

УДК 330.4

О.Р. Козырев¹, Т.Д. Морозовская¹, С.Ю. Обыденнова¹,
Р.В. Шамин^{2,3}, А.Г. Шмелева^{2,3}, М.В. Шермадини³

КОНЕЧНО-АВТОМАТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева¹
МИРЭА – Российский технологический университет²
Российский университет дружбы народов³

Статья посвящена построению формальных математических моделей для некоторых инвестиционных процессов на основании конечных автоматов. Представлены понятия теории конечных автоматов, позволяющие моделировать динамику дохода предприятия при отсутствии и наличии инвестирования. Показано, что использование конечных автоматов позволяет адекватно моделировать процессы инвестиций, производить оценку и устанавливать связи между финансированием предприятия и доходом. Представлены результаты решения модельных задач, сформулирована экономико-математическая модель на основе конечных автоматов, учитывающая эффекты «памяти» для оценки эффективности инвестиций. Предложенная конечно-автоматная модель может быть использована для количественной оценки эффективности инвестиций и определения максимальной эффективности инвестиций.

Ключевые слова: конечный автомат, инвестиции, динамика доходов предприятия.

Введение

Математические модели в экономике на основе конечных автоматов рассматривались в ряде работ, например, [1]. Модели позволяют установить связь между входом (финансированием) и выходом (доходом) предприятия. Классические производственные функции описывают мгновенную связь между факторами производства и объемами выпуска продукции. Соответственно, при фиксированной производственной функции и одинаковых факторах производства объем выпускаемой продукции предполагается как постоянная величина. В действительности, однако, это не всегда верно. Как правило, с течением времени прибыль фиксированного предприятия при постоянном объеме финансирования будет снижаться [2]. Это связано с тем, что при отсутствии инвестиций снижается конкурентоспособность продукции. Поэтому возникает необходимость в математических моделях, обладающих «памятью». Адекватным математическим аппаратом для описания эффекта памяти предприятий являются конечные автоматы.

В статье рассматривается математическая модель финансирования предприятий с учетом процессов инвестирования. Именно инвестиции в предприятие позволяют не только не снижать конкурентоспособность выпускаемой продукции, но и повышать ее, что должно привести к увеличению суммарной отдачи от предприятия.

Конечно-автоматное моделирование

Конечным автоматом называется модель вычислений, в которой входная последовательность символов преобразуется в выходную последовательность символов в зависимости от внутреннего состояния автомата, которое также меняется в каждый момент времени. Конечные автоматы позволяют моделировать вычислительные процессы с памятью, поэтому они являются удобным инструментом для моделирования динамических процессов в экономике. Теории конечных автоматов посвящено большое количество работ [3, 4].

Обозначим через A конечное множество входных символов, через B – конечное множество выходных символов (результаты работы автомата), через Q – конечное множество внутренних состояний автомата. Во множестве Q выделим начальное состояние, которое обозначим через $q_0 \in Q$.

Конечный автомат работает в дискретные моменты времени, которые будем отмечать натуральными числами. Последовательность входных символов (в моменты времени $t = 1, 2, \dots$) будем обозначать следующим образом $a(1), a(2), \dots, a(k), \dots$.

Выходная последовательность обозначается $b(1), b(2), \dots, b(k), \dots$.

Внутренние состояния, начиная с момента времени $t = 0$, обозначим $q(0), q(1), q(2), \dots, q(k), \dots$. Причем $q(0) = q_0$.

Выходная последовательность и последовательность внутренних состояний задаются с помощью следующих рекуррентных уравнений:

$$b(k+1) = f(a(k), q(k)), \quad (1)$$

$$q(k+1) = g(a(k), q(k)), \quad (2)$$

где $k = 1, 2, \dots$

Сделаем важное замечание. При моделировании экономических процессов с помощью конечных автоматов в качестве множеств A, B, Q рассматриваются действительные числа или векторы из чисел. В этом случае указанные множества не будут конечными. Однако в реальных экономических задачах всегда можно рассматривать только конечный набор чисел, поэтому допустимо применять методы теории конечных автоматов.

