

А.В. Грошев

## СУБОПТИМАЛЬНЫЙ РОБАСТНЫЙ ПОДХОД К ФИЛЬТРАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕГАУССОВСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ КОМПЛЕКСНЫХ ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ

ПАО АНПП «Темп-Авиа»

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Предложен подход к логике функционирования бортового дискретного фильтра Калмана с использованием субоптимальных и адаптивно-робастных методов обработки информации для беспилотных летательных аппаратов с измерителями средней и низкой точности при недетерминированности измерений потребителя спутниковой навигационной системы и негауссовском распределении ошибок измерений в условиях радиоэлектронного противодействия. Рассмотрен метод идентификации ложной информации измерителя с использованием нормированных ошибок априорных оценок выхода фильтра Калмана на интервале времени. Приводятся результаты реализации и испытаний разработанных алгоритмов для бортовых вычислителей ряда систем на комплексе цифрового математического моделирования, а также результаты натурных испытаний.

*Ключевые слова:* инерциально-спутниковые системы, негауссовское распределение ошибок, дискретная субоптимальная фильтрация.

### Введение

Основным требованием к разработке бортовых систем навигации и автоматического управления (СНАУ) высокодинамичными беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) является обеспечение системы управления точной достоверной навигационной информацией о местоположении и параметрах движения объекта. Повышение информационной надежности СНАУ, наряду с повышением точности местоопределения, в настоящее время является важнейшей задачей для разработчиков специальных типов перспективных БПЛА. Информационная надежность тесно связана с целостностью навигационных определений, отражающей способность навигационного комплекса непрерывно поддерживать требуемые тактико-технические характеристики в изменяющихся условиях эксплуатации. Для широкого круга СНАУ данная задача может быть решена только за счет использования комплексной информации с нескольких измерителей различной физической природы.

Базовой системой навигационного контура в высокоточных БПЛА являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). Они могут обеспечить бортовых потребителей всей совокупностью данных о параметрах движения летательного аппарата. Блок инерциальных чувствительных элементов (БЧЭ), в состав которого входят датчики угловых скоростей (ДУС) и датчики линейных ускорений – акселерометры, позволяет решать задачи навигации объектов, движущихся по поверхности Земли и в околоземном пространстве в широких диапазонах линейных и угловых скоростей. Такие достоинства БИНС, как высокая информативность и универсальность, определяющая всю совокупность пилотажно-навигационных параметров, полная автономность, высокая помехозащищенность, высокая скорость выдачи информации и отсутствие ограничений по углам эволюции аппарата, позволяют существенно повысить технические характеристики навигационных систем БПЛА [1].

В связи с неограниченным во времени ростом погрешностей определения навигационной информации, обусловленным инструментальными погрешностями БЧЭ, для достижения высокой точности измерений требуется комплексирование с измерителями неинерци-

альной природы. Всепогодность, высокая точность и широкий спектр определяемых параметров способствуют внедрению аппаратуры потребителей спутниковых навигационных систем (АП СНС) во все перспективные высокоточные изделия. Измерения АП СНС, как правило, не обладают ни высокой частотой, ни информацией о параметрах ориентации; вместе с тем, их ошибки не имеют тенденции к росту и в общем случае представляют собой белый шум с математическим ожиданием, близким к нулевому. Поэтому их удобно использовать для оценки ошибок БИНС в процессе движения. При потере сигнала от СНС полученные оценки ошибок БИНС экстраполируются во времени, и с их помощью удается компенсировать погрешности автономно рассчитанных навигационных определений с достаточно высокой точностью.

Основным недостатком данных систем при их функционировании в сложных условиях является подверженность помехам. Радиоэлектронное противодействие приводит к полному изменению диаграммы направленности антенны АП СНС, снижению отношений сигнал/шум (вплоть до полного подавления АП СНС, в зависимости от уровня помех), либо замене достоверных навигационных определений теми, которые отправил атакующий излучатель. Стохастичность ошибок измерений АП СНС, в свою очередь, приводит к ошибкам оценок погрешностей БИНС, а также, возможно, к расходимости фильтра Калмана (ФК).

### **Радиоэлектронное противодействие и его влияние на оценки ошибок БИНС в составе комплексных навигационных систем**

Выделяют два вида преднамеренных помех, которые могут воздействовать на АП СНС [2].

«Энергетические» помехи (*jamming*) – радиопомехи, предназначенные для нарушения работы АП СНС путем подавления полезного информационного сигнала. Этот тип включает в себя любые действия, направленные на нарушение функционирования самой СНС, атаку на спутники и наземную инфраструктуру управления [3, 4]. Такие помехи не позволяют измерить с необходимой точностью параметры сигналов, несущих информацию о пространственном положении, параметрах движения и т.д. Для создания широкополосных помех достаточно лишь приблизительно знать диапазоны рабочих частот подавляемых систем, поэтому разведывательная аппаратура, управляющая передатчиками помех, будет относительно простой [5]. Поскольку при одной и той же спектральной плотности мощности помеховых сигналов при создании прицельных узкополосных помех можно получить значительно меньшие массогабаритные характеристики аппаратуры по сравнению с реализацией заградительных помех, «jamming» чаще всего используются для индивидуальной защиты летательных аппаратов.

«Имитационные» помехи (*spoofing*) – радиопомехи, предназначенные для передачи ложной информации на АП СНС путем генерации специальными источниками сигналов, аутентичных сигналам СНС [6]. На практике энергетические помехи реализуются проще и надежнее, однако любое такое воздействие на радиооборудование легко распознается и, следовательно, может быть учтено. Spoofing-помехи, формируемые «генераторным» или «ретрансляционным» методом, являются более опасными, чем энергетические, поскольку их воздействие приводит к формированию ложной навигационной информации.

