УДК 519.63

Е.С. Тятюшкина

ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ КАВЕРНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ ПРИ ПАДЕНИИ ТЕЛА

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Представлены результаты численного исследования изменений параметров каверны в зависимости от угла входа тела в воду. Расчеты выполнены в рамках уравнений Навье-Стокса с использованием вычислительного комплекса ЛОГОС. Изучены размеры области возмущения и выявлены закономерности изменения параметров каверны. Представлены картины изменения водной поверхности, а также графики зависимости параметров каверны от скорости входа и от угла входа тела в воду. Показано, что существует критическая скорость, до достижения которой параметры изменяются интенсивно, и после ее достижения рост параметров практически прекращается. На основе результатов численного моделирования построена функция, которая описывает изменения параметров каверны от скорости и от угла входа тела в воду.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, поверхностные волны, падение тела, каверна, скорость падения, угол падения, закономерность.

Введение

Исследованиям взаимодействия тел с жидкостью, в частности, при вхождении метеорита в воду, посвящены многие работы [1-5]. В них приводятся аналитические и численные решения, результаты экспериментальных и лабораторных исследований. Взаимодействие тела с поверхностью жидкости и его дальнейшее погружение определяется многими факторами: скоростью и углом вхождения тела, массой и формой тела, физическим состоянием воздушной и жидкой сред в момент взаимодействия, свойствами тела и многими другими факторами, учет влияния которых существенно усложняет анализ. В исследованиях падения тел в воду основными изучаемыми характеристиками являются силы, действующие на тело, и параметры возникающих волн на поверхности воды. Для аналитических оценок популярной моделью является теория идеальной жидкости без учета влияния воздуха [2], позволяющая рассчитать волновое поле, а также волновое сопротивление.

В работе [6] представлены результаты численного исследования падения тела в воду при различных углах входа и разных скоростях. Для численных экспериментов используется модель, основанная на уравнениях Навье-Стокса для многофазных течений со свободной поверхностью. В рамках этой модели исследован процесс генерации возмущений в воде и на ее поверхности, и определены размеры области возмущения. Показано, что изменение параметров каверны наиболее интенсивно происходит при углах падения тела в воду более 20° и подчиняется квазилинейному закону. Интенсивность изменения растет по мере увеличения скорости, а тенденция линейного изменения сохраняется.

Исследования работы [6] были проведены для падения тела одного диаметра с разными скоростями. Наиболее полную картину закономерности изменения параметров каверны можно получить, исследуя процесс падения тел разного диаметра с различными скоростями в бассейны различной глубины. В настоящей работе представлены результаты численного моделирования вхождения тела в воду с диаметрами 1 м, 5 м, 10 м и 20 м под углами 20° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° со скоростями 50 м/с, 100 м/с, 200 м/с, 500 м/с и 1000 м/с. Моделирование проводилось с целью исследования закономерностей изменения параметров образовавшейся каверны, а именно: глубины каверны, внутреннего и внешнего радиусов, а также высот возникающих волн.

[©] Тятюшкина Е.С.

Основные уравнения и метод расчета

Рассмотрим систему «воздух-вода» как совокупность двух несжимаемых сред, разделенных границей раздела. Будем использовать односкоростное приближение, в котором уравнение неразрывности и уравнение сохранения импульса едины, как для воды, так и для воздуха, и решаются для результирующей среды, свойства которой линейным образом зависят от объемной доли [7]. Такой подход достаточно распространен и дает хорошие результаты при решении задач со свободной поверхностью [8, 9], в том числе и для волн цунами [10, 11].

В рамках этого приближения движение данной системы описывается уравнениями Навье-Стокса, включающими уравнения неразрывности, сохранения импульса, а также уравнением для объемных долей фаз [8, 15, 19] (1):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{k} \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u} = -\nabla \cdot \sum_{k} \left(\alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u} \mathbf{u} \right) + \nabla \cdot \sum_{k} \left(\alpha^{(k)} \mu^{(k)} \nabla \mathbf{u} \right) - \nabla p + \sum_{k} \alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{g},$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial t} \alpha^{(k)} \rho^{(k)} + \nabla \cdot \left(\alpha^{(k)} \rho^{(k)} \mathbf{u} \right).$$

где **u** – трехмерный вектор скорости, $\rho^{(k)}$ – плотность фазы k, $\alpha^{(k)}$ – ее объемная доля, $\sum_{k} \alpha^{(k)} = 1$), p – давление, $\mu^{(k)}$ – молекулярная вязкость фазы k, **g** – ускорение свободного

падения.

