

УДК 519.6

DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_3\_20

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ  
НА ПРОИЗВОЛЬНЫХ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ****К.Б. Володченкова**ORCID: 0000-0002-0084-0531 e-mail: [ksuwatomsk@mail.ru](mailto:ksuwatomsk@mail.ru)

Российский федеральный ядерный центр

«Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики»

Саров, Россия

**Р.Р. Гиниятуллин**ORCID: 0000-0002-6260-5326 e-mail: [rrginiyatullin@vniief.ru](mailto:rrginiyatullin@vniief.ru)

Российский федеральный ядерный центр

«Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики»

Саров, Россия

Исследованы схемы аппроксимации конвективных потоков, предназначенные для расчета низкоскоростных многокомпонентных течений, несжимаемых на неструктурированных сетках для моделирования. Методика моделирования основана на алгоритме *SIMPLE*, предназначенном для численного моделирования несжимаемых и слабосжимаемых течений. Расчеты проведены на сетках различного типа, включая блочно-структурированные, а также произвольные неструктурированные тетраэдральные и полиэдральные. Для решения полученных при дискретизации систем линейных уравнений применяются итерационные решатели алгоритмом Гаусса-Зейделя и многосеточный алгоритм *AMG*. Для моделирования турбулентности выбрана *RANS* модель *SST* как одна из наиболее популярных и применимых для относительно низкоскоростных течений. Для блочно-структурированных типов сеток получена наибольшая погрешность для схемы *UD* и минимальная погрешность для схем повышенного порядка среди всех проведенных расчетов. На полиэдральных сетках для всех расчетов относительная погрешность несколько выше, чем на блочно-структурированных. При измельчении сетки наилучший характер сходимости демонстрирует схема *LUD*. Для тетраэдральных сеток характер сходимости практически не зависит от выбранной схемы, и наблюдается стабильный тренд сеточной сходимости; показано преимущество относительно полиэдральных сеток при сопоставимом характерном размере на грубой сетке. Сеточная сходимость на тетраэдральных сетках наиболее предсказуема, однако не дает преимуществ при использовании схем повышенного порядка точности.

Представлены рекомендации оптимального характерного размера ячеек для зоны смешения потоков для получения приемлемых результатов на выбранных сетках различного типа.

**Ключевые слова:** многокомпонентные течения, неструктурированные сетки, алгоритм *SIMPLE*, уравнения переноса концентраций, уравнение Навье-Стокса.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Володченкова, К.Б. Моделирование многокомпонентных течений на произвольных неструктурированных сетках / К.Б. Володченкова, Р.Р. Гиниятуллин // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2021. № 3. С. 20-31. DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_3\_20

**SIMULATING MULTICOMPONENT FLOWS  
ON ARBITRARY UNSTRUCTURED MESHES****K.B. Volodchenkova**ORCID: 0000-0002-0084-0531 e-mail: [ksuwatomsk@mail.ru](mailto:ksuwatomsk@mail.ru)

Russian Federal Nuclear Center –

The All-Russian Research Institute of Experimental Physics

Sarov, Russia

**R.R. Giniyatullin**

ORCID: 0000-0002-6260-5326 e-mail: rrginiyatullin@vniief.ru

Russian Federal Nuclear Center –

The All-Russian Research Institute of Experimental Physics

*Sarov, Russia*

**Abstract.** Schemes of approximating convective flows were investigated. They are intended for calculating incompressible flows on unstructured meshes for simulating low-velocity multicomponent flows. The simulation technique is based on the SIMPLE algorithm used for numerical simulation of incompressible and weakly compressible flows. Calculations were performed on meshes of various types, including block-structured ones, as well as arbitrary unstructured tetrahedral and polyhedral meshes. The systems of linear equations obtained by discretization are solved using iteration solvers with the Gauss-Seidel algorithm and the multimesh AMG algorithm. Turbulence was simulated using the RANS model SST as one of the most popular and applicable for relatively low-velocity flows. Block-structured types of meshes yielded the biggest error for the UD scheme and a minimal error for higher-order schemes among all the calculations performed. On polyhedral meshes for all calculations, the relative error is somewhat higher than that on block-structured ones. With mesh refinement, the LUD scheme demonstrated the best convergence behavior. With tetrahedral meshes, the convergence pattern is practically independent of the chosen scheme, and a steady mesh convergence trend is observed. An advantage of polyhedral meshes was shown at a comparable character of the size on a coarse mesh. The mesh convergence on tetrahedral meshes is the most predictable one; however, it offers no advantage when using increased accuracy order schemes.

Recommendations are given for an optimal characteristic size of meshes for the flow mixing zones to obtain acceptable results on chosen meshes of different types.

**Key words:** multicomponent flows, unstructured meshes, SIMPLE algorithm, concentration transport equations, Navier-Stokes equation.

**FOR CITATION:** K.B. Volodchenkova, R.R. Giniyatullin. Simulating multicomponent flows on arbitrary unstructured meshes. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2021. № 3. P. 20-31. DOI: 10.46960/1816-210X\_2021\_3\_20

## Введение

Применение численных методов решения уравнений Навье-Стокса для расчета многокомпонентных течений на практике сводится в основном к расчетам на блочно-структурированных сетках с применением эффективных численных схем высокого порядка точности [1, 2]. Однако при решении прикладных задач целесообразно использовать неструктурированные расчетные сетки, состоящие из многогранников произвольной формы с выделением призматических пограничных слоев для корректного разрешения турбулентного пограничного слоя, влияющего на моделирование многокомпонентных течений в целом [3]. Одной из таких важных прикладных задач является моделирование распространения газообразных загрязняющих веществ в атмосфере.

