

УДК 629. 336

DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_2\_85

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ  
ШНЕКА СПЕЦИАЛЬНЫХ МАШИН – ДЛИННОГО МЕЖОПОРНОГО РОТОРА****И.Г. Куклина**

ORCID: 0000-0002-2397-4604 e-mail: kuklina@rambler.ru

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет  
*Нижний Новгород, Россия***Е.Е. Дёмина**

ORCID: 0000-0002-7008-6984 e-mail: katysha\_d2511@mail.ru

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет  
*Нижний Новгород, Россия***Д.С. Мокеров**

ORCID: 0000-0002-5747-5993 e-mail: mokerov90@bk.ru

Нижегородский государственный педагогический университет им. К. Минина  
*Нижний Новгород, Россия*

Рассматриваются нашедшие широкое применение в современной автомобильной технике шнеки. Получены уравнения динамики длинных винтовых роторов – движителей роторно-винтовых машин, имеющих жесткую подвеску. Винтовые фрезы и винтовые шнеки применяются в дорожной технике в зимний период времени для очистки дорог от снега. Получены расчеты статической и моментной неуравновешенности длинных винтовых роторов для подбора опорных конструкций шнеков с целью вибро- и шумопогашения. Предложено устанавливать специальные подшипниковые узлы, имеющие угловую и радиальную погрешности опоры и цапфы с ориентировкой на ось симметрии центра ротора. Выведены уравнения перемещения шнека при смещении, когда ось инерции отклоняется относительно центральной оси шнека-ротора; усугубляется ситуация спиральной навивкой на длинный винтовой ротор и воздействием факторов опорного материала. Сформулированные типы критериев качества в зависимости от вида применения машины, оснащенной длинными винтовыми роторами, требуют минимизации давления между ротором и опорами для увеличения ресурса и одновременно уменьшения вибрации и шума. Движитель – винтовой ротор при выполнении рабочих операций приводит к существенным колебаниям кузова машины, и сбалансированная работа шнека в данном случае необходима также для обеспечения безопасности водителя и пассажиров автосредства. Получение многокритериальных уравнений динамической сбалансированной работы длинных винтовых роторов для обеспечения минимизации вибронагрузок на их опоры – задачи представленных исследований.

**Ключевые слова:** шнек, роторно-винтовая машина, шнек, вибродиагностика, динамика машин, балансировка вращения деталей машин.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Куклина, И.Г. Математическая модель работы шнека специальных машин – длинного межопорного ротора / И.Г. Куклина, Е.Е. Дёмина, Д.С. Мокеров // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2021. № 2. С. 85-101. DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_2\_85

**MATHEMATICAL MODEL OF OPERATION  
OF SPECIAL VEHICLE AUGER – LONG INBOARD ROTOR****I.G. Kuklina**

ORCID: 0000-0002-2397-4604 e-mail: kuklina@rambler.ru

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering  
*Nizhny Novgorod, Russia*

**E.E. Demina**

ORCID: **0000-0002-7008-6984** e-mail: **katysha\_d2511@mail.ru**

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering  
*Nizhny Novgorod, Russia*

**D.S. Mokerov**

ORCID: **0000-0002-5747-5993** e-mail: **mokerov90@bk.ru**

Minin Nizhny Novgorod State Pedagogical University  
*Nizhny Novgorod, Russia*

**Abstract.** Augers that have found wide application in modern automotive technology are considered. Equations of dynamics of long screw rotors – propellers of rotary-screw vehicles with rigid suspension, are obtained. Screw cutters and screw augers are used in road machinery in winter to clean roads from snow. Calculations of the static and torque imbalance of long screw rotors for selection of screw support structures for the purpose of vibration and noise suppression, are obtained. It is proposed to install special bearing units having angular and radial errors of support and trunnion with orientation to rotor center symmetry axis. Equations of movement of the screw during displacement are derived, when the axis of inertia deviates relative to the central axis of screw-rotor; the situation is aggravated by spiral winding on a long screw rotor and by influence of factors of the supporting material. Formulated types of quality criteria, depending on the type of application of vehicle equipped with long screw rotors, require minimization of pressure between the rotor and supports to increase the service life and to simultaneously reduce vibration and noise. Propeller – screw rotor leads to significant fluctuations in the vehicle body when performing working operations, and a balanced operation of the screw in this case is also necessary to ensure the safety of a driver and passengers of the vehicle. Obtaining multi-criteria equations of dynamic balanced operation of long screw rotors to provide minimization of vibration loads on their supports is the task of the presented research.

**Key words:** dynamics, long screw rotor, auger, vibration, balancing, poise, dynamic equations.

**FOR CITATION:** I.G. Kuklina, E.E. Demina, D.S. Mokerov. Mathematical model of operation of special vehicle auger – long inboard rotor. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2021. № 2. P. 85-101.  
DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_2\_85

## Введение

Россия имеет самую большую территорию в мире, и развитие ее транспортной инфраструктуры является стратегически важной государственной задачей [1]. Чтобы иметь развитую систему дорог, прежде всего, необходима организация их грамотного строительства и обслуживания. Часто машины, являющиеся вездеходами на роторном ходу, применяются для строительства дорог, а машины, оснащенные винтовыми роторами, осуществляют очистку этих дорог. В исследованиях рассматриваются длинные роторы, длина которых превышает 3-4 диаметра тела. Роторы, которыми оснащаются современные дорожные машины – шнеко-роторы и фрезо-роторы. Необходимость разработки теории их динамики обусловлена тем, что оснащенные ими транспортно-технологические средства подвержены дополнительным существенным вибронагрузкам [2] – перемещениям при неуравновешенном положении самого ротора, которые видообразуются и возрастают при увеличении длины шнека [3].

Дорожные машины, рабочими органами которых являются длинные шнеки и длинные винтовые роторы, организованы структурным образом (рис. 1), позволяющим однозначно определиться при применении уравнений динамики для расчетов динамических нагрузений машин разного назначения. В настоящей работе рассматриваются строительные и дорожные транспортно-технологические средства [4], так как колебания и вибрации от рабочих органов сельскохозяйственных машин существенным образом гасятся конструктивными элементами крепления шнеков.

### Динамическое равновесие и неуравновешенность длинного винтового ротора

Выполняя транспортно-технологические операции, механизмы машин приводят во вращение шнек, при правильной балансировке которого постоянная угловая скорость вращения и отсутствие внешних возмущений заставляют длинный винтовой ротор совершать свободное вращение вокруг главной оси инерции [5]. Если бы винтовой ротор вращался без совершения рабочих операций и не выполнял своих прямых назначений, он находился бы в состоянии динамического равновесия, и его состояние полностью описывалось бы уравнениями динамического равновесия. При этом суммы моментов и суммы неуравновешенных сил можно приравнять нулю. Уравновешенную работу шнека можно было описать системой уравнений (1):

$$\begin{aligned} \sum \bar{F}_i &= \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = m_{\text{рот}} \bar{e}_{\text{см}} \omega^2 \\ \sum \bar{M}_i &= \sum [\bar{l}_i \bar{F}_i] = \sum [\bar{l}_i \bar{r}_i] \omega^2 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{r}_i$  – степень отклонения  $i$ -й части тела;  $m_i$  –  $i$ -ая часть тела;  $\omega$  – угловая скорость шнека;  $\bar{e}_{\text{см}}$  – общий дисбаланс шнека;  $m_{\text{рот}}$  – масса шнека;  $\bar{l}_i$  – расстояние центра  $i$ -ой тела шнека от центра масс.



