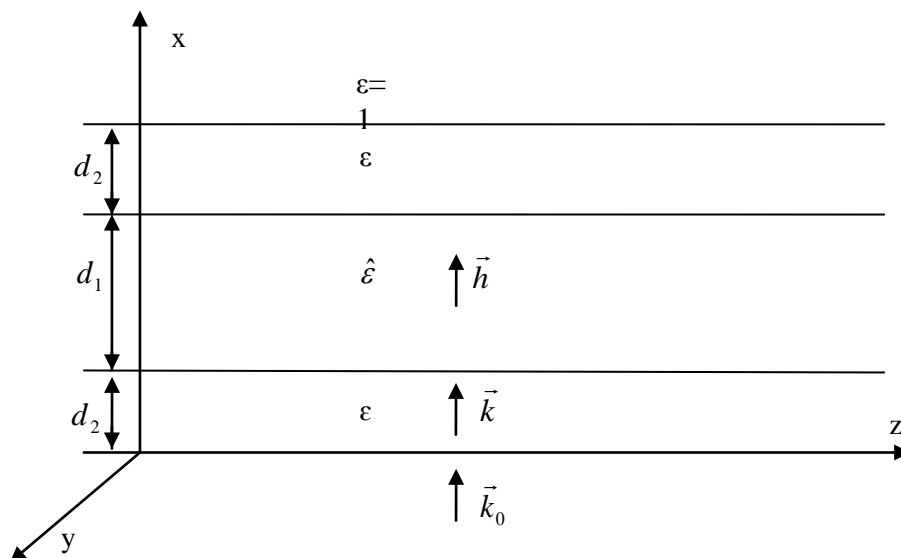


Рис. 1. Анизотропный слой с диэлектрическими стенками

Рассмотрим сначала продольную ориентацию оси гиротропии, т.е. ось параллельна стенкам слоя (рис. 1). Анизотропная среда внутри слоя описывается тензором диэлектрической проницаемости вида

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix}, \quad (1)$$

магнитная проницаемость в слое $\mu = 1$.

Пусть на слой нормально падает электромагнитная волна E-поляризации:

$$\vec{E} = \bar{z}_0 E_0 \exp i(\omega t - k_0 x), \quad \vec{H} = -\bar{y}_0 \frac{k_0}{\omega \mu_0} E_0 \exp i(\omega t - k_0 x), \quad \text{где } k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

В гиротропном слое компоненты поля волны записываются следующим образом

$$\vec{E}_{1,2} = \bar{z}_0 E_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_E x), \quad \vec{H}_{1,2} = -\bar{y}_0 \frac{h}{\omega \mu_0} E_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_E x), \quad \text{где } h_E = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \eta}.$$

Выражения для коэффициентов отражения и прохождения имеют вид

$$R_E = \frac{iA_1(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, \eta, d_{1,2})}{\Delta_1(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, \eta, d_{1,2})},$$

$$T_E = e^{ik_0(d_1+2d_2)} \frac{2\varepsilon\sqrt{\eta}}{\Delta_1(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, \eta, d_{1,2})}, \quad (2)$$

где $A_1 = (\varepsilon(1-\eta)\cos^2 kd_2 - (\eta-\varepsilon^2)\sin^2 kd_2)\sinh_E d_1 + \sqrt{\varepsilon\eta}(1-\varepsilon)\sin 2kd_2 \cosh_E d_1$, $k = k_0\sqrt{\varepsilon}$,
 $\Delta_1 = [2\varepsilon\sqrt{\eta}\cos 2kd_2 \cosh_E d_1 - (\varepsilon+\eta)\sqrt{\varepsilon}\sin 2kd_2 \sinh_E d_1] + i\{\sqrt{\varepsilon\eta}(\varepsilon+1)\sin 2kd_2 \cosh_E d_1 +$
 $+ [\varepsilon(1+\eta)\cos^2 kd_2 - (\varepsilon^2+\eta)\sin^2 kd_2]\sin^2 h_E d_1\}$.