Данная система решается без использования осреднения по Рейнольдсу и последующего замыкания уравнений для моментов турбулентности, т.е. турбулентность разрешается прямым численным моделированием (DNS – Direct Numerical Simulation). Это позволяет разрешить турбулентные структуры, минимальный масштаб которых определяется сеточным разрешением. Для сеточных моделей, используемых при расчетах в рамках данной статьи, разрешиваются только достаточно крупные вихри. Поскольку целью расчетов является анализ параметров источника до начала обрушения образовавшейся каверны и образования мелких вихрей, то данный подход можно считать справедливым. Отметим здесь, что, так как разрешиваются только крупные вихревые структуры, ослабляются достаточно жесткие требования, предъявляемые к схемной вязкости и диссипативности численных схем, которые необходимо использовать для моделирования турбулентных течений [13, 14].

Дискретизация системы уравнений (1) осуществляется методом конечных объемов на произвольной неструктурированной сетке, а для ее численного решения используется полностью неявный метод [15, 18, 19], основанный на известном алгоритме SIMPLE [16, 17]. Моделирование течений со свободной поверхностью подразумевает определенные модификации алгоритма SIMPLE. Описание основных формул модифицированного алгоритма SIMPLE, граничных условий и реализации в пакете программ ЛОГОС детально описано в [15, 18, 19]. Для моделирования движения тела используется подход, основанный на применении многообластных сеток с перекрытиями (сетки «Химера») [20, 21]. В этом случае, основная расчетная область представляет собой «базовую» сетку, по которой движется отдельная расчетная сетка, окружающая твердое тело. Полученные геометрические модели объединяются в одну сетку, представляющую исходную задачу. Взаимодействие «базовой» и дополнительной сеток осуществляется с использованием интерполяционного шаблона, предназначенного для корректного взаимодействия топологически несвязанных регионов. Одним из достоинств данного подхода является возможность использования достаточно больших расчетных областей. Сеточное разрешение может быть грубым в областях, расположенных вдалеке от твердого тела, тогда как в его окрестности строится расчетная сетка с подробным разрешением. Отслеживание границ твердого тела происходит автоматически.

Описанная физико-математическая модель реализована в пакете программ ЛОГОС – отечественном программном продукте, предназначенном для решения сопряженных трехмерных задач конвективного тепломассопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [17]. Параллельная реализация модели основана на алгебраическом многосеточном методе [18, 22], позволяющем эффективно использовать сотни вычислительных ядер, а также существенно улучшить сходимость численного метода [22]. Пакет программ ЛОГОС ориентирован на решение задач вычислительной гидродинамики на произвольных неструктурированных сетках. Пакет программ ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач, включая расчеты турбулентных [13, 14, 23] и геофизических течений [6, 11, 15].

Моделирование возмущений при падении тел в воду в различных условиях

Рассмотрим падение сферических твердых тел диаметрами 1 м, 5 м, 10 м и 20 м в воду при различных скоростях падения и под различными углами атаки. Плотность тел взята равной 3,3 г/см³, параметры воды и воздуха стандартные. Расчетная область – цилиндр диаметром 1400 м и высотой 600 м представляет собой неструктурированную трехмерную сетку, состоящую из усеченных многогранников произвольной формы (рис. 1). Расчетная сетка построена средствами препроцессора пакета программ ЛОГОС.

Невозмущенная глубина воды равна 100 м. Высота невозмущенного воздушного потока над уровнем воды составляет 500 м. На рис. 1 представлена расчетная сетка, характерный размер ячейки которой был выбран 50 м. Для более детального разрешения образовавшейся каверны было построено несколько сеточных блоков со сгущением, характерные размеры ячеек в которых были следующими: от -100 до 210 м по вертикали $-\Delta z = 5$ м; от -5 м до 150 м $-\Delta z = 1$ м, от 210 м до 320 м $-\Delta z = 10$ м. Данные размеры представлены для сетки, построенной для моделирования падения тела диаметром 10 м. Сеточные модели для тел других диаметров, строились аналогично, изменялись только размеры ячеек в дополнительных сеточных блоках.



Рис. 1. Модельная дискретная область

Расчеты проводились с начальной скоростью вхождения тела в воду 50 м/с, 100 м/с, 200 м/с, 500 м/с и 1000 м/с, угол входа равен 20°, 30°,45°, 60°, 75°, 90° относительно поверхности воды, диаметр тела – 1 м, 5 м, 10 м и 20 м. Полет тела в воздухе не моделируется, движение тела начинается от поверхности воды, а при достижении дна тело автоматически останавливается.

