

УДК:669.621.74

Р.Н. Зенкин<sup>1</sup>, Н.Н. Зенкин<sup>2</sup>, А.И. Вальтер<sup>1</sup>**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПЛАВЛЕНИЯ  
МАГНИЙСОДЕРЖАЩЕГО МОДИФИКАТОРА ПРИ МОДИФИЦИРОВАНИИ  
ВЫСОКОПРОЧНОГО ЧУГУНА С ШАРОВИДНОЙ ФОРМОЙ ГРАФИТА**Тульский государственный университет<sup>1</sup>,  
ОАО «КМЗ, Тула<sup>2</sup>

В текущей работе основным вопросом, решаемым при математическом моделировании процесса расплавления, было полное растворение магнийсодержащего модификатора. Разработка математической модели на базе метода конечных разностей позволяет получить зависимость высоты всплытия от времени и зависимость массы одного элемента от высоты всплытия.

*Ключевые слова:* магний, высокопрочный чугун, шлак магнитоактивный, лигатура.

Одна из причин неполного растворения Mg - возникновение пироэффекта и значительного дымовыделения в процессе модифицирования высокопрочного чугуна, быстрое всплывание компонентов в среде расплава, так как их плотность значительно меньше плотности чугуна. При этом Mg, содержащийся в модификаторе, не успевает прореагировать с исходным расплавом. Как показала практика, использование Mg в большинстве случаев это 25...60%, в зависимости от способа его ввода [1]. Остальной Mg сгорает на поверхности чугуна с ослепительным пироэффектом и большим количеством дыма, состоящего из мелкодисперсных оксидов магния. Соответственно, в этом случае решаются следующие задачи: 1) связывание модификатора шлакоактивными добавками; 2) замедление всплытия всех компонентов; 3) это человеческий фактор, который влияет на скорость наполнения ковша жидким расплавом.

Для полного усвоения Mg в чугуне при модифицировании необходимо, чтобы пузырьки парообразного Mg, образующиеся из его частиц при контакте с жидким чугуном, успевали полностью аннигилировать за время своего расхождения в чугуне. Размер же образующегося пузырька газообразного Mg зависит от размера частицы модификатора, и чем меньше частица, тем меньше пузырёк Mg, образующийся из него, тем больше вероятность, что за время своего образования и всплытия он полностью прореагирует с компонентами чугуна. При этом необходимо, чтобы модификатор до окончания процесса реагировал в исходном чугуне максимально столько, сколько требует технологический процесс для определенного рода продукции.

**Разработка математической модели на базе метода конечных разностей**

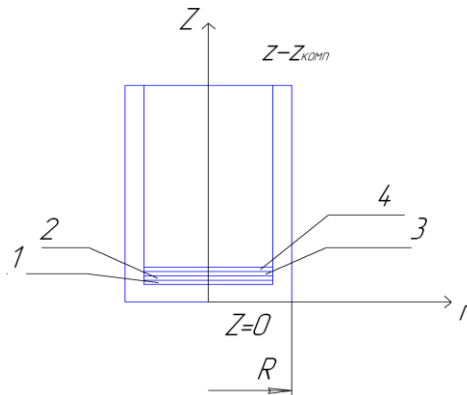
Для модифицирования используется цилиндрическая система координат ввиду осевой симметрии ковша:  $r$  - расстояние от точки до оси вращения,  $z$  - высота точки от дна ковша (рис. 1).

Для получения визуализации результатов расплавления модифицирующего комплекса моделирование производили с помощью императивного, структурированного, объектно-ориентированного языка программирования со строгой статистической типизацией переменных Delphi.

Основой модели является уравнение теплопроводности, которое в цилиндрической системе имеет вид:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (1)$$

где  $\frac{\partial H}{\partial t}$  - скорость изменения энтальпии;  $r$  - расстояние от оси вращения;  $\lambda$  - теплопроводность;  $\frac{\partial}{\partial r}$  - радиальный шаг;  $\frac{\partial}{\partial z}$  - произв. по  $z$ ;  $\frac{\partial T}{\partial z}$  - изменение температуры во времени;  $T$  - температура;  $\frac{\partial T}{\partial r}$  - изменение температуры во времени.