Рис. 1. Структуризация типов машин, оснащенных длинными винтовыми роторами

Fig. 1. Structuring the types of vehicles equipped with long screw rotors

Нарушение неравенств (1) происходит в случае динамической неуравновешенности длинного винтового ротора [6]. Если шнеко-ротор выполняет рабочие операции по уборке снега с улиц города или роторно-винтовая машина совершает перемещение, нагрузки на рабочий орган и, соответственно, на подшипниковые узлы приводят к смещению оси симметрии шнека параллельно оси инерции (под воздействием снега у снегоуборочных машин и опорной поверхности у роторно-винтовых машин), появляется неуравновешенность шнека (рис. 2). При смещении оси симметрии параллельно определяется статическая неуравновешенность, которая описывается неравенством (2):

$$\sum \bar{F}_i = \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = m_{\text{ром}} \bar{e}_{\text{см}} \omega^2 \neq 0 \quad (2)$$

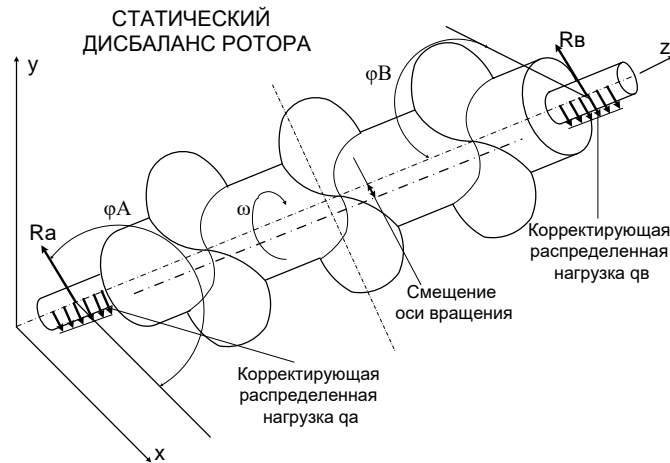


Рис. 2. Статическая неуравновешенность длинного винтового ротора

Fig. 2. Static imbalance of a long screw rotor

Еще более неприятные колебательные процессы вызывает возможность изменения угла между осью шнека и осью симметрии. Появляется уже моментная неуравновешенность (рис. 3), которую можно описать неравенством (3):

$$\sum \bar{M}_i = \sum [\bar{l}_i \bar{F}_i] = \sum [\bar{l}_i \bar{r}_i] \omega^2 \neq 0 \quad (3)$$

Рассматриваемые транспортно-технологические машины совершают рабочие операции в неоднородной среде и чаще всего подвергаются нагрузкам, ведущим и к статической, и к моментной неуравновешенности, шнек при этом подвергает опоры дополнительным нагрузкам [7]. Под влиянием угловой скорости переменные по величине и направлению нагрузки вызывают дополнительные нагружения. Появляются изгибающие моменты, действующие которых на вращающиеся элементы крайне негативно.

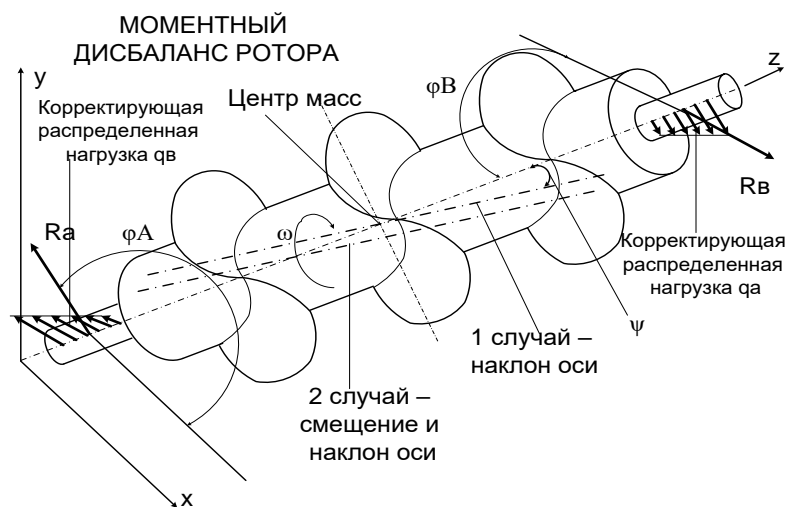


Рис. 3. Неуравновешенность длинного винтового ротора под действием моментов

Fig. 3. Imbalance of a long screw rotor under action of torques

Выражения уравнений (2) и (3) делятся на  $\omega^2$ , выполняется условие (4):

$$\begin{aligned} \frac{\sum \bar{F}_i}{\omega^2} &= \sum \bar{D}_i = m_{\text{пом}} \bar{e}_{cm} = \bar{D}_{cm} \neq 0 \\ \frac{\sum \bar{M}_i}{\omega^2} &= \bar{M}_D = [\bar{L} \bar{D}_m] \neq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\bar{D}_{cm}$  – главное векторное усилие неуравновешенности шнека;  $\bar{M}_D$  – суммарный момент неуравновешенности дисбалансов шнека, появляющийся на межопорном расстоянии  $L$ .

Таким образом, представлены уравнения, определяющие силы и моменты, возникающие при работе длинного винтового ротора. Чем ближе к нулю математическое решение вышеприведенных уравнений, тем более сбалансировано работают шнеки при выполнении рабочих операций, ниже нагрузки на опоры и подшипниковые узлы. Только при полном равенстве нулю происходит полное шумо- и вибропогашение, что практически невозможно. Математическое описание неуравновешенности длинных винтовых роторов, возникающей из-за внешних нагрузжений, предложено в данной работе [8].

### Винтовой ротор в состоянии динамического равновесия и неуравновешенности

Длинный винтовой ротор работает как межопорный шнек, основные усилия от которого передаются на корпус транспортно-технологического средства через опоры  $A$  и  $B$ . Исследуются перпендикулярные к главной оси шнека плоскости, которые рассекают межопорный ротор [9]. Сумму векторных сил при дисбалансе заменяют силами, разделенными по плоскостям опор, опорные силы выявляют симметричные противоположные по направлению дисбалансы [10] (5):

$$\bar{D}_{cmA} = \bar{D}_{cm} \frac{L_B}{L}; \quad \bar{D}_{cmB} = \bar{D}_{cm} \frac{L_A}{L}. \quad (5)$$

Сумму моментов при дисбалансе заменяют моментами, разделенными по плоскостям опор, опорные моменты выявят симметричные противоположные по направлению дисбалансы, иначе – кососимметричные дисбалансы (6):