На рис. 2 представлены картины изменения водной поверхности при моделировании падения тел диаметрами 1 м и 10 м вертикально вниз. При падении тела вертикально вниз образовавшаяся каверна имеет симметричную структуру (рис. 2). Детальный анализ вертикального падения тела в воду в рамках данной модели приведен в [24]. Отметим, что карти-

ны изменения водной поверхности для тел всех диаметров примерно одинаковы, поэтому здесь приведены только для тел диаметрами 1 м и 10 м со скоростями падения 50 м/с, 100 м/с и 200 м/с.



Рис. 2. Падение тела вертикально вниз: a - 1 м; $\delta - 10$ м (скорости 50 м/с, 100 м/с, 200 м/с (слева направо), красная фаза – вода, синяя – воздух)

Структура каверны при падении тела характеризуется такими параметрами, как глубина, внутренний и внешний радиусы и высота волн, на «краях» каверн (рис. 3): R_{in} – внутренний радиус каверны, R_{out} – внешний радиус каверны, H_{in} – глубина каверны, H_{out} – высота подъема каверны.



Рис. 3. Основные параметры каверны, образованной при вертикальном падении

Оценить закономерность изменения каверны можно именно по этим параметрам. Слишком точно определить величины этих параметров для произвольного падения тела весьма проблематично ввиду размытости границ, поэтому здесь приводятся приблизительные (оценочные) данные.

На рис. 4 представлена логарифмическая зависимость параметров каверны от скорости падения для вертикального падения тела. Наиболее интенсивно изменения параметров каверны происходит до скорости 200 м/с, дальше их рост слабее. Таким образом, для всех диаметров при достижении определенной критической скорости в дальнейшем параметры каверны почти не меняются, а до достижения этой критической скорости, они меняются квазилинейно, что соответствует исследованиям в статье [6]. Так как на графиках (рис. 4) наблюдается квазилинейная зависимость до скорости 200 м/с, можно попробовать подобрать определенную функцию, которая описывала бы изменения параметров каверны. Численные расчеты показали, что все геометрические размеры каверны в зависимости от скорости движения тела V близки к степенной зависимости: \sqrt{V} до критической скорости 200 м/с, а свыше – к зависимости $V^{3/10}$.





Рис. 5. Падение тела диаметром 10 м: *a* – 100 м/с; *б* – 500 м/с; *в* – 1000 м/с (слева направо угол падения 20°, 30°, 45°, 60°, 75°, красная фаза – вода, синяя – воздух)

На рис. 5 представлены картины изменения водной поверхности при моделировании падения тел диаметром 10 м под углами 20°, 30°, 45°, 60°, 75°. Для других диаметров картины выглядят аналогично.

При вхождении тела в воду под углом перед ним наблюдается сильный всплеск, в то время как за телом всплеск практически не наблюдается или существенно меньше переднего всплеска (рис. 6). По мере увеличения скорости падения высота переднего всплеска увеличивается, увеличивается также глубина каверны. Передний всплеск имеет «серповидную» форму и поэтому будет обрушаться как на внутреннюю сторону каверны, так и на внешнюю по ходу падения тела.

При угле падения 20° каверны почти не наблюдаются. Увеличение угла падения уменьшает величину переднего всплеска и увеличивает величину заднего, при этом увеличивается размер полной каверны. При увеличении угла падения форма передней волны меняется: от «серповидной» переходит к вертикальному всплеску вверх. Обрушение этого всплеска будет происходить по схеме падения тела вертикально вниз с уклоном на внутреннюю часть каверны, практически не захватывая внешней ее стороны по ходу падения тела. Во внутреннюю часть каверны будет обрушаться и задний всплеск. При увеличении угла падения до 75° задний всплеск еще увеличивается и становится незначительно ниже переднего.

На рис. 7 представлены логарифмические зависимости параметров каверны (рис. 6), образованной падением тела под углом, от угла падения.



Рис. 6. Основные параметры каверны, образованной падением тела под углом

Из представленных графиков (рис. 7) видно, что с увеличением угла входа внешний и внутренний радиус каверны уменьшаются, передний всплеск также уменьшается, а глубина каверны увеличивается.