При нормальном падении на слой электромагнитной волны H- поляризации:

$$\vec{H} = \bar{z}_0 H_0 \exp i(\omega t - k_0 x), \quad \vec{E} = \bar{y}_0 \frac{k_0}{\omega \varepsilon_0} H_0 \exp i(\omega t - k_0 x),$$

составляющие электрического и магнитного поля в слое запишутся следующим образом:

$$\vec{H}_{1,2} = \bar{z}_0 H_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_H x),$$

$$\vec{E}_{1,2} = \bar{x}_0 \frac{igh_H}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)} H_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_H x), \quad \vec{E}_{1,2} = \bar{y}_0 \frac{\varepsilon_{\perp} h_H}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)} H_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_H x),$$

$$\text{где } h_H = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}{\varepsilon_{\perp}}.$$

При той же ориентации оси гиротропии выражения для коэффициентов отражения и прохождения соответственно имеют вид:

$$R_H = \frac{iA_2(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}{\Delta_2(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})},$$

$$T_H = e^{ik_0(d_1+2d_2)} \frac{2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}}{\Delta_2(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}, \quad (3)$$

где

$$A_2 = (\varepsilon_{\perp}^2 - n^2 - \varepsilon_{\perp}\varepsilon^2)\sin^2 kd_2 \sinh_H d_1 + \varepsilon(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2 - \varepsilon_{\perp})\cos^2 kd_2 \sinh_H d_1 +$$

$$+ \sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}(\varepsilon - 1)\sin 2kd_2 \cosh_H d_1,$$

$$\Delta_2 = 2\varepsilon\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}\cos 2kd_2 \cosh_H d_1 - \sqrt{\varepsilon}(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2 + \varepsilon_{\perp}\varepsilon)\sin 2kd_2 \sinh_H d_1 +$$

$$+ i\{\varepsilon(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2 + \varepsilon_{\perp})\cos^2 kd_2 \sinh_H d_1 - (\varepsilon_{\perp}^2 - g^2 + \varepsilon_{\perp}\varepsilon^2)\sin^2 kd_2 \sinh_E d_1 +$$

$$+ \sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}(\varepsilon + 1)\sin 2kd_2 \cosh_H d_1\}.$$

Отметим, что для продольной оси гиротропии в случае Е- поляризованной волны функции A_1 и Δ_1 не зависят от параметра гиротропии g .

Далее рассмотрим нормальное падение волн обеих поляризаций на гиротропный слой с диэлектрическими стенками в случае, когда ось гиротропии ориентирована нормально к границам слоя (тогда волновой вектор падающей волны в вакууме будет параллелен оси гиротропии).

Коэффициенты отражения и прохождения Е- поляризованной волны определяются выражениями:

$$R'_E = \frac{A_3(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}{\Delta_3(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}, \quad T_E = \frac{A_4(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}{\Delta_4(\varepsilon, \varepsilon_{\perp}, g, \eta, d_{1,2})}. \quad (4)$$

Для Н- поляризованной волны соответствующие коэффициенты несложно получить в результате замены: $R'_H = -R'_E$ и $T'_H = T'_E$. Следовательно, для поперечной оси гиротропии в рассматриваемом случае коэффициенты отражения и прохождения не зависят от типа поляризации волны. При конечной толщине стенок выражения для функций $A_{3,4}$ и $\Delta_{3,4}$ имеют громоздкий вид и здесь не приводятся.

Приведенные ранее соотношения позволяют исследовать еще один практически важный случай геометрии задачи. Далее рассмотрим гиротропный слой, расположенный в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε . Коэффициенты отражения и прохождения волн могут быть получены из соотношений (2)–(4) при условии $k_0\sqrt{\varepsilon}d_2 \rightarrow \infty$ (т.е. анизотропный слой, ограниченный «толстыми» диэлектрическими стенками). В результате указанного предельного перехода для случая продольной ориентации оси гиротропии могут быть получены следующие выражения для коэффициентов $R_{E,H}$ и $T_{E,H}$:

1) при нормальном падении электромагнитной волны Е-поляризации

$$R_E = \frac{i(\varepsilon - \eta)\sinh_E d}{2\sqrt{\varepsilon\eta}\cosh_E d + i(\varepsilon + \eta)\sinh_E d},$$

$$T_E = \frac{2\sqrt{\varepsilon\eta}\exp(ikd)}{2\sqrt{\varepsilon\eta}\cosh_E d + i(\varepsilon + \eta)\sinh_E d}; \quad (5)$$

2) при нормальном падении Н-поляризованной волны

$$R_H = \frac{i(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2 - \varepsilon_{\perp})\sinh_H d}{2\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}\cosh_H d + i(\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\perp}^2 - g^2)\sinh_H d},$$

$$T_H = \frac{2\sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}\exp(ikd)}{2\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)}\cosh_H d + i(\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\perp}^2 - g^2)\sinh_H d}. \quad (6)$$

В соотношениях (5), (6) введены обозначения $d = d_1$, $h_E = k_0\sqrt{\eta}$, $h_H = k_0\sqrt{(\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)\varepsilon_{\perp}^{-1}}$.