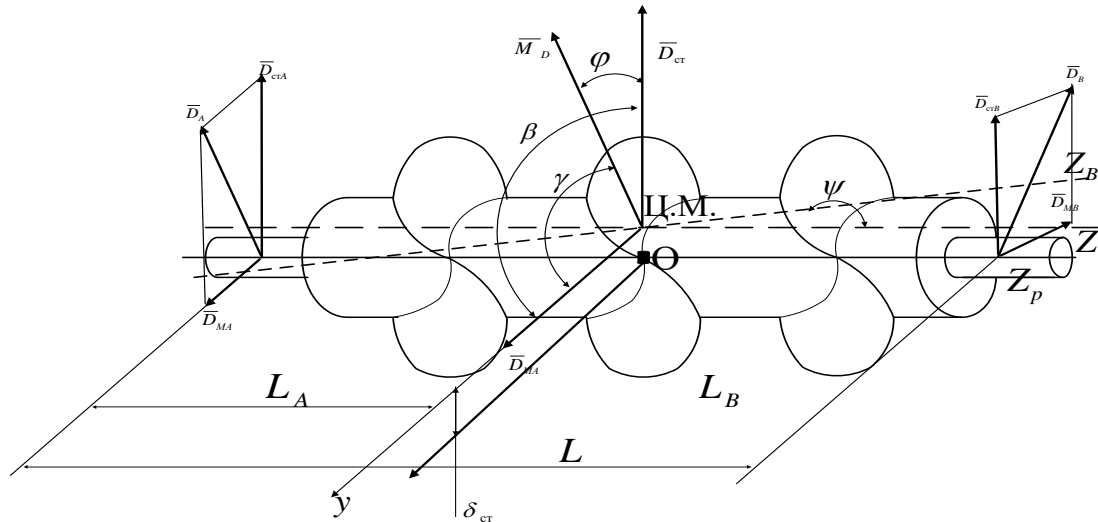
$$\bar{D}_{MA} = -\bar{D}_{MB}; \quad \text{где } \bar{D}_m = \frac{M_D}{L}. \quad (6)$$

Плоскости опор будут работать под воздействием суммарных векторных дисбалансов.

$$\begin{aligned} \bar{D}_A &= \bar{D}_{cmA} + \bar{D}_{MA} \\ \bar{D}_B &= \bar{D}_{cmB} + \bar{D}_{MB} \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, уравнения (7) с учетом уравнений (3) и (4) вместо векторов  $D_{cm}$  и  $M_D$  (рис. 4) однозначно идентифицируют динамическую неуравновешенность шнека [11].

Силы, образующие суммарный вектор неуравновешенности, имеют противоположные направления, но являются параллельными и располагаются в области центра масс шнека  $Z_m$ , проходя через центральную ось. Следовательно, векторы неуравновешенности  $\bar{D}_{MBA}$ , определяющие главный момент неуравновешенности, противоположно параллельны [12], равные математически, находятся в плоскости центральной оси инерции  $Z_0$  шнека и плоскости нейтральной, и плоскость оси  $Z$  параллельна оси  $Z_{\text{пом}}$  (рис. 4).



**Рис. 4. Общая характерная схема расстановки сил и моментов при неуравновешенной работе длинных роторов**

**Fig. 4. Characteristic outline of arrangement of forces and torques in case of unbalanced operation of long rotors**

Тогда равенство (7) из векторной можно преобразовать в координатную форму [13]  
(8):

$$\begin{aligned} D_{AX} &= D_{cmx} \frac{L_B}{L} + D_{MAX} \\ D_{AY} &= D_{cmY} \frac{L_A}{L} + D_{MAY} \end{aligned} \quad (8)$$

Расчет реакций опор можно представить следующим образом (9):

$$\begin{aligned} D_A^2 &= D_{cm}^2 \left( \frac{L_B}{L} \right)^2 + D_{MA}^2 + 2 \frac{L_B}{L} (D_{cmX} D_{MAX} + D_{cmY} D_{MAY}) \\ D_B^2 &= D_{cm}^2 \left( \frac{L_A}{L} \right)^2 + D_{MB}^2 + 2 \frac{L_A}{L} (D_{cmX} D_{MBX} + D_{cmY} D_{MBY}) \end{aligned} \quad (9)$$

Принимая во внимание, что (10):

$$\bar{D}_{MB} = -\bar{D}_{MA}; \text{ где } D_{MA} = D_{MB} = D_M = \frac{M_0}{L}; \bar{D}_{MB} \perp \bar{M}_0. \quad (10)$$

Для расчета усилий, появляющихся на опорах шнеков при выполнении транспортно-технологических операций следует применить уравнения (11):

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ D_{cm}^2 L_B^2 + M_D^2 + 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \\ D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ D_{cm}^2 L_A^2 + M_D^2 + 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Уникальность и неоднозначность рассматриваемого процесса заключается в том, что для машин в данном случае характерно появление поперечно-распределенной нагрузки на шнеки-роторы. Нагрузка появляется от контакта рабочего органа с разрабатываемым ма-

териалом [14]. На данный момент имеется достаточное количество научных исследований для расчета винтовых конвейеров, выполняющих переработку и перемещение материала по оси шнека [15]. В настоящих изысканиях нагружение на рабочий орган длинного винтового ротора происходит перпендикулярно оси симметрии шнека [16]. Итоговая схема для расчета динамики шнеков, учитывающая действие внешнего нагружения принимает вид (рис. 5).

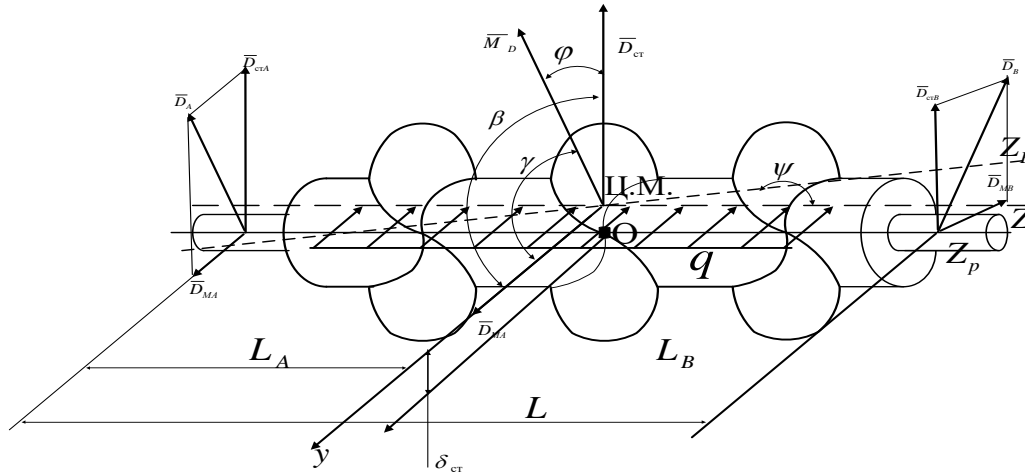


Рис. 5. Общая расчетная схема неуравновешенности длинных роторов

Fig. 5. General design scheme of imbalance of long rotors

После сокращения и преобразования система уравнений (11) принимает вид (12):

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ D_{cm}^2 L_B^2 + q \frac{2}{3} L_B \frac{1}{2} L_B + M_D^2 + 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \\ D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ D_{cm}^2 L_A^2 + q \frac{2}{3} L_A \frac{1}{2} L_A + M_D^2 + 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

В настоящих изысканиях предложено винтовую линию [17] рассматривать как геликоид, поверхность которого задается параметрическими уравнениями:  $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ,  $z = b\varphi$ ,  $0 < r \leq a$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ . Производная, полученная при расчете предложенных уравнений принимает вид (13):

$$x'_r = \cos \varphi, \quad x'_\varphi = -r \sin \varphi, \quad y'_r = \sin \varphi, \quad y'_\varphi = r \cos \varphi, \quad z'_r = 0, \quad z'_\varphi = b. \quad (13)$$

Прилагается применять гауссовские коэффициенты поверхности  $\Omega$ , для получения уравнений, вычисляющих площадь геликоида (14). Площадь самого геликоида в данном случае - внешняя оболочка винтовой поверхности шнека [18].