Основные проблемы в комплексной измерительной системе возникают при приближении к пределу помехозащищенности приемника. В этот временной интервал у АП СНС с высокой вероятностью наблюдаются нестационарные измерения различного характера, которые, прежде чем привести к подавлению приемника, искажают оценки ошибок автономной БИНС в фильтре Калмана; их экстраполяция во времени приводит к недопустимой потере точности навигационной системы.

Результаты анализа функционирования различных приемников при их натуральных испытаниях позволяют выделить наиболее характерную для АП СНС сбойную информацию:

1) простого характера:

- единичные выбросы;
- залипания;
- линейные и нелинейные уводы;
- шумы измерений АП СНС с повышенным среднеквадратичным отклонением (СКО);

2) сложного характера:

- переходные процессы с возможным перерегулированием в каналах вектора скорости в момент выхода АП СНС на режим навигации;
- гармонические низкочастотные колебания в координатных или скоростных каналах различной амплитуды;
- негауссовское распределение ошибок измерений различного уровня и интенсивности в разных каналах;
- отключения АП СНС на разворотах или в моменты выдачи АП СНС сбойной информации, приводящие к недоверным оценкам ошибок в векторе состояния;
- вероятная выдача полностью недоверных навигационных определений (spoofing).

Целью исследований является разработка алгоритма для обеспечения безызбыточной инерциально-спутниковой системой низко-средней точности заданной траектории полета и точности приведения в заданную точку, а также заданных свойств надежности в условиях сбоев и ошибок АП СНС.

### **Модернизация оптимального дискретного фильтра Калмана в субоптимальный робастный алгоритм в условиях негауссовского распределения ошибок измерений**

В качестве средства для комплексной обработки информации БИНС и АП СНС используем дискретные линейные уравнения оптимальной калмановской фильтрации, поскольку они устойчивы и весьма удобны с вычислительной точки зрения для реализации в составе реальной бортовой цифровой вычислительной системы (БЦВС). В условиях статистической и параметрической неопределенности реализация интеграционных свойств на базе такого аппарата связана с рядом трудностей, обусловленных возможной потерей точности и целостности системы обработки информации. Рассмотрим систему (1):

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= F_{k+1,k}x_k + w_{k+1}; \\z_{k+1} &= H_{k+1}x_{k+1} + v_{k+1},\end{aligned}\tag{1}$$

где  $x_{k+1}$  – вектор состояния размерности  $n$ ;  $w_{k+1}$  – вектор возмущения размерности  $n$ ;  $z_{k+1}$  – вектор измерений размерности  $m$ ;  $v_{k+1}$  – вектор случайных ошибок измерения размерности  $m$ ;  $F_{k+1,k}$  – матрица состояния системы размера  $n \times n$ ;  $H_{k+1}$  – матрица измерений размера  $m \times n$ .

Процесс  $w_{k+1}$  будет представлять собой гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $M[w_j w_k^T] = Q_k$ , где  $Q_k$  – неотрицательно определенная диагональная матрица  $n \times n$ .

Процесс  $v_{k+1}$  предполагается в виде гауссовского белого шума с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $M[v_j v_k^T] = R_k$ , где  $R_k$  – неотрицательно определенная диагональная матрица  $m \times m$ . Если составляющие векторов  $w_{k+1}$  и  $v_{k+1}$  некоррелированы между собой, то матрицы  $Q$  и  $R$  диагональные и их элементы представляют собой дисперсии составляющих. Отметим, что в реальности при применении в составе СНАУ в сложной помеховой обстановке элементы вектора  $v_{k+1}$  на разных интервалах времени не

будут подчиняться гауссовскому закону распределения. Дисперсия и СКО у ошибок измерений в различные моменты времени могут находиться в очень разных пределах и не могут быть однозначно определены. Таким образом, априорно задаваемые элементы матрицы  $R$  не будут соответствовать реальности, а чрезмерное увеличение коэффициентов приведет к очень большому времени сходимости, так как при расчете коэффициентов усиления используется матрица обратная к  $R$ .

На основе известной оценки  $\hat{x}_k$  в текущий момент времени  $k$  дадим прогноз оценки для будущего момента  $k+1$  (априорная оценка  $\hat{x}_{k+1/k}$ ), который в дальнейшем скорректируем с учетом текущих измерений  $z_{k+1}$ .

В начале такта вычисления  $k+1$  спрогнозируем оценки на этот такт по уравнению (2):

$$\hat{x}_{k+1/k} = F_{k+1,k} \hat{x}_k. \quad (2)$$

Далее вычислим оптимальную матрицу усиления  $K_{k+1}$ , т.е. матрицу, при которой среднее значение суммы квадратов ошибок оценивания принимает наименьшее значение. Сначала определим значение априорной матрицы ошибок оценивания  $P_{k+1/k}$  (3):

$$P_{k+1/k} = F_{k+1,k} P_k F_{k+1,k}^T + Q_k, \quad (3)$$

где  $Q_k$  – ковариационная матрица, действующего на объект возмущения, размера  $n \times n$ . Матрицу  $Q_k$  зададим исходя из свойств определенной системы, считая, что составляющие вектора  $w$  некоррелированы между собой.

Оптимальную матрицу усиления вычислим согласно уравнению (4):

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} H_{k+1}^T \left[ H_{k+1} P_{k+1/k} H_{k+1}^T + R_{k+1} \right]^{-1} \quad (4)$$

где  $R_{k+1}$  – неотрицательно определенная матрица шумов измерений размером  $m \times m$ . Матрицу  $R_{k+1}$  зададим, исходя из предположения нормальности распределения ошибок измерений системы, как  $R_{k+1} = [v_j v_k^T]$ , считая, что составляющие вектора  $v$  некоррелированы между собой. Зная, что в реальности шумы измерений АП СНС не будут распределены по гауссовскому закону, при синтезе алгоритма защиты от сбоя учтем этот факт.