В случае поперечного направления оси гиротропии в слое получаем следующие соотношения для коэффициентов отражения и прохождения:

$$R'_E = \frac{A_3}{\Delta_3}, \quad T'_E = \frac{A_4}{\Delta_3} e^{ikd}; \quad R'_H = -R'_E, \quad T'_H = T'_E. \quad (7)$$

Выражения для функций $A_{3,4}$ и $\Delta_{3,4}$, входящие в соотношения для $R'_{E,H}$ и $T'_{E,H}$ записываются в виде

$$A_3 = (h_1 h_2 - k^2) \left[(h_1 h_2 + k^2) (1 - \cos(h_1 + h_2)d) - ik(h_1 + h_2) \sin(h_1 + h_2)d \right],$$

$$A_4 = k \left[2k(k_0^2 \varepsilon_{\perp} + h_1 h_2) (\cosh h_1 d + \cosh h_2 d) + i(h_1 + h_2) (h_1 h_2 + k^2) (\sinh h_1 d + \sinh h_2 d) \right],$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = 2 \left(k(h_1 + h_2) \cos(h_1 + h_2)d + i(h_1 h_2 + k^2) \sin(h_1 + h_2)d \right)^2,$$

где $h_{1,2} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{\perp} \mp g}$ – постоянные распространения волн в слое.

Рассмотрим область частот, где постоянные распространения $h_{E,H}$ и $h_{1,2}$ являются действительными величинами. Из выражений для коэффициентов отражения не сложно получить следующие условия безотражательного режима. Для случая продольной и поперечной ориентации оси гиротропии соответственно получаем

$$\sinh h_{E,H} d = 0; \sin(h_1 + h_2) d = 0.$$

При условии малости гиротропии ($|g| \ll |\varepsilon_{\perp}|$) для тонкого анизотропного слоя ($h_{E,H} d \ll 1$), выражения для коэффициентов $R_{E,H}$ и $T_{E,H}$ существенно упрощаются. В случаях продольной и поперечной ориентациях оси гиротропии из представленных выше выражений (5)–(7) нетрудно получить соотношения между коэффициентами отражения Е- и Н- поляризованных волн:

$$\frac{R_E}{R_H} \approx \frac{(\varepsilon - \eta)}{(\varepsilon - \varepsilon_{\perp})}, \frac{R'_E}{R'_H} \approx -1. \quad (8)$$

Таким образом, проводя измерение коэффициентов отражения для двух типов поляризованных волн (Е- и Н-), на основании соотношений между коэффициентами отражения (8) можно определить тип ориентации оси гиротропии в композитном слое. В случае продольной оси (при известном значении ε) формула (8) позволяет оценить соотношение между значениями диагональных компонент тензора (ε_{\perp} и η).

Ниже исследуем случай композитного би-анизотропного слоя, расположенного в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε . Би-анизотропная среда внутри слоя описывается тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости с ненулевыми диагональными компонентами [3]

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Компоненты электромагнитного поля в слое представляются в виде:

$$\vec{E}_{1,2} = \vec{z}_0 E_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_E x), \vec{H}_{1,2} = -\vec{y}_0 \frac{h_E}{\omega \mu_0 \mu_{\perp}} E_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_E x) \quad \text{— при падении волны}$$

Е-поляризации,

$$\vec{E}_{1,2} = \vec{y}_0 \frac{h_H}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{\perp}} H_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_H x), \vec{H}_{1,2} = \vec{z}_0 H_{1,2} \exp i(\omega t \mp h_H x) \quad \text{— при падении волны}$$

Н-поляризации.

Выражения для коэффициентов отражения и преломления $R''_{E,H}$ и $T''_{E,H}$ представляются в виде:

1) при падении на слой Е-поляризованной волны $\hat{\varepsilon}$ коэффициенты имеют вид

$$R''_E = \frac{i \left(\varepsilon - \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}} \right) \sinh h_E d}{\sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}}} 2 \cosh h_E d + i \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}} \right) \sinh h_E d} \hat{\mu},$$

$$T''_E = \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}}} 2 \exp(ikd)}{\sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}}} 2 \cosh h_E d + i \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\mu_{\perp}} \right) \sinh h_E d} \quad (10)$$