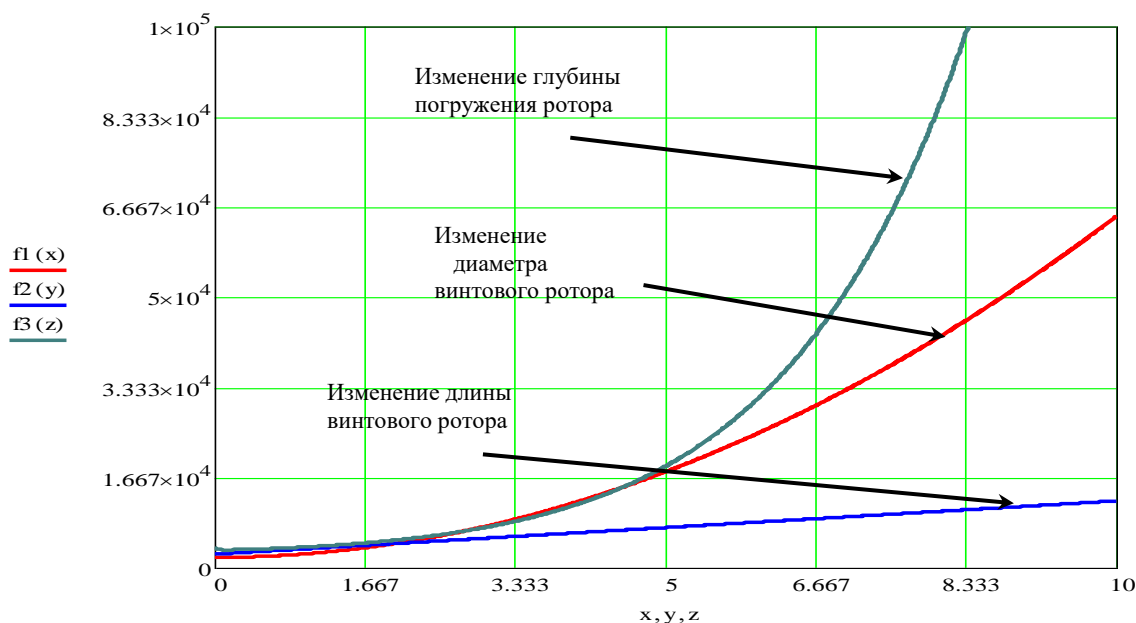
$$\begin{aligned} E &= \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1 \\ G &= r^2 \sin^2 \varphi + r^2 \cos^2 \varphi + b^2 = r^2 + b^2 \\ F &= -r \cos \varphi \sin \varphi + r \sin \varphi \cos \varphi + 0 \cdot b = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Соответственно, площадь поверхности винтовой образующей ротора [19] (15):

$$\begin{aligned}
 |\Omega| &= \iint_{\Delta} \sqrt{1 \cdot (r^2 + b^2)} - 0 dr d\varphi = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr = \pi \left( a\sqrt{a^2 + b^2} + b^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

При подстановке уравнений контакта поверхности навивки и опорных поверхностей [20] система уравнений неуровновешенности (12) принимает вид (16):

$$\begin{aligned}
 D_A^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ \begin{aligned} &D_{cm}^2 L_B^2 + q \frac{2}{3} L_B \frac{1}{2} L_B + M_D^2 + \\ &+ 2L_B (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) + \\ &+ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr \cdot \frac{1}{3} \cdot G_{sp} \cdot \frac{3}{2} \cdot D_{un} \end{aligned} \right] \cdot \\
 D_B^2 &= \frac{1}{L^2} \left[ \begin{aligned} &D_{cm}^2 L_A^2 + q \frac{2}{3} L_A \frac{1}{2} L_A + M_D^2 + \\ &+ 2L_A (D_{cmX} M_{DY} + D_{cmY} M_{DX}) + \\ &+ \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \sqrt{r^2 + b^2} dr \cdot \frac{1}{3} \cdot G_{sp} \cdot \frac{3}{2} \cdot D_{un} \end{aligned} \right] \cdot \quad (16)
 \end{aligned}$$



**Рис. 6.** Графики зависимостей реакций опор при изменении длины винтового ротора, диаметра ротора и глубины погружения ротора в разрабатываемую нагрузку

**Fig. 6.** Graphs of dependences of reactions of supports when changing the length of screw rotor, diameter of rotor, and depth of rotor immersion into a developed load

Полученная система уравнений (16) является наиболее полным функционально обозначенным отображением действующих на шнек внешних воздействий [21].

Следовательно, в настоящих исследованиях выведены полные уравнения для вычисления нагрузок на опоры, которые позволяют математически вычислить самые рациональные и адекватные размеры шнеков [22]. После изучения графиков, полученных при помощи вышеуказанных систем уравнений, выявлено, что оптимальные размеры шнека находятся в пределах: от 3 до 5 м, а диаметральный размер шнека – от 1,6 до 2 м. Следует отметить, что в существующих роторно-винтовых машинах применяются движители-роторы около 4 м, но последнее время их стали делить на два ротора длиной 2-2,5 м.



### Квазистатическая неуравновешенность, при которой дисбалансы опор длинных винтовых роторов лежат в одной плоскости

Суммарный момент неуравновешенности перпендикулярен главной плоскости, в которой находится вектор  $\bar{D}_{MA,B}$  и его модуль (17):

$$D_{cm} = \sqrt{D_A^2 + D_B^2 + 2D_A D_B \cos \alpha} = D_A \sqrt{1 + x_2^2 + 2x_2 \cos \alpha}; \quad (17)$$

Принимая сокращения в целях повышения удобства решения уравнения (18):

$$x_1 = \left| \frac{L_A}{L_B} \right|; x_2 = \left| \frac{D_B}{D_A} \right|; \quad (18)$$

Вычисляется суммарный момент (19):

$$\begin{aligned} D_M &= \sqrt{\left( D_A \cdot \frac{L_A}{L} \right)^2 + \left( D_B \cdot \frac{L_B}{L} \right)^2 - 2D_A D_B \cdot \frac{L_A \cdot L_B}{L^2} \cdot \cos \alpha} = \\ &= \frac{D_A}{1 + x_1} \sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 3x_1 x_2 \cos \alpha} \end{aligned} \quad (19)$$

Отношение момента неуравновешенности и суммарного момента выглядит следующим образом (20):

$$\frac{D_{cm}}{D_M} = (1 + x_1) \sqrt{\frac{1 + x_2^2 + 2x_2 \cos \alpha}{1 + x_1^2 x_2^2 - 2x_1 x_2 \cos \alpha}}, \quad (20)$$

причем:  $\alpha = \alpha_B - \alpha_A$  – угол между моментами неуравновешенностей  $\bar{D}_A$  и  $\bar{D}_B$ .