Динамическая модель предприятия без инвестирования

Оценку динамики дохода предприятия будем рассматривать в дискретные моменты времени. Единицей отсчета времени может являться год, квартал, месяц и т. д. в зависимости от специфики предприятия. Введем шкалу времени $t_k = k, k = 1, 2, \dots$.

Через $a(k)$ обозначим финансирование предприятия для выпуска определенной продукции. Предположим, что это финансирование полностью расходуется на производство продукции, исключая инвестиции и научно-конструкторские работы.

В каждый момент времени будем считать, что предприятие находится в определенном состоянии, которое оценивается с помощью числа и обозначается $q(k), k = 1, 2, \dots$.

В качестве результата деятельности предприятия оценивается доход, который обозначим через $b(k)$.

Основная идея конечного автомата состоит в том, что результат деятельности предприятия зависит не только от финансирования, но и от текущего состояния предприятия, которое также меняется на каждом шаге. Рассмотрим следующие рекуррентные уравнения, описывающие динамику нашей модели:

$$b(k+1) = f(a(k), q(k)), \quad (3)$$

$$q(k+1) = g(a(k), q(k)). \quad (4)$$

В простейшем случае можно использовать линейные функции f, g :

$$b(k+1) = M \cdot a(k) \cdot q(k), \quad (5)$$

$$q(k+1) = \alpha \cdot q(k), \quad (6)$$

где $M > 0$ представляет собой масштабный коэффициент, а константа $\alpha > 0$ выражает динамику внутреннего состояния. При отсутствии инвестиций имеет место $\alpha \leq 1$. Если $\alpha < 1$, то состояние рассматриваемого предприятия ухудшается на каждом шаге, что соответствует снижению конкурентоспособности при отсутствии инвестиций.

На рис. 1 приведен характерный график дохода предприятия при следующих параметрах: $M = 1, q(0) = 1, \alpha = 0.9, a(k) = 10$.

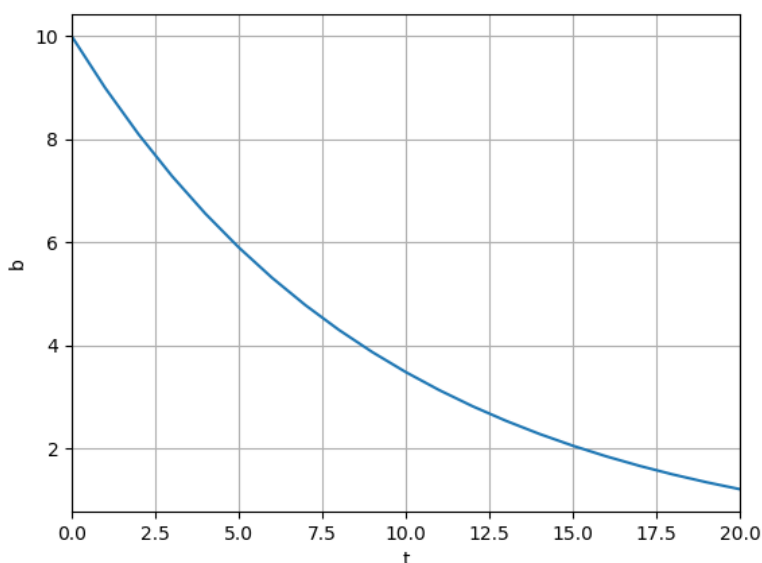


Рис. 1. Динамика дохода предприятия без процессов инвестирования

Из рис. 1 видно, что в рассматриваемом случае результативность предприятия падает с экспоненциальной скоростью, и в течение 20 временных периодов наблюдается снижение результативности в 10 раз.

Динамические процессы инвестирования

Рассмотрим теперь математическую модель на основе конечных автоматов, в которой финансирование предприятия будет включать в себя также и финансирование инвестиций. В этом случае в качестве финансирования рассматривается не одна величина, а двумерный вектор:

$$A(k) = (a^0(k), a^1(k)), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где $a^0(k)$ выражает финансирование предприятия без учета инвестирования в момент времени k , а $a^1(k)$ означает объем инвестиций в предприятие в момент времени k .