На следующем такте вычислений будет необходимо значение апостериорной матрицы ошибок оценивания  $P_{k+1}$ . Поэтому после вычисления матрицы  $K_{k+1}$  определим (5):

$$P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1/k}. \quad (5)$$

В конце такта  $k+1$  осуществляется корректирование априорной оценки с учетом текущих измерений (6):

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1/k}). \quad (6)$$

В следующем такте (такт  $k+2$ ) процедура вычислений повторяется вновь на основе найденных для такта  $k+1$  значений  $\hat{x}_{k+1/k}$ ,  $P_{k+1}$ .

Начальное состояние  $x_0$  принимаем в виде гауссовского случайного  $n$ -вектора с нулевым математическим ожиданием и неотрицательно определенной корреляционной матрицей  $M(x_0 x_0^T) = P_0$ .

Более подробно эти уравнения оптимальной фильтрации рассматриваются в [7].

В настоящее время существуют различные варианты численно более устойчивых в БЦВС модификаций стандартных алгоритмов [8], например, разложение Холесского [9-12] ковариационных матриц  $P$  ошибки оценки вектора состояния, факторизация ковариационной матрицы  $R$  шума измерений (декорреляция ошибок измерений), вычисление симметрических матричных квадратных корней от элементарных матриц [12,13], триангуляризация (QR разложение), ортогонализация Грамма-Шмидта [9-11], J-ортогональные преобразования [13] и т.д.

Привлекательность и эффективность таких алгоритмов проявляется в устойчивости (робастности) по отношению к погрешностям округления в БЦВС, снижении вычислительной загрузки БЦВС и приспособленности ряда реализаций, использующих ортогональные преобразования матриц, к программированию этих методов в параллельных или векторных вычислительных системах. Банк фильтров Калмана также идеально приспособлен для распараллеливания вычислений. По существу, использование таких методов обработки справедливо относить к области эффективных математических информационных технологий в инженерии данных. Однако при решении текущей задачи эти модификации не являются востребованными. Испытания в составе бортовых систем показали устойчивость алгоритма к погрешностям округления и потере матрицей ковариации своей положительной определенности и симметричности, а параллельность вычислений при реализации в данных системах не приводит к увеличению точности или значительному выигрышу в вычислительных ресурсах. Линейный фильтр для линейной модели и так обладает достаточно высокой численной устойчивостью из-за линейности моделей ошибок, лежащих в его основе, а снижение вычислительной загрузки может быть достигнуто за счет оптимизации количества операций при перемножении матриц с нулевыми элементами из уравнений оптимальной фильтрации.

В качестве параметров вектора состояния системы используем ошибки по координатам в проекциях на инерциальную систему координат, ошибки по проекциям вектора скорости в инерциальной системе, ошибки угловой ориентации БПЛА, нулевые сигналы акселерометров, дрейф нулевого сигнала датчиков угловой скорости. Матрицу состояния  $F_{k+1,k}$  (динамическую модель системы) опишем при помощи уравнений ошибок ИНС в инерциальной системе координат (ИСК), при условии редуцированности системы и ограниченных вычислительных возможностях БЦВС, как (7):

$$\begin{aligned}\Delta \dot{\vec{R}}_u &= \Delta \vec{V}_u, \\ \Delta \dot{\vec{V}}_u &= -\langle \vec{\psi} \rangle \vec{a}_u + A_{u1} \Delta \vec{a}_1, \\ \dot{\vec{\psi}} &= -A_{u1} \Delta \vec{\omega}_1, \\ \Delta \dot{\vec{a}}_1 &= 0, \\ \Delta \dot{\vec{\omega}}_1 &= 0,\end{aligned}\tag{7}$$

где  $\Delta \dot{\vec{R}}_u$  – ошибка местоположения;  $\Delta \dot{\vec{V}}_u$  – ошибка по проекциям вектора скорости;  $\dot{\vec{\psi}}$  – ошибка ориентации;  $\vec{a}_1$  – ускорение в связанной системе координат (ССК),  $\vec{a}_u$  – ускорение в ИСК;  $A_{u1}$  – матрица ориентации ИСК относительно ССК;  $\langle \vec{\psi} \rangle$  – вектор ошибок по углам ориентации;  $\Delta \dot{\vec{a}}_1$  – изменение нулевых сигналов акселерометров;  $\Delta \dot{\vec{\omega}}_1$  – дрейф нулевого сигнала ДУС. Таким образом, вектор состояния будет выглядеть как (8):

$$x = [\Delta R_{x_u} \Delta R_{y_u} \Delta R_{z_u} \Delta V_{x_u} \Delta V_{y_u} \Delta V_{z_u} \Delta \psi \Delta \theta \Delta \gamma \Delta \vec{a}_{1x} \Delta \vec{a}_{1y} \Delta \vec{a}_{1z} \Delta \vec{\omega}_{1x} \Delta \vec{\omega}_{1y} \Delta \vec{\omega}_{1z}],\tag{8}$$

где  $\Delta \psi$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \gamma$  – рассогласования связанных осей по углам курса, тангажа и крена.

В данной модели все неучтенные компоненты вектора состояния входят в уравнение системы в качестве возмущений. Фильтр производит оценивание эквивалентных обобщенных ошибок с учетом неучтенных компонент вектора состояния: в оценку ухода ДУС входит погрешность масштабного коэффициента и т.д., а в оценку ухода акселерометров другие инструментальные погрешности акселерометров и методические погрешности определения вектора силы тяжести.

В системе предполагается малое изменение нулевых сигналов акселерометров и дрейфа нулевого сигнала ДУС в запуске, и незначительности неортогональностей осей и масштабных коэффициентов (предполагается, что они были скомпенсированы в процессе калибровки БИНС).