Полученные расчетные формулы будут справедливы при квазистатической неуравновешенности [23] – данная ситуация возникает, если пересечение оси вращения шнека и его центральной оси происходит не в центре.

### Изменение положения центра неуравновешенности

Может произойти ситуация, когда балансировка при уменьшении суммарного вектора неуравновешенности происходит не по центру масс [24], а в отличной точке  $S$  на оси  $Z_p$ , при этом вычисляются размеры расстояний  $l_{AS}$  и  $l_{BS}$ , величина  $D_M$  изменяется по определенному алгоритму  $x_3 = \left| \frac{l_{BS}}{l_{AS}} \right|$ . Величина  $x_3$  находится, после приравнивания нулю первой производной выражения (19):

$$\frac{dD_M}{dx_1} = \frac{D_A}{1 + x_1} \cdot \frac{x_1 x_2^2 - x_2 \cos \alpha}{\sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 2x_1 x_2 \cos \alpha}} - \frac{D_A}{(1 + x_1)^2} \sqrt{x_1^2 x_2^2 + 1 - 2x_1 x_2 \cos \alpha} = 0. \quad (21)$$

$$\text{Получаемое значение принимает вид } x_3 = \frac{\frac{1}{1 + \cos \alpha} + x_2}{x_2 + \cos \alpha} \quad (22)$$

Когда коррекция неуравновешенности происходит в трех плоскостях (отдельно  $D_{cm}$  и  $D_M$ ), при вычисленном  $x_3$  (для  $D_{cm}$ ) значения корректирующих масс определяются минимальными, если допустить (23):

$$D_A = 0, \text{ то } D_{cm} = D_B, D_M = \frac{D_B L_B}{L} = \frac{D_B x_1}{1 + x_1}. \quad (23)$$

### Коллинеарность главного вектора и главного момента

Если суммарное усилие и суммарный момент образуют угол  $\varphi$   $\overline{D}_{cm}$  и  $\overline{M}_D$  и он равен 0 или,  $180^\circ$ , эти момент  $\overline{M}_D$  и вектор  $\overline{D}_{cm}$ , коллинеарны [25], а неуравновешенности в опорах вычисляется (24):

$$\left. \begin{aligned} D_A^2 &= D_{cm}^2 \left( \frac{L_B}{L} \right)^2 + \left( \frac{M_D}{L} \right)^2 = D_{cm}^2 \left( \frac{L_B}{L_A + L_B} \right)^2 + D_M^2; \\ D_B^2 &= D_{cm}^2 \left( \frac{L_A}{L} \right)^2 + \left( \frac{M_D}{L} \right)^2 = D_{cm}^2 \left( \frac{L_A}{L_A + L_B} \right)^2 + D_M^2. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Если же  $\varphi = 90^\circ$  и  $270^\circ$ ,  $\overline{M}_D \perp \overline{D}_{cm}$  т.е., появляется квазистатическая неуровновешенность, когда дисбалансы  $\overline{D}_A$  и  $\overline{D}_B$  находятся в одной плоскости  $Z_p A Y_p$ .

$$\left. \begin{aligned} D_A + D_{cm} \frac{L_B}{L} + \frac{M_D}{L} &= D_{cm} \frac{L_B}{L_A + L_B} + D_M; \\ D_B + D_{cm} \frac{L_A}{L} + \frac{M_D}{L} &= D_{cm} \frac{L_A}{L_A + L_B} - D_M. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Реальны два случая [26]:

$\alpha = 0$ , тогда  $D_{cm} = D_A(1 + x_2)$ , т.е. всегда  $D_{cm} > D_A$ , значит:

$$D_M = D_A \frac{(1 - x_1 x_2)}{1 + x_1}, \text{ т.е., } D_M < D_A.$$

Если  $x_1 = x_2 = 1$  или  $x_1 = \frac{1}{x_2}$ , то, так как  $D_M = 0$ ,

$$\frac{D_{cm}}{D_M} = \frac{(1 + x_1)(1 + x_2)}{1 - x_1 x_2} = \infty. \quad (26)$$

Тогда имеет место только статический дисбаланс.

В случае:  $\alpha = 180^\circ$ , тогда  $D_{cm} = D_A(1 - x_2)$ , т.е., всегда  $D_{cm} < D_A$ . Если  $x_2 = 1$ , то  $D_{cm} = 0$ , появляется только моментный дисбаланс [27].

Получается  $D_M = D_A \frac{1 + x_1 x_2}{1 + x_1}$ , причем  $D_M > D_A$ .

$$\text{Когда } x_1 = x_2 = 1, \text{ то } D_M = D_A \text{ и } \frac{D_{cm}}{D_M} = \frac{(1 + x_1)(1 - x_2)}{1 - x_1 x_2} = 0 \quad (27)$$

В случае, когда  $\alpha = 90^\circ$  или  $270^\circ$ ,  $\cos \alpha = 0$ .

$$D_{cm} = D_A \sqrt{1 + x_2^2}; D_M = \frac{D_A}{1 + x_1} \sqrt{1 + x_1^2 x_2^2}, \text{ т.е., } D_{cm} \text{ и } D_M \neq 0.$$

$$\text{Таким образом, } \frac{D_{cm}}{D_M} = (1 + x_1) \sqrt{\frac{1 + x_2^2}{1 + x_1^2 x_2^2}} > 0 \quad (28)$$

Выполняя рабочие операции, шнек совершает сложные вращательно-поступательные перемещения. Вращаясь, шнек разрабатывает снег (если это снегоуборочное транспортно-технологическое средство), а при перемещении машины производится также и наезд на снежную кашу. Появляется неуравновешенность, которая определяется как суммарный вектор сил и суммарный момент. Но чаще колебательные перемещения происходят в нескольких плоскостях, и возникает необходимость вывода формул для двух и более плоскостей коррекции [28].

### Вывод формул в случае необходимости учета нескольких плоскостей коррекции

Транспортно-технологические средства с движителями – винтовыми роторами и снегоуборочные машины работают в условиях повышенной колебательной нагрузкой. Ситуация усугубляется неоднородностью разрабатываемого материала опорной поверхности и длиной винтовых роторов. Поэтому рассматривать суммарное усилие и суммарный момент в одной плоскости чаще всего не имеет возможности. Предлагается вводить в расчетные формулы  $a_1$  и  $a_2$  – углы неуравновешенности  $\bar{D}_1$  и  $\bar{D}_2$  в середине ротора (плоскости 1 и 2), а  $a_A$  и  $a_B$  – углы неуравновешенности  $\bar{D}_A$  и  $\bar{D}_B$  по краям ротора (плоскости А и В), учитывая плечо воздействия как расстояние между плоскостями (рис. 7). Итоговые формулы выводятся для неуравновешенных элементов по осям X и Y (29):

$$\left. \begin{aligned} D_{1X} &= D_1 \cos a_1; D_{1Y} = D_1 \sin a_1; \\ D_{2X} &= D_2 \cos a_2; D_{2Y} = D_2 \sin a_2; \\ D_{AX} &= D_A \cos a_A; D_{AY} = D_A \sin a_A; \\ D_{BX} &= D_B \cos a_B; D_{BY} = D_B \sin a_B. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Расчет величины угла смещения  $\gamma$  производится для оси X.