Для зависимости параметров каверны от угла входа тела также можно подобрать степенную аппроксимацию (рис. 7), которая описывала бы изменения параметров каверны. Для внутреннего и внешнего радиусов, а также для высоты всплеска эта зависимость близка к $\alpha^{-9/5}$, а для глубины каверны $\alpha^{6/5}$, где α – угол входа тела в воду.



Рис. 7. Логарифмическая зависимость параметров каверны от угла при падении тел со скоростью: *a* –100 м/с; *б* –500 м/с; *в* – 1000 м/с диаметрами

(^{**} - 1 м, ^{*} - 5 м, ^{**} - 10 м, **--** - степенная аппроксимация)

Заключение

В работе представлены результаты численного исследования падения тел разных диаметров в воду при различных углах входа и разных скоростях. Для численных экспериментов используется модель, основанная на уравнениях Навье-Стокса для многофазных течений со свободной поверхностью. Модель основана на односкоростном приближении и базируется на полностью неявной связи скорости и давления.

В рамках этой модели исследован процесс генерации возмущений в воде и на ее поверхности, и определены размеры области возмущения. Показано, что при угле падения тела в воду 20° каверны почти не наблюдается, а наиболее интенсивно изменение параметров каверны происходит после 20° и подчиняется квазилинейному закону. Показано, что скорость падения тела 200 м/с является критической, т.е. наиболее сильно изменения параметров происходит до этой скорости, дальше их рост слабее.

При увеличении угла входа внешний и внутренний радиус каверны уменьшаются, передний всплеск также уменьшается, а глубина каверны увеличивается.

Также показано, что экспериментальным путем можно выявить параметризацию, которая бы хорошо описывала изменения параметров каверны. Для зависимости параметров от скорости падения были выявлены степенные аппроксимации $V^{1/2}$, описывающая изменение параметров до достижения критической скорости 200 м/с, и $V^{3/10}$, описывающая изменение параметров после достижения критической скорости, где V – скорость падения тела. Для зависимости параметров каверны от угла входа тела подобрана аппроксимации вида $\alpha^{-9/5}$ – для внутреннего и внешнего радиусов, а также для высоты всплеска, и $\alpha^{6/5}$ – для глубины каверны (α – угол входа тела в воду).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке научных исследований молодых российских ученыхдокторов наук МД-4874.2018.9 и ведущих научных школ Российской Федерации НШ-2685.2018.5.

Библиографический список

- 1. Aristoff, J.M. The water entry of decelerating spheres / J.M. Aristoff, T.T. Truscott, A.H. Techet, J.W.M. Bush // Physics of Fluids. 2010. V. 22. P. 032102.
- 2. Shuvalov, V.V. Numerical Modeling of Marine Target Impacts / V.V. Shuvalov, I.A. Trubestkaya // Solar System Research. – 2002. – V. 36. – №. 5. – P. 417-430.
- 3. **Gekle, S.** Supersonic Air Flow due to Solid-Liquid Impact / S. Gekle, I.R. Peters, J.M. Gordillo, D. van der Meer, D. Lohse // Physical Review Letters. 2010. V. 104. P. 024501.
- 4. Aristoff, J.M. On falling spheres: the dynamics on water entry and descent along a flexible beam / J.M. Aristoff // PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- Pierazzo, E. Validation of numerical codes for impact and explosion cratering: Impacts on strengthless and metal targets / E. Pierazzo, N. Artemieva, E. Asphaug, E.C. Baldwin, J. Cazamias, R. Coker, G.S. Collins, D.A. Crawford, T. Davison, D. Elbeshausen, K.A. Holsapple, K.R. Housen, D.G. Korycansky, K. Wunemann // Meteoritics & Planetary Science. – 2008. – V. 43. – №. 12. – P. 1917–1938.
- 6. Козелков, А.С. Влияние угла входа тела в воду на высоты генерируемых волн / А.С. Козелков, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 166-176.
- 7. **Hirt, C.W.** Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries / C.W. Hirt, B.D. Nichols // Journal of Computational Physics. 1981. V. 39. P. 201-225.
- 8. **Ubbink, O.** Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces / O. Ubbink // PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering Imperial College of Science, Technology & Medicine, 1997.
- Waclawczyk, T. Remarks on prediction of wave drag using VOF method with interface capturing approach / T. Waclawczyk, T. Koronowicz // Archives of civil and mechanical engineering. 2008. V. 8. P.5-14.