Вектор измерений будет состоять из ошибок по координатам и ошибок по проекциям вектора скорости в инерциальной системе координат (9):

$$Z = [\Delta R_{x_u} \Delta R_{y_u} \Delta R_{z_u} \Delta V_{x_u} \Delta V_{y_u} \Delta V_{z_u}]. \quad (9)$$

В зависимости от настроек фильтра Калмана (коэффициентов матриц P, Q и R), алгоритм комплексирования обеспечивает различную скорость сходимости и скорость накопления ошибок в процессе пролонгации. Для достижения наилучшего уровня точности системы настройка должна производиться с учетом особенностей динамики изделия и уровня погрешностей, характерных для данной системы. Оценка скорости накопления погрешностей после некоторого времени комплексирования с АП СНС производится путем снятия достоверности АП СНС и сравнения навигационных определений эталонной модели с навигационными определениями алгоритма комплексирования. Чем меньше уровень ошибок местоопределения и проекций вектора скорости, накопленных в процессе пролонгации, тем более точное решение обеспечивает алгоритм комплексирования.

Для корректной работы фильтра необходимы точная априорная информация о шумах состояния и измерения, и условие некоррелированности шумов, что в условиях радиоэлектронного противодействия невозможно. При невыполнении указанных условий может возникнуть проблема расходимости фильтра. К концу переходного процесса и на длительных временах непрерывного функционирования матрицы ковариации ошибок P и коэффициентов усиления K устанавливаются, становятся инертными к различным флуктуациям, изменениям режимов, изменениям состояния и др., т.е., слабо изменяются при наличии внешних воздействий. Диагональные элементы матрицы P в таких условиях уже не будут отражать действительные дисперсии ошибок ковариации.

Использование уравнений оптимальной фильтрации, где при отсутствии или недостоверности измерений АП СНС происходит интегрирование уравнений ИНС с учетом оценок ошибок системы, полученных по результатам работы ФК в совместном режиме, при работе в составе реальной системы имеет следующие недостатки:

- из-за невысокой вычислительной мощности БЦВС не все параметры, характеризующие функционирование системы, включаются в вектор состояния;
- нарушение адекватности математических моделей ошибок и реальных измерительных процессов, а также наличие аномальных наблюдений приводят к расходимости и потере целостности ФК;
- при негауссовом распределении недостоверных измерений АП СНС и их несвоевременной идентификации измерения принимаются в обработку ФК, перестают соответствовать реальности оценки ошибок из вектора состояния, что при потере сигнала от АП СНС приводит к повышенным ошибкам комплексной системы;
- несоответствие априорных коэффициентов матриц ковариации, возмущающих воздействий и шумов измерений реальным может привести к расходимости ФК.

Используем комплексный адаптивно-робастный подход, чтобы синтезировать алгоритм, в котором постараемся скомпенсировать эти недостатки до уровня выполнения технических требований к изделию. Поскольку фильтру Калмана требуется априорная информация о математической модели объекта и статистике входных и измерительных шумов, которую нельзя получить априорно, возникает необходимость ограничивать вектор измерений и само множество входных и измерительных шумов. Неточность информации об априорных данных может стать причиной недостоверных оценок вектора состояния или расходимости фильтра. Адаптивная оценка оптимальных матриц Q и R в процессе полета в условиях недостоверных измерений АП СНС не может быть выполнена, так как шумы измерений являются негауссовыми. Зная некоторые особенности функционирования измерительной системы, определим множество аномальных измерений, которые не будем принимать в обработку фильтром, чтобы не допустить его расходимости.

1. При отсутствии признака навигации или 3-D решения и наличии измерений АП СНС не будем брать измерения в обработку совместным фильтром.

2. Из-за расположения антенны приемника АП СНС на верхней поверхности БПЛА при крене или тангаже больше определенных значений (например, 90 °) корпус изделия

начинает закрывать обзор антенне, сектор видимого неба начинает сокращаться, теряется сигнал с доступных космических аппаратов. В совокупности с большими угловыми скоростями изделия это может привести к выдаче АП СНС недостоверной информации.

3. Слишком большие ошибки в векторе измерений, на которые матрицы ковариации явно не рассчитаны, и которые не могут быть характерны определенной системе, приводят к расходимости ФК, поэтому введем ограничение на вектор измерений, состоящий из ошибок по координатам и проекциям вектора скорости в ИСК. Здесь следует учитывать, что при увеличении времени автономной работы ошибки БИНС средней точности могут достигать больших значений естественным образом, особенно, на неоткалиброванных системах, поэтому ограничения на вектор состояния должны однозначно их перекрывать.

Фильтр будет функционировать в трех режимах:

- в момент прихода измерений АП СНС, на первом шаге работы ФК, происходит пересчет матриц ковариации, коэффициентов усиления, т.е., сам процесс фильтрации;
- на следующем такте до коррекции вектора состояния запускается алгоритм защиты от сбоев, который по поведению нормированной невязки оценивает достоверность измерений и независимо от их достоверности берет данные в обработку;
- до прихода следующих измерений происходит экстраполяция оценок во времени.

Алгоритм комплексирования для такого случая представлен на рис. 1. На первом шаге работы ФК происходит расчет априорной матрицы  $P$ , оптимальной матрицы усиления  $K$ , априорного вектора состояния, вектора измерений и невязок измерений. В резервной ветке происходит экстраполяция последнего достоверного вектора состояния и формирование резервного решения на основе этого вектора состояния. Достоверность измерений определяется на основе анализа поведения ошибок оценивания и их принадлежности к области нормальных значений не на протяжении всего полета, а на коротком временном интервале. Для контроля  $i$ -го измерительного канала в таких условиях предлагается использовать модуль невязки ФК, нормированной при помощи трех среднеквадратичных отклонений ее скользящего невзвешенного среднего, рассчитанного на интервале времени, при помощи скользящего окна [14]. Скользящее среднее было выбрано для нормирования, так как оно само по себе является фильтром низких частот, т.е., пропускает низкочастотную активность (долгосрочные циклы), отсекая высокочастотные – случайные колебания [15].