Суммарные итоговые значения величин суммарных сил  $D_A$ ,  $D_B$  и  $D_1, D_2$  и суммарные уравнения моментов неуравновешенностей применительно к центрам опор А и В определяются для осей X и Y относительно плоскости, образуемой пересечением плоскостей 1 и 2 и оси ротора. Для дальнейшего расчета появляется необходимость определения углов смещения оси ротора относительно оси симметрии, в зависимости от видов нагружения [29].

На рис. 9 предоставлена расчетная схема для определения реакций опор А и В. В данной схеме уже представлены коррекционные плоскости, так как существенная длина винтового ротора при изменении угла перемещения относительно системы координат XYZ, вынуждает учитывать и угловую неуравновешенность от А к В. За начало координат принимается центр опоры А и  $Z_A = 0$ . Дальнейший расчет делается возможным, только если плоскости 1 слева от 2 а А слева от В. Система уравнений для расчета величин суммарных моментов относительно опор А и В (30):

$$\begin{cases} M_{AX} = D_{1X}(Z_1 - Z_A) + D_{2X}(Z_2 - Z_A) - D_{BX}(Z_B - Z_A) = 0 \\ M_{AY} = D_{1Y}(Z_1 - Z_A) + D_{2Y}(Z_2 - Z_A) - D_{BY}(Z_B - Z_A) = 0 \\ M_{BX} = D_{1X}(Z_1 - Z_B) + D_{2X}(Z_2 - Z_B) - D_{AX}(Z_A - Z_B) = 0 \\ M_{BY} = D_{1Y}(Z_1 - Z_B) + D_{2Y}(Z_2 - Z_B) - D_{BY}(Z_A - Z_B) = 0 \end{cases} \quad (30)$$

Если компоненты векторов вывести через углы  $\alpha$  (31):

$$\begin{cases} D_A \cos \alpha_A = \frac{D_1 \cos \alpha_1 (Z_1 - Z_B) + D_2 \cos \alpha_2 (Z_2 - Z_B)}{Z_B - Z_A} \\ D_A \sin \alpha_A = \frac{D_1 \sin \alpha_1 (Z_1 - Z_B) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_B)}{Z_B - Z_A} \\ D_B \cos \alpha_B = \frac{D_1 \cos \alpha_1 (Z_1 - Z_A) + D_2 \cos \alpha_2 (Z_2 - Z_A)}{Z_A - Z_B} \\ D_B \sin \alpha_B = \frac{D_1 \sin \alpha_1 (Z_1 - Z_A) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_A)}{Z_A - Z_B} \end{cases} \quad (31)$$

Значения неуравновешенностей тогда будут равны (32):

$$\begin{cases} D_A = \sqrt{(D_A \cos \alpha_A)^2 + (D_A \sin \alpha_A)^2} = \\ = \frac{\sqrt{D_1^2 (Z_1 - Z_B)^2 + D_2^2 (Z_2 - Z_B)^2 + 2D_1 D_2 (Z_1 - Z_B)(Z_2 - Z_B) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}}{|Z_B - Z_A|} \\ D_B = \sqrt{(D_B \cos \alpha_B)^2 + (D_B \sin \alpha_B)^2} = \\ = \frac{\sqrt{D_1^2 (Z_1 - Z_A)^2 + D_2^2 (Z_2 - Z_A)^2 + 2D_1 D_2 (Z_1 - Z_A)(Z_2 - Z_A) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}}{|Z_A - Z_B|} \end{cases} \quad (32)$$

Углы  $\alpha_A$  и  $\alpha_B$  неуравновешенностей  $\bar{D}_A$  и  $\bar{D}_B$  получены и отображены ниже (33):

$$\begin{cases} \tan \alpha_A = \frac{D_A \sin \alpha_A}{D_A \cos \alpha_A} = \frac{D_1 \sin \alpha_1 (Z_1 - Z_B) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_B)}{D_1 \cos \alpha_1 (Z_1 - Z_B) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_B)} \\ \tan \alpha_B = \frac{D_B \sin \alpha_B}{D_B \cos \alpha_B} = \frac{D_1 \sin \alpha_1 (Z_1 - Z_A) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_A)}{D_1 \cos \alpha_1 (Z_1 - Z_A) + D_2 \sin \alpha_2 (Z_2 - Z_A)} \end{cases} \quad (33)$$

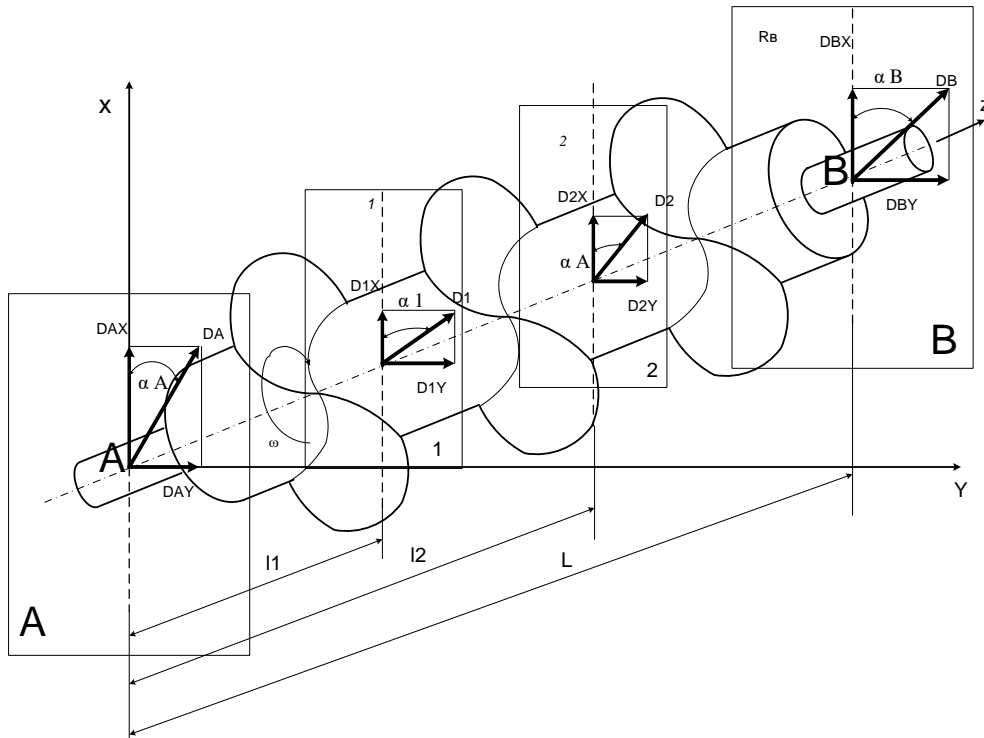


Рис. 7. Суммарные моменты винтового ротора в разных плоскостях

Fig. 7. Total torques of screw rotor in different planes

Аналогично образуются и уравнения суммарных моментов при пересечении оси ротора и плоскостей 1 и 2 (34):

$$\begin{cases} M_{1X} = D_{\phi X}(Z_A - Z_1) + D_{2X}(Z_2 - Z_1) - D_{BX}(Z_B - Z_1) = 0 \\ M_{1Y} = D_{AY}(Z_A - Z_1) + D_{2Y}(Z_2 - Z_1) - D_{BY}(Z_B - Z_1) = 0 \\ M_{2X} = D_{AX}(Z_A - Z_2) + D_{1X}(Z_1 - Z_2) - D_{BX}(Z_B - Z_2) = 0 \\ M_{2Y} = D_{AY}(Z_A - Z_2) + D_{1Y}(Z_1 - Z_2) - D_{BY}(Z_B - Z_2) = 0 \end{cases} \quad (34)$$