**Рис. 1. Система координат и размеры:**

1 – модификатор; 2 – шлак магнитоактивный; 3 – лигатура ФС30РЗМ30;  
4 – чугун дробленый со шлакообразующими добавками

Начальным условием является распределения температуры в момент окончания заливки:

$$T(r, z) = \begin{cases} T_{\text{ч}} & \text{при } z > z_{\text{комп}} \text{ и } r < r_{\text{стенк}} \\ T_{\text{ост}} & \text{при } z < z_{\text{комп}} \text{ или } r > r_{\text{стенк}} \end{cases}, \text{ при } t = 0,$$

где  $z$  - координата высоты;

Граничными условиями являются условия теплообмена ковша с воздухом:

- на внешней поверхности ковша  $\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\alpha}{\lambda}(T_R - T_0)$ , при  $r = R$ ,  
где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  - температура окружающей среды;  $T_R$  - температура стенки ковша;  $R$  - радиус ковша;
- снизу и сверху ковша  $\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\alpha}{\lambda}(T_z - T_0)$ , при  $z = 0$  или  $z = Z$   
где  $Z$  - высота ковша;
- на оси вращения  $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ .

Уравнение теплопроводности решали методом конечных разностей. Пространство моделирования поделено на контрольные объемы имеющие размеры  $\Delta r$ ,  $\Delta z$ . Объемы нумеруются:  $i$  - в направлении координаты  $r$ ,  $j$  - в направлении координаты  $z$ . В цилиндрической системе координат контрольные объемы нумеруются по направлению координаты  $r$ :

$$V_i = r_i \Delta r \Delta z = (\Delta r)^2 \left( i - \frac{1}{2} \right) \Delta z, \quad (2)$$

где  $V$  - контрольный объем слоя;

Тепловые координаты между контрольными объемами зависят от площади их соприкосновения, которые зависят от радиуса и границ.

$$S_{i-\frac{1}{2}} = \Delta z r_{i-\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где  $S$  - площадь соприкосновения контрольных объектов.

С учетом зависимости площадей соприкосновения и объемов уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta H_{i,j}}{\Delta t} = & \frac{i}{i - \frac{1}{2}} \frac{\lambda_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta r)^2} (T_{i,j} - T_{i-1,j}) + \frac{i}{i + \frac{1}{2}} \frac{\lambda_{i+\frac{1}{2},j}}{(\Delta r)^2} (T_{i,j} - T_{i+1,j}) + \frac{\lambda_{i,j-\frac{1}{2}}}{(\Delta z)^2} (T_{i,j} - T_{i,j-1}) \\ & + \frac{\lambda_{i,j+\frac{1}{2}}}{(\Delta z)^2} (T_{i,j} - T_{i,j+1}). \end{aligned} \quad (4)$$

Для удобства численного счета использовались сеточные коэффициенты:

$$a_{i,j} = \frac{i\Delta t}{i - \frac{1}{2}} \frac{\lambda_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta r)^2}, b_{i,j} = \frac{\lambda_{i,j-\frac{1}{2}}\Delta t}{(\Delta z)^2} \quad (5)$$

С введением этих обозначений уравнение будет иметь вид:

$$H_{i,j}^* = H_{i,j} + a_{i,j}(T_{i,j} - T_{i-1,j}) + a_{i+1,j}(T_{i,j} - T_{i+1,j}) + b_{i,j}(T_{i,j} - T_{i,j-1}) + b_{i,j+1}(T_{i,j} - T_{i,j+1}), \quad (6)$$

где  $H$  - энтальпия вещества.

Для гетерогенной среды теплопроводность между узлами рассчитывали:

$$\lambda_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{2\lambda_{i-1,j}\lambda_{i,j}}{\lambda_{i-1,j} + \lambda_{i,j}}$$

$$a_{i,j} = \frac{S_{i-1/2}}{V_i} = \frac{\Delta z \Delta r i}{(\Delta r)^2 (i - \frac{1}{2}) \Delta z} = \frac{i}{\Delta r (i - \frac{1}{2})}. \quad (7)$$