На первоначальном этапе накопим значения математического ожидания и среднеквадратичного отклонения (СКО) ряда невязок до заполнения скользящего окна, используемого для анализа измерений системы. Для обеспечения адаптивности было выбрано окно в 20 измерений ( $D_{win} = 20$ ), на интервале времени 2 с (при частоте обновления данных АП СНС в 10 Гц). При большей длине окна снижается скорость сходимости значений нормированных невязок к нормальному уровню после обнаружения сбойной информации, кроме того, увеличивается время запуска алгоритма.

В штатном режиме функционирования алгоритма для каждого измерительного канала рассчитаем нормированную невязку  $\|v_{i,takt}\| = |v_{i,takt}| / 3\sigma_i$ . В качестве нормы на этом этапе используем СКО ряда невязок из последних  $D_{win} = 20$  элементов. На каждом такте измерений будем производить коррекцию математического ожидания и СКО ряда невязок скользящим

окном при условии их достоверности, как  $M_i = (\sum_{j=takt-20}^{takt} v_{i,j}) / D_{win}$

и  $\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=takt-20}^{takt} (M_i - v_{i,j})^2 / D_{win}}$ . При расчете сумм во всех формулах полный пересчет

не производится, т.е., на каждом такте работы происходит лишь прибавление нового значения, вычитание последнего в очереди и сдвиг скользящего окна.

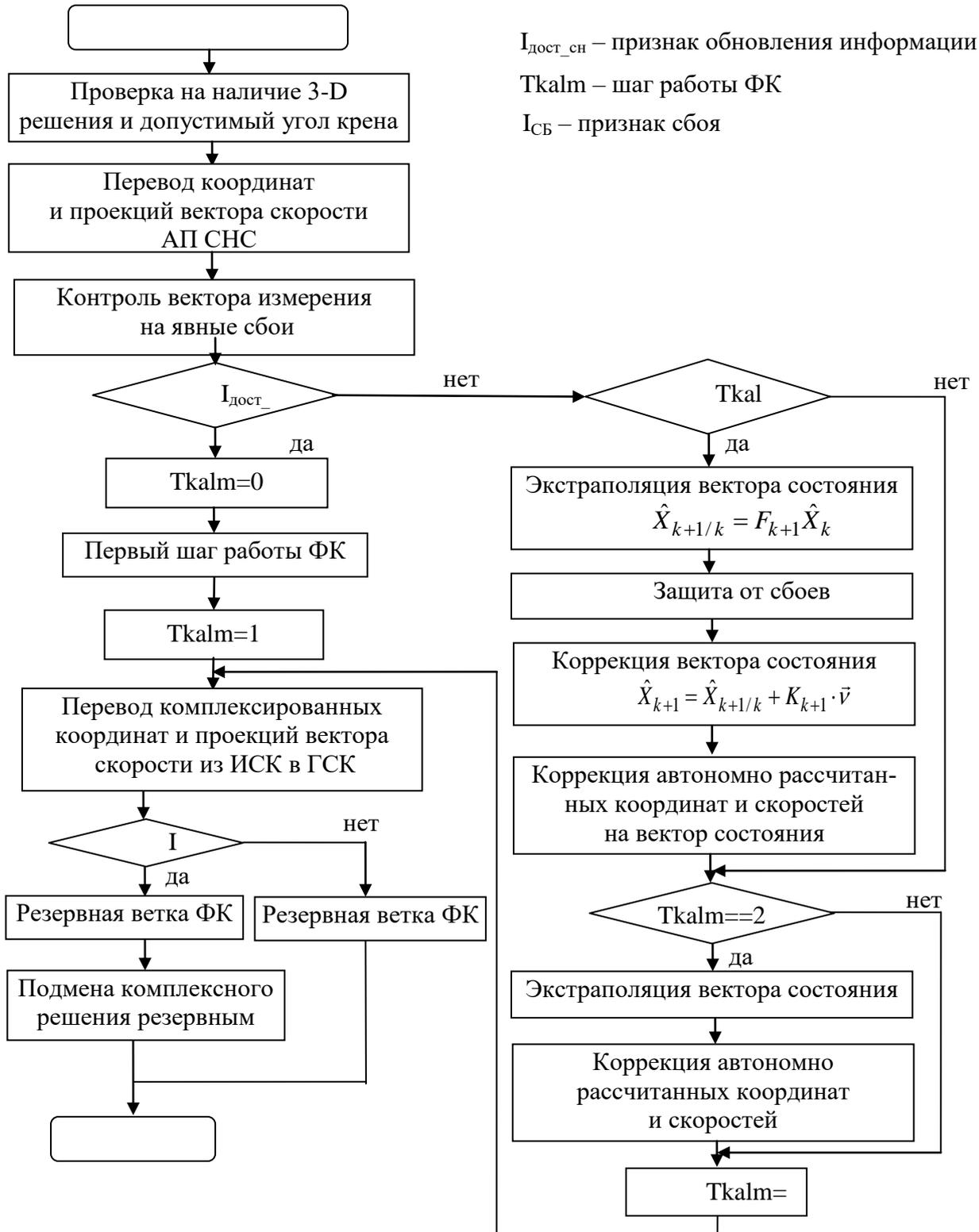


Рис. 1. Блок-схема алгоритма комплексирования

Допусковый интервал для нормированной невязки выбирается исходя из ее статистических свойств, а также требований к точности коррекции на маршевом и конечном участке автономного полета: при малом рассогласовании между реальными  $z_k$  и прогнозируемыми  $H_k \cdot F_{k,k-1} \cdot \hat{x}_{k-1}$  наблюдениями нормированные невязки должны принадлежать интервалу  $[0; 1]$ . В качестве допускового интервала можно выбирать табличное значение критерия  $\chi^2$