Находятся элементы векторов через их углы  $\alpha$  (35):

$$\begin{cases} -D_1 \cos \alpha_1 = \frac{D_A \cos \alpha_A (Z_A - Z_2) + D_B \cos \alpha_B (Z_B - Z_2)}{Z_2 - Z_1} \\ -D_1 \sin \alpha_1 = \frac{D_A \sin \alpha_A (Z_A - Z_2) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_2)}{Z_2 - Z_1} \\ -D_2 \cos \alpha_2 = \frac{D_A \cos \alpha_A (Z_A - Z_1) + D_B \cos \alpha_B (Z_B - Z_1)}{Z_1 - Z_2} \\ -D_2 \sin \alpha_2 = \frac{D_A \sin \alpha_A (Z_A - Z_1) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_1)}{Z_1 - Z_2} \end{cases} \quad (35)$$

Таким образом, расчетные значения неуравновешенностей шнеков при выполнении ими рабочих операций (36):

$$\left\{ \begin{aligned} D_1 &= \sqrt{(D_1 \cos \alpha_1)^2 + (D_1 \sin \alpha_1)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{D_A^2(Z_A - Z_2)^2 + D_B^2(Z_B - Z_2)^2 + 2D_A D_B(Z_A - Z_2)(Z_B - Z_2) \cos(a_A - a_B)}}{|Z_2 - Z_1|} \\ D_2 &= \sqrt{(D_2 \cos \alpha_1)^2 + (D_2 \sin \alpha_1)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{D_A^2(Z_A - Z_1)^2 + D_B^2(Z_B - Z_1)^2 + 2D_A D_B(Z_A - Z_1)(Z_B - Z_1) \cos(a_A - a_B)}}{|Z_1 - Z_2|} \end{aligned} \right. \quad (36)$$

Углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  неуравновешенностей  $\bar{D}_1$  и  $\bar{D}_2$  вытекают из (33) и вычисляются (37):

$$\left\{ \begin{aligned} \tan \alpha_1 &= \frac{D_1 \sin \alpha_1}{D_A \cos \alpha_A} = \frac{D_A \sin \alpha_A (Z_A - Z_2) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_2)}{D_A \cos \alpha_A (Z_A - Z_2) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_2)} \\ \tan \alpha_2 &= \frac{D_2 \sin \alpha_2}{D_2 \cos \alpha_2} = \frac{D_A \sin \alpha_A (Z_A - Z_1) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_1)}{D_A \cos \alpha_A (Z_A - Z_1) + D_B \sin \alpha_B (Z_B - Z_1)} \end{aligned} \right. \quad (37)$$

В исследовании получены общие расчетные формулы (31)-(37), которые значительно упрощают возможности разработчиков машин, оснащенных длинными винтовыми роторами и пригодны для получения несбалансированности при любом расположении плоскостей А, В, 1 и 2 (при условии, что плоскость 1 левее плоскости 2, а плоскость А левее плоскости В), если значения  $Z_1, Z_2$  и  $Z_B$  представлены с необходимыми знаками.

Частные случаи, когда  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_A = \alpha_B$  и имеет место статическая неуравновешенность шнека, когда углы неуравновешенностей зануляются, из уравнений (31) и (35) следует, что (38):

$$\left\{ \begin{aligned} -D_A &= \frac{D_1(Z_1 - Z_B) + D_2(Z_2 - Z_B)}{Z_B - Z_A} \\ -D_B &= \frac{D_1(Z_1 - Z_A) + D_2(Z_2 - Z_A)}{Z_A - Z_B} \\ -D_1 &= \frac{D_A(Z_A - Z_2) + D_B(Z_B - Z_2)}{Z_2 - Z_1} \\ -D_2 &= \frac{D_A(Z_A - Z_1) + D_B(Z_B - Z_1)}{Z_1 - Z_2} \end{aligned} \right. \quad (38)$$

Если  $\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_A - \alpha_B = 180^\circ$ , появляется моментный дисбаланс.

Если  $\alpha_1 = \alpha_A = 0$ , тогда для  $\alpha_2 = \alpha_B = 180^\circ$  выводится (39):

$$\left\{ \begin{aligned} -D_A &= \frac{D_1(Z_1 - Z_B) + D_2(Z_2 - Z_B)}{Z_B - Z_A} \\ -D_B &= \frac{D_1(Z_1 - Z_A) + D_2(Z_2 - Z_A)}{Z_B - Z_A} \\ -D_1 &= \frac{D_A(Z_A - Z_2) + D_B(Z_B - Z_2)}{Z_2 - Z_1} \\ -D_2 &= \frac{D_A(Z_A - Z_1) + D_B(Z_B - Z_1)}{Z_2 - Z_1} \end{aligned} \right. \quad (39)$$

Общие формулы (38) и (39) позволяют создать базу данных для вычисления общих случаев нагружения. Длинные винтовые роторы при выполнении транспортно-технологических операций могут быть спроектированы как межопорными, так и консольными. Плоскости А, В, 1 и 2 в таких случаях коренным образом меняют свое расположение [30]. Для простоты использования выведенных формул создана таблица с расчетными формулами межопорных (схема I) и консольных (схема II) винтовых роторов для нахождения неуравновешенности и расчета суммарного момента.

По схемам I и II построено подавляющее число элементов валов, поэтому основой заложено регламентированное функционирование удельного дисбаланса ротора, позволяющего подшипниковым опорам работать в оптимальных режимах.

Таблица 1.

**Реакции на опорах и схемы выполнения плоскостей коррекций с разными видами неуравновешенности**

Table 1.

**Reactions on supports and schemes for performance of correction planes with different types of imbalance**

Схема	Вид нахождения плоскости коррекции и опор	Неуравновешенность	
		статическая	моментная
I		$D_A = \frac{D_1(L-l_1)+D_2(L-l_2)}{L}$ $D_B = \frac{D_1(l_1)+D_2(l_2)}{L}$ $D_1 = \frac{-D_A(l_1)+D_B(L-l_1)}{l_2-l_1}$ $D_2 = \frac{-D_A(l_1)+D_B(L-l_1)}{l_2-l_1}$	$D_A = \frac{D_1(L-l_1)-D_2(L-l_2)}{L}$ $D_B = \frac{-D_1(l_1)+D_2(l_2)}{L}$ $D_1 = \frac{D_2(l_2)+D_B(L-l_2)}{l_2-l_1}$ $D_2 = \frac{D_A(l_1)+D_B(L-l_1)}{l_2-l_1}$
II		$D_A = \frac{D_1(L-l_1)-D_2(L-l_2)}{L}$ $D_B = \frac{D_1(l_1)+D_2(l_2)}{L}$ $D_1 = \frac{-D_A(l_2)+D_B(l_2-L)}{l_2-l_1}$ $D_2 = \frac{-D_A(l_1)+D_B(L-l_1)}{l_2-l_1}$	$D_A = \frac{D_1(L-l_1)+D_2(L-l_2)}{L}$ $D_B = \frac{D_1(l_1)+D_2(l_2)}{L}$ $D_1 = \frac{D_2(l_2)-D_A(l_2-L)}{l_2-l_1}$ $D_2 = \frac{-D_A(l_1)+D_B(L-l_1)}{l_2-l_1}$

В настоящем исследовании полностью решена задача получения зависимостей, позволяющих рассчитать все усилия, появляющиеся на опорах шнеков, а также в любом сечении. Данные уравнения позволяют рассчитать и выбрать вид необходимых опор для длинных винтовых роторов [31].