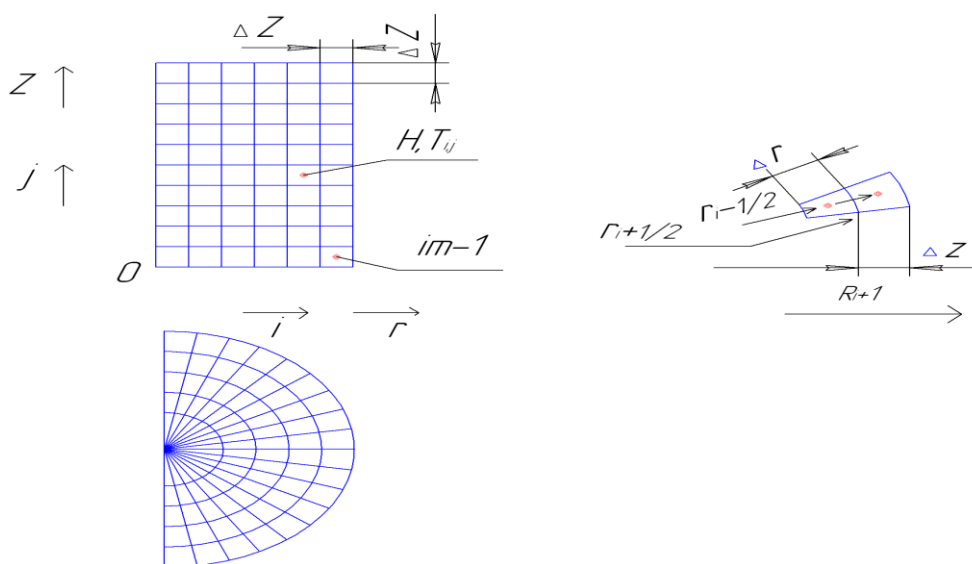


Рис. 2. Сетка численного решения

Модифицирующий комплекс состоит из разных компонентов, представляющих собой куски разного размера, масса которых распределена пропорционально их размеру. Допустим, что скорость всплытия определяется размером пропорционально размеру. Количество легирующих элементов описывается их концентрацией в расплаве. При всплытии концентрации уменьшаются. Процесс изменения концентрации при всплытии частиц можно описать:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = v \frac{\partial c}{\partial z}, \quad (8)$$

где  $v$  - скорость всплытия, зависящая от размера  $d$  и от плотности вещества;  $\frac{\partial c}{\partial t}$  - скорость изменения концентрации;  $\frac{\partial c}{\partial z}$  - градиент концентрации.

Всплытие протекает под действием гравитационной силы, которая пропорциональна, и тормозится лобовым сопротивлением чугуна. Когда эти силы уравновешивают друг друга, частицы всплывают с постоянной скоростью, которую можно определить из равновесия сил:

$$d^3(\rho_{Fe} - \rho_{комп}) = \rho_{Fe} * v^2 * d^2, \quad (9)$$

где  $\rho$  - плотность вещества.

$$v = \sqrt{d \left( 1 - \frac{\rho_{\text{КОМП}}}{\rho_{Fe}} \right)}. \quad (10)$$

Изменение концентрации  $\partial c$  зависит от объема частиц, который пропорционален  $d^3$ . Одновременно со всплытием размеры частиц уменьшаются вследствие их плавления. Скорость плавления частицы зависит: от площади ее поверхности, разности температур расплава, температуры плавления, от коэффициента теплопроводности, от теплоемкости.

Скорость плавления частицы определяется:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = \frac{\lambda}{dc\rho}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  – теплопроводность компонентов;  $c$  – теплоемкость;  $\frac{\partial d}{\partial t}$  – скорость изменения диаметра;

Положим, что частица имеет сферическую форму радиусом  $R$ , плотность  $\rho$ , теплоемкость  $c$ , температуру  $t_0$ . Эта частица находится в расплаве исходного чугуна. На эту частицу действует сила гравитационного давления (архимедова сила). Этой силе противодействует сила инерции и сила лобового сопротивления. Движение частицы в расплаве происходит под действием этих сил, которое описывается уравнением:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\rho \left( \frac{dy}{dt} \right) + \frac{m}{\rho} (\rho_0 - \rho), \quad (12)$$

где  $m$  – масса частицы;  $\frac{dy}{dt}$  – скорость всплытия.

Начальные условия:  $t=0, y=0, \frac{dy}{dt} = 0$ .

Решение этого уравнения является  $y$  от  $t$ , которые определяется распределением частиц, находящихся в ковше, во времени. Масса частицы изменяется вследствие ее плавления. Тепловой процесс плавления описывается уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( r^2 \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (13)$$

Начальными условиями уравнения являются:  $t=0, T=T_0, H=c\rho T_0$ .

Граничными условиями являются:  $r=0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0$  – центр частицы,  $r=R, T=T_{fe}$ , на расстоянии первоначального радиуса частиц. Решением этого уравнения является функция распределения энтальпии во времени  $H(t, r)$ . По условию  $H(t, r)=H_L$  определяется  $r(t)$  – текущий радиус твердой частицы. По радиусу определяется масса частицы:

$$m = \rho \frac{4}{3} \pi r(t)^3 \quad (14)$$

Результат решения позволяет определить количество легирующего элемента на расстоянии  $y$  от первоначального положения слоя.