В этом случае реакция предприятия на входной вектор $a(k)$ будет описываться конечным автоматом, который определяется следующими рекуррентными уравнениями:

$$b(k+1) = M a^0(k) q(k), \quad (8)$$

$$q(k+1) = \alpha q(k), \quad \text{если } a^1(k) = 0, \quad (9)$$

$$q(k+1) = \beta(a^1(k)) q(k), \quad \text{если } a^1(k) > 0, \quad (10)$$

где $\beta(x) > 1$ – функция, выражающая улучшение состояния предприятия при инвестировании в объеме x .

Рассмотрим пример моделирования на основании представленного автомата. Пусть $q(0) = 1$, $\alpha = 0.98$, $M = 1$, $\beta(x) = 1 + 0.1x$. В качестве финансирования будем использовать последовательности:

$$a^0(k) = 10, \quad k = 1, 2, \dots, 20;$$

$$a^1(k) = 0, \quad k = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19;$$

$$a^1(k) = 1, \quad k = 5, 10, 15.$$

Результат численного моделирования с учетом представленных характеристик автомата приведен на рис. 2.

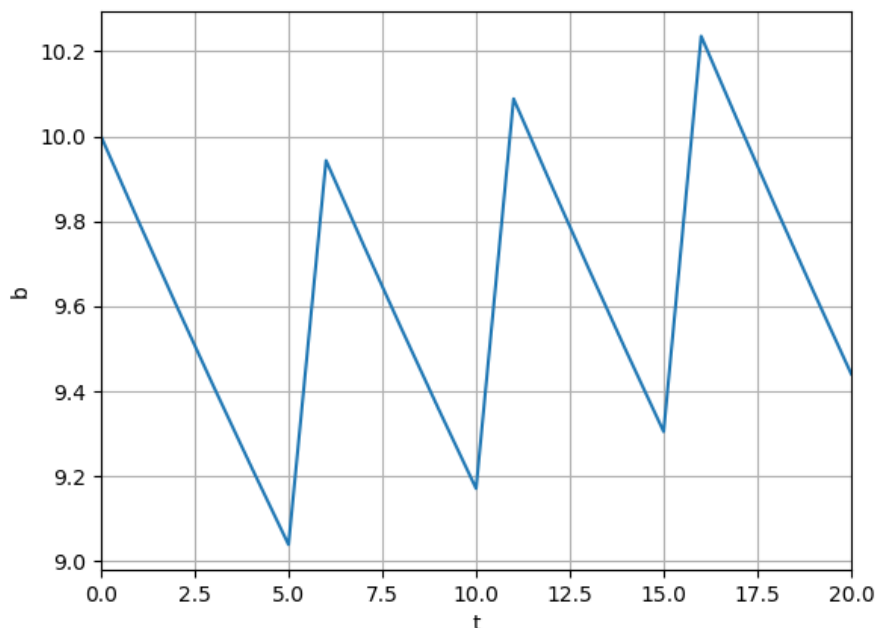


Рис. 2. Динамика дохода предприятия при наличии инвестирования

На рис. 2 видно, что результативность предприятия резко увеличивается после инвестирования. Разумеется, приведенный расчет является только модельным. В реальных ситуациях необходимо использовать более точные функции перехода в конечном автомате.

Оценка эффективности инвестиций

При моделировании процессов инноваций необходимо учитывать не только получаемый доход предприятия, но и расходы, которые включают в себя суммы инвестиций. Для этого введем в рассмотрение функцию прибыли предприятия:

$$T = (b(1) - a^0(1) - a^1(1)) + (b(2) - a^0(2) - a^1(2)) + \dots + (b(K) - a^0(K) - a^1(K)), \quad (11)$$

где K – количество отсчетов времени, в которые оценивается деятельность предприятия.

Для оценки эффективности инвестиций рассмотрим величину:

$$\Delta = T - T^0, \quad (12)$$

где T^0 рассчитывается по следующей формуле:

$$T^0 = (b(1) - a^0(1)) + (b(2) - a^0(2)) + \dots + (b(K) - a_0(K)). \quad (13)$$

Здесь предполагаем, что величины $b(k)$ в формуле для T^0 являются результатом работы конечного автомата, где $a^1(k) = 0$.