Полное теоретически обоснованное математическое описание расчета реакций на опорах длинного винтового ротора позволяет определить оптимальный размер длины ротора, при котором колебательные и вибрационные нагрузки минимизируются. Впервые в расчетные формулы предложено ввести формульные зависимости влияния винтовой навивки ротора и применить гауссовские коэффициенты поверхности, которые позволяют учитывать глубину погружения ротора в разрабатываемую поверхность. Анализы результатов позволя-

ют сделать вывод, что оптимальными считаются соотношения длины винтового ротора к его диаметру как 1 к 4. Предложенные в исследовании расчетные модули предлагают к применению в изысканиях практически все виды нагружения при выполнении длинным винтовым ротором технологических операций. Рассмотренные типы неуравновешенностей, включая квазистатическую, позволили определить нахождение плоскостей коррекции для назначения размеров до опорных поверхностей.

### Библиографический список

1. Постановление Правительства РФ от 5 декабря 2001 г. № 848 «О федеральной целевой программе «Развитие транспортной системы России (2010-2015 годы)» (с изменениями от 31 мая 2006 г., 9 июля 2007 г., 10 апреля, 20 мая 2008 г., 17 марта 2009 г., 22 апреля, 21, 22 декабря 2010 г., 18 апреля, 3 ноября, 30 декабря 2011 г.).
2. **Гордеев, Б.А.** Снижение виброперегрузок, возбуждаемых вращающимися валами в переходных режимах / Б.А. Гордеев, С.Н. Охулков, А.Н. Осмехин, А.Е. Шохин // Вестник машиностроения. 2018. №2. С 9-15.
3. **Kuklina, I.G.** La Dinamica de terreno Maquinas / I.G. Kuklina // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – Vienna, Austria, 2014. – pp. 48-51.
4. ГОСТ Р 51709-2001 Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки.
5. MSC. NASTRAN Advanced Dynamic Analysis, MSC Corp., 2004, 303 p.
6. **Александров, А.М.** Динамика роторов / А.М. Александров, В.В. Филиппов. – М.: Издательство МЭИ, 1995. - 132 с.
7. **Жидков, С.А.** Разработка метода исследования динамики роторов в подшипниках скольжения на основе теории мощностных графов связей: Дис... канд. техн. наук: 01.02.06. / Жидков Сергей Анатольевич. - Орел, 2003. – 180 с.
8. **Gordeev, V.A.** Reducing transient vibrations due to rotating shafts / V.A. Gordeev, S.N. Okhulkov // Russian Engineering Research, 2018. – Vol. 38. № 5 – P. 335-342.
9. **Кельзон, А. С.** Расчет и конструирование роторных машин / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. - Л., Машиностроение, 1977. - 288 с.
10. **Куклина, И.Г.** Решение проблем расчета и проектирования машин с длинными роторами: коллективная научная монография / И.Г. Куклина. – Новосибирск: Изд. Сибирская ассоциация консультантов, 2012. – 168 с.
11. **Гордеев, Б.А.** Влияние эффекта Доплера на погрешность измерения вибрации электромеханических комплексов волновыми методами / Б.А. Гордеев, С.Н. Охулков // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2017. №2. С. 56-61.
12. **Ильин, М.М.** Теория колебаний / М.М. Ильин, К.С. Колесников, Ю.С. Саратов. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 272 с.
13. **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1970. – 720 с.
14. **Крылов, А.Н.** Избранные труды / А.Н. Крылов. - Л.: Академия наук СССР, 1958. – 803 с.
15. **Кельзон, А.С.** Управление колебаниями роторов / А.С. Кельзон, Л.М. Малинин. – СПб.: Политехника, 1992. – 118 с.
16. **Vukob, V.G.** Dynamics of statically unbalanced rotor with eccentric automatic ball balancer / V.G. Vukob, A.S. Kovachev // Book of Abstracts of Eighth International Symposium on Classical and Celestial Mechanics. 2013. – 18 p.
17. **Быков, В.Г.** Динамика ротора с эксцентрическим шаровым автобалансирующим устройством / В.Г. Быков, А.С. Ковачев // Вестник Санкт-Петербургского университета, Серия 1: Математика, Механика, Астрономия. 2014. № 4. С. 579-588.
18. **Гробов, В.А.** Поперечные колебания ротора с распределенной по длине массой при переменной скорости вращения / В.А. Гробов // Известия Академии наук Латвийской ССР. 1955. №5.
19. **Гусаров, А.А.** Балансировка роторов машин / А.А. Гусаров. – М., 2004. – 267 с.
20. **Huang, W.Y.** The application of ball-type balancers for radial vibration reduction of high speed optic drives / W.Y. Huang, C.P. Chao // Journal of Sound and Vibration. 2002. No. 250(3). P. 415-430.



21. **Куклина, И.Г.** Вибронагруженность длинных винтовых роторов / И.Г. Куклина. – Saarbrücken: Издательство LAPLAMBERT Academic Publishing, 2013. – 137 с.
22. **Пасынкова, И.А.** Динамика прецессионного движения неуравновешенного ротора / И.А. Пасынкова. – СПб: Издательство Санкт-Петербургского университета, 2014. – 238 с.
23. **Yamamoto, T.** Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications / T. Yamamoto, Y. Ishida. – Wiley: Interscience. 2001. – 348 p.
24. **Фролов, К.В.** Вибрация – друг или враг? / К.В. Фролов. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
25. **Kuklina, I.G.** Application of unified modeling language for solving engineering / I.G. Kuklina // Materials of the international scientific practical conference, Taraz, may 30-31, 2013 / Development of applied mathematics. – Taraz, Kazakhstan, 2013. – P. 84-94.
26. **Kim, G.** Nonlinear analysis of automotive hydraulic engine mount. ASME / G. Kim, R. Sigh // J. of dynamic system measurement and control 115, 1996.
27. **Тондл, А.** Автоколебания механических систем / А. Тондл. – М. Мир, 1979. – 429 с.
28. **Тимошенко, С.П.** Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
29. Структурное моделирование сложных динамических систем. / Баранов Г.Л. [и др.]. – Киев: Наук. думка, 1986. – 272 с.
30. **Куклина, И.Г.** Определение дисбаланса жестких роторов дорожных машин акустическими методами / И.Г. Куклина, Б.А. Гордеев // Строительные и дорожные машины. 2010. №2. С. 32-36.
31. **Куклина, И.Г.** Математическая модель вертикальных перемещений плужного отвала / И.Г. Куклина, М.В. Жук, И.А. Тютнев // Строительные и дорожные машины. 2011. №11. С. 54-55.

*Дата поступления  
в редакцию: 15.01.2021*