Количество легирующего элемента, перешедшего в жидкий чугун за время  $d(t)$ , определяется:

$$\frac{dm_L}{dt} = 4\pi r(t)^2 \rho \frac{dr}{dt}, \quad (15)$$

где  $\frac{dm_L}{dt}$  – плавление частицы во времени.

Это количество легирующего элемента переходит в чугун на расстояние  $y(t)$ , от начального положения.

Легирующие элементы представим, как множество сфер разного радиуса закон распределения начальных радиусов которых зададим функцией распределения:

$$n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(R - R_0)^2}{2R_0^2} \right), \quad (16)$$

где  $R_0$  – средний размер кусков легирующих компонентов.

Для практического использования разработанной математической модели на языке Delphi разработана программа по определению и получению численных результатов. При

использовании данной программы производится математический расчет процесса расплавления модификатора с учетом укладки его на дно ковша с последующим присыпанием: шлаком магнитоактивным; лигатурой ФС30РЗМ30; чугуном дробленым со шлакообразующими добавками. Данная модель позволяет получить зависимости: *высота всплытия* от времени; зависимость массы от высоты всплытия.

Согласно произведенному исследованию, перенесем все в Delphi и получим график зависимости: высота всплытия от времени (рис. 3); зависимость массы от высоты всплытия (рис. 4).

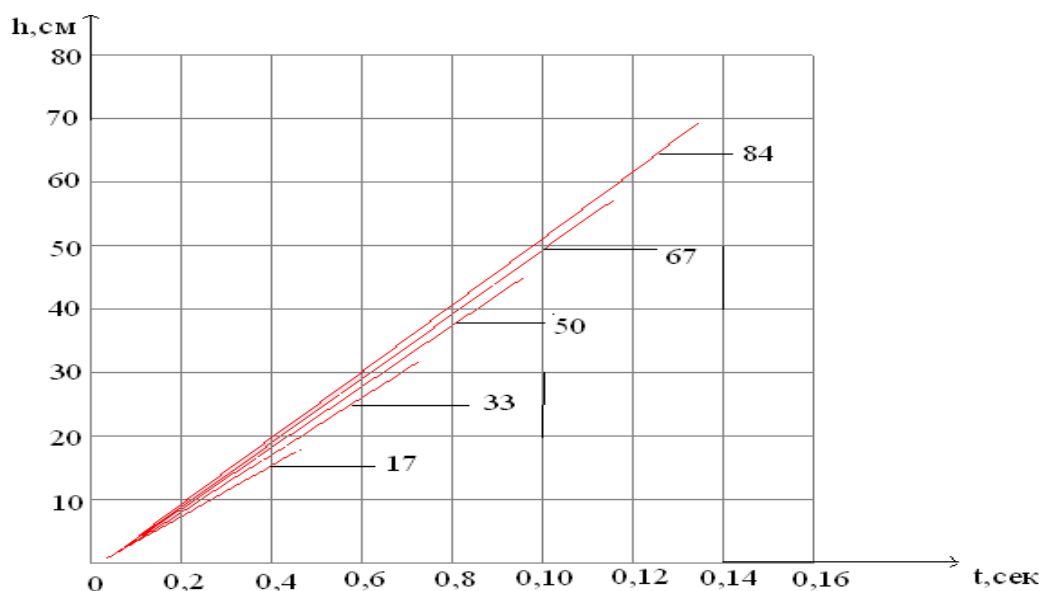


Рис. 3. График зависимости высота всплытия от времени для модификатора

Из графика (рис. 3) видно на какую высоту всплывет компонент и за какое количество времени в зависимости от массы частицы модификатора. Согласно проведенному исследованию видно, что чем больше размер и масса компонента, тем выше он всплывет.

Из графика (рис. 4) видно, что чем больше масса одного элемента модификатора, тем больше время его растворения в жидком чугуне.