для  $D_{win}$  степеней свободы с некоторой вероятностью  $\varphi: \alpha = \chi_{3\sigma}^2(\varphi, D_{win}) / D_{win}$ , однако в стационарном виде при условии гауссовских возмущающих воздействий и шумов измерений невязка по уровню не должна превышать 3 своих среднеквадратичных отклонения, при условии достоверности информации измерителей, таким образом, подтверждается гипотеза о нормальности распределения ошибок.

Нормированная невязка формируется по текущей невязке и отражает текущее состояние  $i$ -го канала вектора наблюдений. Ее отклонение от допуска ( $\|v_{i,takt}\| > \alpha$ ) может быть связано как с кратковременными сбоями, так и с долгосрочными уводами либо отказами.

При помощи критерия на основе нормированной невязки можно синтезировать двухуровневую проверку измерений.

1. Невязка на коротком временном интервале нормируется при помощи СКО, рассчитанного только по достоверным измерениям. Измерения, достоверность которых определена по критерию нормированной невязки на интервале в 2 с, используются для формирования комплексного решения для системы управления.

2. Фильтр работает всегда, за исключением явных нарушений в векторе измерений.

3. Множество явных нарушений ограничивается с целью не допустить расходимости фильтра.

4. При постоянной работе фильтра и функционировании защиты от сбоев происходит расчет параметров комплексного наблюдателя на основе все той же нормированной невязки, на интервале в 10 с. Если нормированная невязка комплексного наблюдателя подчиняется гауссовскому закону, т.е., по модулю меньше 3 своих СКО на некотором интервале времени, то начинает работать более тонкий контроль. Статистический критерий достоверности остается таким же, т.е., нормированная невязка должна подчиняться гауссовскому закону распределения, однако, теперь СКО для текущих ошибок оценок ФК пересчитывается только в случае принадлежности нормированной невязки к множеству гауссовских случайных величин.

Суть метода заключается в следующем.

1. Множество возможных векторов измерений  $Z$  (рассогласования навигационных определений АП СНС и БИНС) разделяется на множество измерений, приводящих к расходимости фильтра, и множество не приводящих к расходимости, но по которому невозможно получить оптимальную оценку вектора состояния.

2. Измерения, не приводящие к расходимости фильтра, принимаются в совместную обработку. По невязке, нормированной ее СКО на интервале 2 с, полученной при совместной обработке таких измерений, определяется ее принадлежность к множеству нормальных измерений. Если измерения принадлежат множеству нормальных, то производится коррекция вектора состояния и расчет комплексного решения на основе этого вектора состояния.

3. Если нормированная невязка превышает 3 своих СКО, то включается резервная ветка, где достоверно оцененный вектор состояния экстраполируется, и комплексное решение в систему управления формируется на его основе. Фильтр осуществляет совместную обработку недостоверных измерений, при этом проверка принадлежности невязок к множеству нормальных измерений производится на интервале 10 с нормированием при помощи СКО текущих измерений вне зависимости от их достоверности.

4. На длительном интервале сбойных данных происходит сброс первых 6 элементов вектора состояния.

5. Заданные априорно элементы главных диагоналей в матрицах  $P$ ,  $Q$  и  $R$  демонстрируют желаемый, а не реальный уровень ошибок измерений, возмущающих воздействий и ковариации ошибок оценок.

6. При обработке совместным фильтром недостоверных измерений расчет информации для системы управления формируется в резервной ветке по последнему достоверно оцененному вектору состояния.

### Результаты испытаний алгоритма комплексирования на цифровом математическом комплексе и в натуральных испытаниях

Модель АП СНС в цифровом математическом комплексе (ЦМК) для слабосвязанной схемы комплексирования представлена в виде модуля эталонных измерений, формирующего координаты и проекции вектора скорости АП СНС на оси ГСК с возможностью сдвигать время выдачи навигационных определений и накладывать шумы измерений, а также любые виды сбоев в выдаче информации АП СНС. В целях проверки работоспособности алгоритмов защиты от сбоев исследуется реакция комплексной системы в замкнутом контуре на наиболее характерные типы сбойных измерений АП СНС.

На различных этапах разработки и отработки новых изделий с новой АП СНС часто наблюдаемым явлением становится сбойная информация АП СНС различного характера. В связи с этим требуется определить уровень устойчивости и робастности алгоритмов комплексирования. Под робастностью и устойчивостью алгоритмов комплексирования будем понимать сохранение свойств системы при воздействии ошибок и нестационарных измерений со стороны АП СНС, независимость влияния на результат различного рода недетерминированных выбросов и помех со стороны АП СНС.

Приведем, в качестве примера, результаты математического моделирования негауссовских ошибок измерений АП СНС на ЦМК.