Если величина $\Delta > 0$, то инвестиции в предприятие оказываются оправданными на рассматриваемом временном интервале. Если же $\Delta \leq 0$, то инвестиции будут неоправданными.

Оптимизационная задача

Используя методы конечных автоматов для оценки эффективности инвестиций предприятий, можно рассматривать оптимизационную задачу распределения инвестиций. Использование экономико-математических моделей на основе конечных автоматов позволяет учитывать эффекты «памяти» для оценки отдачи от инвестиций для предприятий.

Величина Δ , которая указывает на общую эффективность инвестиций на рассматриваемом временном интервале, зависит от последовательности $A^1 = (a^1(1), a^1(2), \dots, a^1(K))$.

Таким образом, получаем, что $\Delta = \Delta(A^1)$, и можно сформулировать оптимизационную задачу следующим образом:

$$\Delta^* = \max \{ \Delta(A^1) : A^1 \in W \} = \Delta(A^{1*}), \quad (14)$$

где W – это множество, задающее допустимые последовательности инвестиций. При этом величина Δ^* представляет собой максимальную эффективность инвестиций, а последовательность A^{1*} указывает на последовательность инвестиций, которая реализует максимальную эффективность.

Заметим, что указанный максимум всегда существует, поскольку в экономико-математических моделях используются конечные множества и, соответственно, множество W также будет конечным. Вопрос о том, каким образом строится множество W , может быть довольно сложным, поскольку при его определении необходимо использовать различные внутренние ограничения, связанные с устройством предприятия и его финансирования.

Заключение

В статье рассматриваются математические модели на основе конечных автоматов для моделирования связи между финансированием предприятия и доходом предприятия. Использование конечных автоматов позволяет учитывать эффекты памяти при финансировании предприятий. С помощью предложенных моделей рассматриваются динамические процессы инвестирования.

Показано, что с помощью моделей на основе конечных автоматов можно количественно оценивать эффективность инвестиций в рассматриваемое предприятие. На основании этой оценки сформулирована общая оптимизационная модель, которая показывает потенциальную эффективность инвестиций.

Представленные результаты получены при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-06-00300-а.

Библиографический список

1. **Silva, J.M.** Finite State Machine Modelling of the Macro-Economy/ J.M. Silva, J.A. Pereira // Journal of Advanced Management Science. – 2017. – Vol. 5, № 5. – P. 333-337.
2. **Shamin, R.V.** The Mathematical Model of the Law on the Correlation of Unique Competencies with the Emergence of New Consumer Markets / R.V. Shamin, A.A. Chursin, L.A. Fedorova // European Research Studies Journal. – 2017. – Vol. 20, iss. 3, pt. A. – P. 39-56.
3. **Gill, A.** Introduction to the Theory of Finite-state Machines / A. Gill. – New York: McGraw-Hill, 1962. – 270 p.
4. **Ginsburg, S.** An Introduction to Mathematical Machine Theory. / S. Ginsburg. – Addison-Wesley, 1962. – 157 p.

*Дата поступления
в редакцию: 30.11.2018*

O.R. Kozyrev¹, T.D. Morozovskaya¹, S.Yu. Obydenova¹,
R.V. Shamin^{2,3}, A.G. Shmeleva^{2,3}, M.V. Shermadini³

INNOVATION EFFECTIVENESS QUANTITATIVE ASSESSMENT

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alekseev¹
MIREA – Russian technological university²,
Peoples' friendship university of Russia³

Purpose: Finite state machine theory usage in investment processes mathematical modeling is considered.

Design/methodology/approach: Investments analysis is provided on the finite state machine model basis.

Findings: It is shown that on top of finite state machines theory it is possible to model enterprises investment processes.

Research limitations/implications: The proposed approach allows assess the connection between enterprise financing and income.

Originality/value: The model, considered in the article, can be used for quantitative investment effectiveness assessment and investment effectiveness maximum assessment.

Key words: finite state machine, investments, enterprise income dynamics.