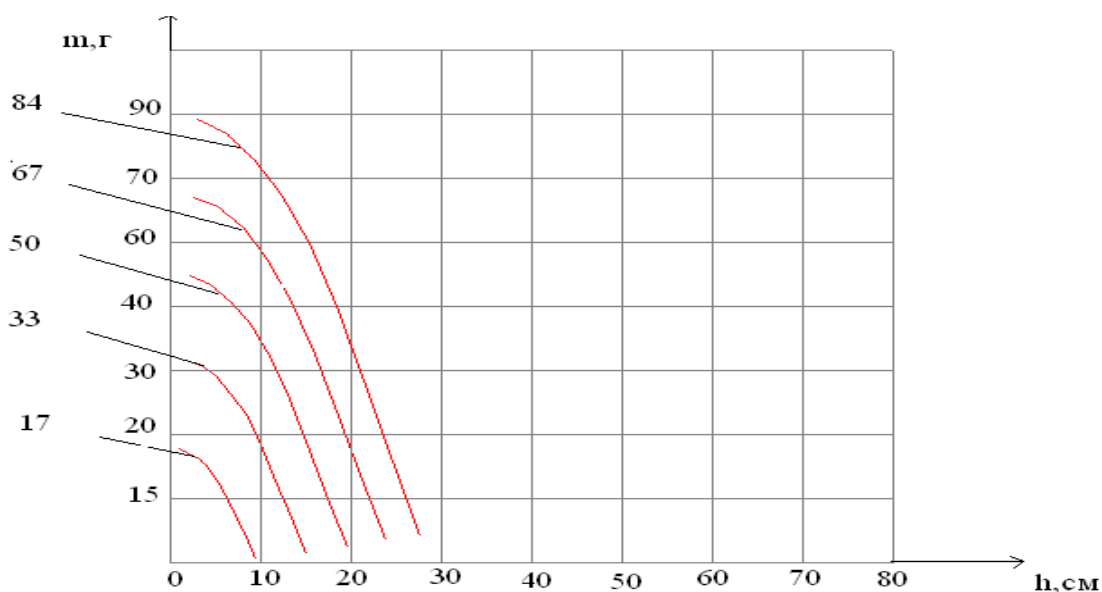


Рис. 4. Зависимость массы одного элемента модификатора от высоты всплытия

Из графика (рис. 4) видно, что чем больше масса одного элемента модификатора, тем выше высота всплытия до полного растворения.

Моделирование показало, что модификатор растворится, не успев подняться на поверхность ковша, а, следовательно, к этим условиям можно отнести тот момент, когда при сливе металла практически не будет перемешивания, получаемого в результате слива, процесс модифицирования осуществится. Теоретический расчет, на основании разработанной математической модели, позволил установить, что послойная укладка компонентов на дно ковша, наполненного расплавом исходного чугуна без последующего перемешивания всех компонентов, осуществляет растворение всех элементов, а средняя масса каждого должна находиться в пределах 10-40 г. Часть нерастворившихся компонентов в виде шлаковых композитов всплывет на поверхность зеркала металла и будет продолжать реагировать по мере того, как шлак перестает препятствовать растворению элементов.

#### Библиографический список

1. **Ковалевич, Е.В.** Эффективный модификатор для получения чугуна с шаровидным графитом // Литейное производство. – 2015. – №3. – С. 2–4.
2. **Волков, К.Н.** Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов. 2008. – 370 с.
3. **Грешилов, А.А.** Математические методы построения прогнозов / А.А. Грешилов, В.А. Стакун, А.А. Стакун. 1997. – 179 с.
4. **Джулиан Бакнелл.** Фундаментальные алгоритмы и структуры данных в Delphi / Д. Бакнелл. 2003. – 550 с.
5. **Бакженова, И.Ю.** Delphi 7. Самоучитель программиста / И.Ю. Бакженова. 2003. – 448 с.

*Дата поступления  
в редакцию 26.10.2015*

**R. N. Zenkin<sup>1</sup>, N. N. Zenkin<sup>2</sup>, A. I. Walter<sup>1</sup>**

#### **MATHEMATICAL SIMULATION OF MELTING MAGNESIUM-BEARING MODIFIER DURING MODIFICATION OF DUCTILE CAST IRON WITH SPHERICAL GRAPHITE**

Tula State University<sup>1</sup>,  
Tula, OAO "KMZ"<sup>2</sup>.

In this paper major issue which was solved by mathematical simulation of melting process is complete dissolution of magnesium-bearing modifier. After reaction the the morphology of graphite was changed by modifier changed in that case if there will be no mixing of the metal stream during pouring it into the ladle. Development of the mathematical model based on the finite difference method which allows to define the dependence of the height of ascent of time dependence of mass, and ones element of the height of ascent.

*Key words:* magnesium, high-strength cast iron, magnetoactive slag, ligature.