2) при падении на слой Н- поляризованной волны ($\vec{H} = \vec{z}_0 E_0 \exp i(\omega t - k_0 x)$) коэффициенты записываются следующим образом

$$R_H'' = \frac{i \left(1 - \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \right) \sinh h_H'' d}{\sqrt{\frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} 2 \cosh h_H'' d + i \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \right) \sinh h_H'' d}},$$

$$T_H'' = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} 2 \exp(ikd)}}{\sqrt{\frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} 2 \cosh h_H'' d + i \left(1 + \frac{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \right) \sinh h_H'' d}}, \quad (11)$$

где $h_E'' = k_0 \sqrt{\mu_{\perp} \epsilon_{\parallel}}$ и $h_H'' = k_0 \sqrt{\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel}}$ постоянные распространения в композитном слое. В случае би-анизотропного слоя также возможен безотражательный режим прохождения электромагнитной волны, который реализуется при условии:

$$\sinh h_{E,H}'' d = 0.$$

В приближении тонкого слоя ($h_{E,H}'' d \ll 1$) можно получить следующее соотношение между коэффициентами отражения R_E'' и R_H'' :

$$\frac{R_E''}{R_H''} \approx \frac{(\epsilon_{\perp} \mu_{\parallel} - \epsilon_{\parallel})}{(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel} \mu_{\parallel})}. \quad (12)$$

Следовательно, в случае тонкого анизотропного слоя ($h_{E,H}'' d \ll 1$), заключенного между электрически «толстыми» стенками ($k_0 \sqrt{\epsilon} d_2 \gg 1$) при известном значении величины диэлектрической проницаемости стенок (слоя по результатам измерения коэффициентов отражения R_E'' и R_H'' для двух поляризаций волн (Е- и Н-) можно заключить является ли среда би-анизотропной. Кроме того, выражение (12) позволяет оценить соотношения между компонентами тензоров, описывающих композитную среду: 1) при больших значениях ϵ – между компонентами магнитного тензора $\mu_{\perp}, \mu_{\parallel}$; 2) при малых ϵ – между компонентами диэлектрического тензора $\epsilon_{\perp}, \epsilon_{\parallel}$.

Полученные соотношения для коэффициентов отражения были применены для оценки компонент тензора диэлектрической проницаемости графеносодержащего углекомпозитного материала [4]. Было определено направление оси гиротропии, а также соотношение между диагональными элементами тензора. Показано, что величины продольной и поперечной проводимостей материала зависит от концентрации в нем графеновых структур. Результаты расчетов были подтверждены данными экспериментальных исследований.

Библиографический список

1. **Третьяков, С.А.** Электродинамика композитных сред; киральных, биизотропных и некоторых бианизотропных сред // Журнал радиотехники и электроники. 1994. Т. 39. С. 1457–1468.
2. **Неганов, В.А.** Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами / В.А. Неганов, Осипов О.В. – М.: Радио и связь, 2006. – 277 с.
3. **Ilin, N.V.** Features of surface modes in metamaterial layers / N.V. Ilin, A.V. Smirnov, I.G. Kondrat'ev // Metamaterials. 2009. Vol. 3. P. 82–89.

4. **Zaboronkova, T.M.** Microwave horn antenna made of a grapheme-containing carbon composite material / T. Zaboronkova., N. Dugin, E. Myasnikov // Proceeding of EuCAP 9th European Conference on Antennas and Propagation. Lisbon. Portugal. 2015. P. 160.

*Дата поступления
в редакцию 06.05.2015*

T.M. Zaboronkova, N.F. Yashina

SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY ANISOTROPIC PLANE STRUCTURES

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alexeev

Purpose: It is the purpose of the present paper to discuss the main properties of reflection and transmission coefficients of the plane electromagnetic waves in the case of the scattering of electromagnetic waves by layer of anisotropic composite medium.

Method/approach: We consider the anisotropic layer which may be described by both the permittivity and permeability tensors. The direction of girotropic axis of the layer is parallel or perpendicular to the layer walls. We analyze two types of polarization of incident waves, which are H- and E- waves. The treatment given here is restricted to what is necessary for the problem at hand.

Results: We obtained the expressions for reflection and transmission coefficients for different cases of anisotropic composite layers and estimated the influence of widths of the layer walls of the scattering fields. Our study has showed the possibilities to apply the theoretical calculations to the estimation of the tensor elements which are described the composite medium.

Range of application: The present study has been already applied for estimation of conductivity of grapheme-containing carbon composite material and provides a starting-point for future research.

Key words: reflection and transmission coefficients, anisotropic media, bianisotropic media.