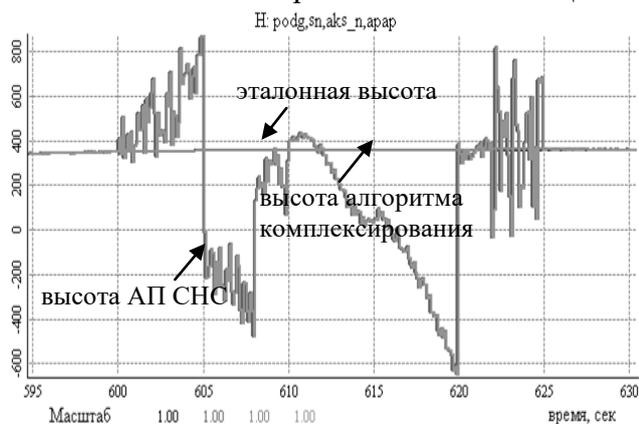


Рис. 2. Высоты, [м]

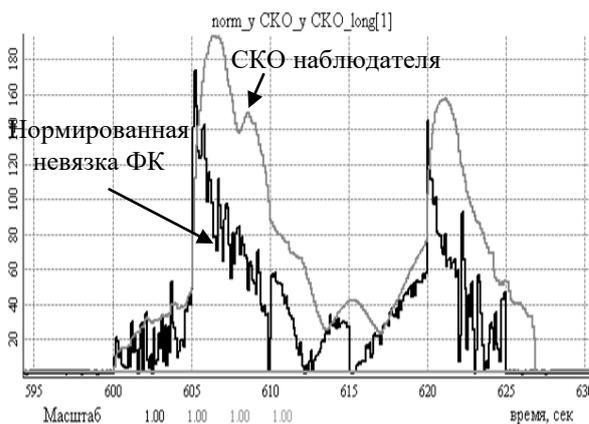


Рис. 3. Критерии, [м]

На рис. 2 представлена вероятная сбойная ситуация, когда из-за нарушений в расчете псевдодальностей АП СНС начинает выдавать недостоверные измерения. На рис. 3 видно соответствующее поведение нормированной невязки. Ее СКО, рассчитанное на интервале времени в 10 с, соответствует СКО ошибок измерений, при этом сбойная информация обрабатывалась в совместном фильтре, а комплексное решение формировалось по экстраполированному последнему достоверному вектору состояния. По характеру его изменения было принято решение о недостоверности измерений. СКО на коротком интервале по достоверным измерениям не рассчитывалось, так как сработал более грубый контроль. На рис. 2 высота алгоритма комплексирования совпадает с высотой эталонной модели с достаточно высокой точностью.

Когда измерительные данные содержат ошибки произвольной величины, их изменения характеризуются произвольными градиентами, а достоверность каждого навигационного решения, вырабатываемого оперативно в течение полета, должна быть гарантирована, найти приемлемый вид множества ошибок не представляется возможным. Указанные обстоятель-

ства не позволяют использовать гарантирующий подход при создании автоматических автономных систем обработки данных рассматриваемого применения.

Приемлемый вид множества вероятных ошибок определяется по результатам анализа объема натурных и полунатурных испытаний и проверки устойчивости системы к воздействию недостоверной информации. Подход к защите от сбоев системы в таких условиях сводится к использованию в ФК измерений, чьи статистические характеристики в большей мере соответствуют теории оптимального оценивания.

Характер применения некоторых типов, разрабатываемых БПЛА, позволяет фиксировать телеметрическую информацию при функционировании изделия в автономном полете по радиоканалу. На рис. 4-5 в качестве примера представлены результаты испытаний реальной системы при ее автономном функционировании.

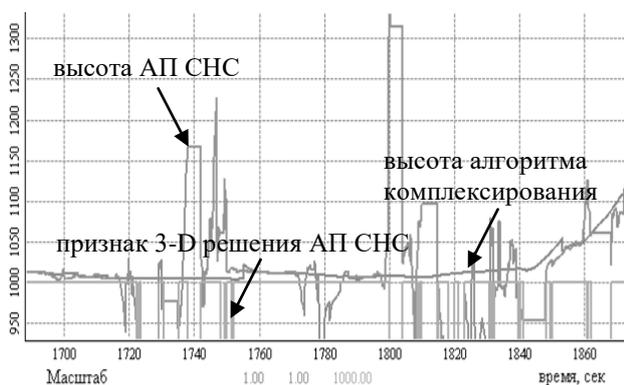


Рис. 4. Высоты, [м]

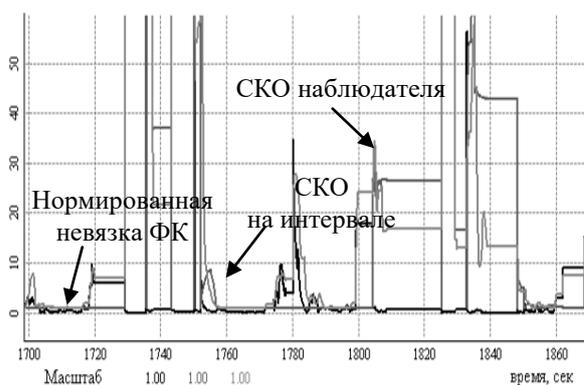


Рис. 5. Критерии, [м]

В показаниях АП СНС наблюдаются выбросы и зависания. Сам по себе характер измерений является стохастическим. Из рис. 4 очевидно, что высота АК не содержит выбросов и ее качество является вполне удовлетворительным. Благодаря усовершенствованной структуре фильтра, недетерминированные измерения, в общем, не приводят ни к расходимости фильтра, ни к ухудшению точности системы в целом. Недостоверные измерения отражаются на поведении невязки, так как берутся в обработку фильтром, однако, при этом комплексное решение ИСНС выдается в систему управления по последнему достоверно оцененному вектору состояния в режиме экстраполяции оценок ошибок.