- Horrillo, J. A simplified 3-D Navier-Stokes numerical model for landslide-tsunami: Application to the Gulf of Mexico / J. Horrillo, A. Wood, G.B. Kim, A. Parambath // Journal of Geophysical Research: Oceans. – 2013. – V. 118. – P. 6934–6950.
- 11. Козелков, А.С. Моделирование возмущений в озере Чебаркуль при падении метеорита в 2013 году / А.С. Козелков, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 6. С. 134-143.
- Khrabry, A.I. Free surface flow computations using the MCICSAM scheme added with a sharpening procedure / A.I. Khrabry, E.M. Smirnov, D.K. Zaytsev // Proceedings of the 6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2012), Vienna, Austria, 10-14 September 2012.
- 13. Козелков, А.С. Численная схема для моделирования турбулентных течений несжимаемой жидкости с использованием вихреразрешающих подходов / А.С. Козелков, В.В. Курулин // Вычислительная математика и математическая физика. – 2015. – Т. 55. – № 7. – С. 135-146.
- Козелков, А.С. Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей / А.С. Козелков, В.В. Курулин, О.Л. Пучкова, Е.С. Тятюшкина // Математическое моделирование. – 2014. – Т. 26. – № 8. – С. 81–96.
- 15. Козелков, А.С. Методика численного моделирования цунами оползневого типа на основе уравнений Навье-Стокса / А.С. Козелков// Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9. – № 2. – С. 218-236.
- 16. Ferziger, J.H. Computational Method for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric. New York: Springer-Verlag, 2002, 423 p.
- 17. Волков, К.Н. Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач вязкой несжимаемой жидкости / К.Н. Волков, А.С. Козелков, С.В. Лашкин, Н.В. Тарасова, А.В. Ялозо // Вычислительная математика и математическая физика. 2017. Т. 57. № 12. С. 2079-2097.
- Kozelkov, A.S. Three dimensional numerical simulation of tsunami waves based on the Navier-Stokes equations / A.S. Kozelkov, V.R. Efremov, A.A. Kurkin, E.N. Pelinovsky, N.V. Tarasova, D.Yu. Strelets // Science of tsunami Hazards. – 2017. – V. 36. – №. 4. – P.183-196.
- Kozelkov, A.S. An implicit algorithm of solving Navier–Stokes equations to simulate flows in anisotropic porous media / A.S. Kozelkov, S.V. Lashkin, V.R. Efremov, K.N. Volkov, Yu.A. Tsibereva, N.V. Tarasova // Computers and Fluids. – 2018. – V. 160. – P. 164–174.
- Benek, J.A. A 3-D Chimera Grid Embedding Technique / J.A. Benek, P.G. Buning, J.L. Steger // AIAA Paper. – 1985. – P 85-1523.
- Wang, Z.J. A Fully Automated Chimera Methodology for Multiple Moving Body Problems / Z.J. Wang, V. Parthasarathy // International Journal for Numerical Methods in Fluids. – 2000. – V. 33. – № 7. – P. 919-938.
- 22. Козелков, А.С. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях / А.С. Козелков, Р.М. Ша-галиев, В.В. Курулин, А.В. Ялозо, С.В. Лашкин // Вычислительная математика и математическая физика. 2016. Т. 56. № 8. С. 1524–1535.
- 23. Козелков, А.С. Зонный RANS–LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений / А.С. Козелков, А.А. Куркин, О.Л. Крутякова, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 24-33.
- 24. Козелков, А.С. Моделирование цунами космогенного происхождения в рамках уравнений Навье-Стокса с источниками различных типов / А.С. Козелков, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский, В.В. Курулин // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2015. – № 2. – С. 142-150.

Дата поступления в редакцию: 17.04.2019

E.S. Tyatyushkina

INVESTIGATION OF PARAMETERS OF A CAVITY ON WATER SURFACE IMPACTED BY A FALLEN BODY

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev

Purpose: The paper discusses the effect of the dimensions, velocity and water entry angle of a body on the parameters of a cavity on the water surface generated by the body fallen from a height.

Design/methodology/approach: Physical-mathematical and computational models for the simulation of flows of a viscous incompressible fluid with a free surface form the basis for the numerical investigations.

Results: Regularities have been revealed in the variation of parameters depending on the body dimensions, its velocity and angle of water entry.

Area of applicability: The obtained results may be useful for the simulation of bodies entering water from a height.

Key words: Navier-Stokes equations, surface waves, fall of a body, cavity, velocity of fall, angle of entry from a height, regularity.