### Заключение

Алгоритм фильтрации с разработанным блоком защиты от сбоев по результатам натурных испытаний продемонстрировал заявленные свойства надежности и позволил навигационной системе БПЛА функционировать с достаточной точностью на протяжении всего времени автономного полета. Калмановская фильтрация не очень хорошо показывает себя в условиях стохастичности измерений и негауссовского распределения ошибок измерений. Довольно сложной задачей оказывается получение приемлемых оценок ошибок БИНС, когда измерительные данные содержат ошибки произвольной величины, их изменения характеризуются произвольными градиентами, а достоверность каждого навигационного решения, вырабатываемого оперативно в течение полета, должна быть гарантирована. Приведены результаты реакции алгоритма комплексирования инерциально-спутниковой безызбыточной системы низко-средней точности на негауссовские ошибки измерений. Приемлемый вид множества вероятных ошибок определен по результатам анализа объема натурных и полунатурных испытаний и проверки устойчивости системы к воздействию недостоверной информации. Подход к защите от сбоев системы в таких условиях сводится к использованию в

фильтре Калмана измерений, чьи статистические характеристики в большей мере соответствуют теории оптимального оценивания. В указанных условиях разработанный подход с высокой вероятностью позволяет сохранить точность системы на безызбыточных инерциально-спутниковых системах низко-средней точности в сложных условиях функционирования.

### Библиографический список

1. **Веремеенко, К.К.** Анализ состояния разработок, интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем / К.К. Веремеенко, Б.В. Кошелев, Ю.А. Соловьев // *Новости навигации*. – 2010. – № 4. – С. 32-41.
2. **Дао, Х.К.** Принципы обнаружения преднамеренных помех, воздействующих на аппаратуру потребителей спутниковых радионавигационных систем / Х.К. Дао, Д.Д. Ступин, Р.А. Шевченко // *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*. – 2019. – № 5.
3. **Дятлов, А.П.** Радиоэлектронная борьба со спутниковыми радионавигационными системами / А.П. Дятлов, П.А. Дятлов, Б.Х. Кульбикаян. – М.: Радио и связь, 2004. – 226 с.
4. **Magiera, J.** Detection and Mitigation of GPS Spoofing Based on Antenna Array Processing. *Journal of Applied Research and Technology* / J. Magiera, R. Katulski, 13(1), 45-57. Elsevier Ltd. Retrieved April 15, 2019. Available at <https://www.learntechlib.org/p/198163/>.
5. **Никольский, Б.А.** Методы и средства радиоэлектронной защиты летательных аппаратов. Часть 1: учеб. пособие. / Б.А. Никольский. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 2004. – 110 с.
6. **Романов, А.С.** Исследование влияния имитирующих помех на аппаратуру потребителей навигационной информации / А.С. Романов, П.Ю. Турлыков // *Труды МАИ*. Выпуск № 86, 2016 г. – С. 1-8.
7. **Кузовков, Н.Т.** Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н.Т. Кузовков, О.С. Салычев. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.
8. **Семушин, И.В.** Захаров Устойчивые алгоритмы фильтрации – обзор и новые результаты для систем судовождения / И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, К.В. Захаров // *Информационные технологии и вычислительные системы*. – 2013. № 4. – С. 90-112.
9. **Семушин, И.В.** Вычислительные методы алгебры и оценивания: учебное пособие для вузов / И.В. Семушин. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 366 с.
10. **Lawson, C.L.** Solving Least Squares Problems / C.L. Lawson, R.J. Hanson. – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1974.
11. **Каминский, П.Г.** Обзор современных методов дискретной фильтрации, использующих квадратные корни матриц / П.Г. Каминский, А.Е. Брайсон, С.Ф. Шмидт // *Зарубежная радиоэлектроника*. – 1973. – №6. – С. 37-53.
12. **Bierman, G.J.** Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation / G.J. Bierman – Academic Press, New York, 1977.
13. **Potter, J.E.** Statistical Filtering of Space Navigation Measurements / J.E. Potter, R.G. Stern // *Proceedings of 1963 AIAA Guidance and Control Conference*, AIAA, New York, 1963.
14. **Грошев, А.В.** Помехоустойчивый адаптивно-робастный алгоритм контроля данных в комплексной инерциально-спутниковой навигационной системе / А.В. Грошев, О.А. Фролова // *Управление большими системами*. Выпуск 74. – М.: ИПУ РАН, 2018. – С.63-80.
15. **Лонер, Р.Л.** Устойчивые статистические методы оценки данных / Р.Л. Лонер, Г.Н. Уилкинсон. – М.: Машиностроение, 1984. – 232 с.

*Дата поступления  
в редакцию: 12.07.2020*

---

A.V. Groshev

**A SUB-OPTIMAL ROBUST APPROACH TO FILTRATION UNDER  
THE NON-GAUSSIAN DISTRIBUTION OF MEASUREMENT ERRORS  
OF COMPLEX INERTIAL-SATELLITE SYSTEMS**

ARPE Temp-Avia (Arzamas)

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alekseev

The task of joint processing and estimation of measurement errors in inertial-satellite systems does not present problems in the presence of accurate a priori information about disturbance noise, measurements and the Gaussian distribution of their errors. The discrete linear equations of optimal Kalman filtering, which are very convenient from a computational point of view for implementation as part of on-board digital computers, make it possible to estimate and compensate for errors in navigation definitions with high accuracy. Under the conditions of statistical and parametric uncertainty, the implementation of integration properties on the basis of such an apparatus is associated with a number of difficulties caused by a possible loss of accuracy and integrity of the information processing system. The article proposes an approach to the logic of functioning of the on-board discrete Kalman filter using suboptimal and adaptive robust information processing methods for unmanned aerial vehicles with medium and low accuracy sensors under conditions of non-determinism of consumer measurements of satellite navigation system and non-Gaussian distribution of measurement errors during electronic countermeasures. A method is proposed for identifying false information of a meter using normalized errors of a priori estimates of the Kalman filter output over a time interval. The results of the implementation and testing of the developed algorithms for on-board computers of a number of systems using a complex of digital mathematical modeling, as well as the results of field tests are offered.

*Key words:* inertial-satellite systems, non-Gaussian error distribution, discrete suboptimal filtering.