Автоматические генераторы трехмерных неструктурированных сеток могут генерировать тетраэдральные, преимущественно гексаэдральные, призматические, полиэдральные и гибридные сетки с разными типами ячеек [4-8]. Тип ячеек в той или иной зоне расчетной области зависит в основном от сложности ее локальной геометрической конфигурации. Использование произвольной неструктурированной сетки приводит к ряду трудностей, одна из которых заключается в том, что на неструктурированной сетке заметно сужается круг доступных схем для дискретизации конвективных потоков. От свойств выбранной схемы дискретизации напрямую зависит качество моделирования: схема должна иметь малую диссипацию и обеспечивать устойчивость счета на произвольной неструктурированной сетке [3]. Нежелательная диссипация уменьшается с повышением точности определения конвективных потоков. Для такого типа сеток построен ряд схем, которые применяются на практике. Расчету на произвольных неструктурированных сетках посвящено много работ [3, 5, 9-10]. Однако во всех перечисленных исследованиях не приводятся особенности при моделировании многокомпонентного течения, влияние используемых численных схем и их применимость при решении практических задач.

Исследование применимости основных схем дискретизации конвективных потоков на неструктурированных сетках можно найти в работах [3, 5, 11]. К наиболее успешным по применимости на произвольно-неструктурированных сетках относят схемы повышенного порядка аппроксимации с линейной интерполяцией (*Linear Upwind Differences, LUD*) и гибридные с добавлением противопоточности [3]. Однако для правильного моделирования необходимо провести оценку численной диссипации выбранных применимых схем для дискретизации уравнения переноса концентраций.

В настоящей работе проводится исследование схем аппроксимации конвективных потоков, предназначенных для расчета несжимаемых на неструктурированных сетках для моделирования низкоскоростных многокомпонентных течений. На примере решения задачи о впрыске струи пропана в воздушный поток оценивается влияние схем дискретизации конвективного потока в уравнении переноса концентраций. Приводится оценка полученной точности решения на произвольных неструктурированных сетках различного типа, даются рекомендации численного расчета относительно низкоскоростных многокомпонентных течений. В первой части данной работы приводится описание основных уравнений и метод расчета концентраций в алгоритме *SIMPLE*, во второй части – описание практической задачи и ее численное решение, рекомендации по оптимальному выбору типа сетки, характерного размера и наиболее предпочтительной схемы для данного случая [5, 12].

### Метод расчета многокомпонентных течений

Для моделирования низкоскоростных многокомпонентных слабосжимаемых течений будем использовать систему уравнений Навье-Стокса, осредненную по Рейнольдсу, совместно с уравнениями переноса концентраций на основе закона диффузии Фика, которая имеет вид [11] (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla * (\rho \vec{u}) = 0, \\ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \rho(\vec{u} * \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla * \vec{u}), \\ C_p \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \nabla * (\rho \vec{u} T) = -\nabla * (\lambda \nabla T) + \nabla(\vec{u} * \tau) + \frac{\partial \rho}{\partial t} + S_\tau, \\ \frac{\partial \rho c_i}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} c_i + q_{c_i}) = S_{c_i}, i = 1 \dots n - 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{u}$  – вектор скорости,  $\rho$  – плотность среды,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $\mu$  – молекулярная вязкость,  $C_p$  – удельная теплоемкость,  $\lambda$  – эффективный коэффициент теплопроводности среды,  $\tau = \mu(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T) - \frac{2}{3} \delta \nabla * \vec{u}$  – тензор вязких напряжений.

Для расчета концентраций компонент рассматриваются их объемные доли:

$$c_i, \quad 0 \leq c_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n c_i = 1.$$

Последняя компонента вычисляется явно, по концентрациям других компонент:

$$c_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} c_i.$$

Диффузионный поток компоненты  $c_i$  выражается при помощи коэффициента диффузии по закону Фика (2):

$$\overline{q_{c_i}} = -D_i \nabla c_i, i = 1 \dots n - 1, \quad (2)$$

где  $D_i$  – коэффициент диффузии компоненты. Диффузионный поток также может быть выражен заданием числа Шмидта (3):

$$\vec{q}_{c_i} = -\frac{\mu}{s_c} \nabla c_i \quad (3)$$

В турбулентном случае необходимо учитывать также турбулентную составляющую диффузионного потока концентрации (4):

$$\vec{q}_{c_i} = -\left(\frac{\mu}{s_c} + \frac{\mu_t}{s_{c_t}}\right) \nabla c_i, \quad (4)$$

где  $\mu_t$  – турбулентная вязкость, вычисленная с помощью какой-либо модели турбулентности. Уравнения дополнены возможными источниками энергии  $S_T$  и концентраций  $S_{c_i}$ .

Для дискретизации основных уравнений используется классический метод *SIMPLE* на конечно-объемной трехмерной неструктурированной сетке [12-13]. Для решения полученных при дискретизации систем линейных уравнений применяются итерационные решатели алгоритмом Гаусса-Зейделя и многосеточный алгоритм *AMG* [13-14]. Для моделирования турбулентности выбрана *RANS* модель *SST* как одна из наиболее популярных и применимых для относительно низкоскоростных течений [15]. В методе *SIMPLE* для расчета потоков через контрольные объемы необходимо интерполировать величины из центров ячеек на грани при помощи дифференциальных схем. В большинстве случаев ограничиваются парой ячеек, разделенных гранью, на которую производится интерполяция (рис. 1).

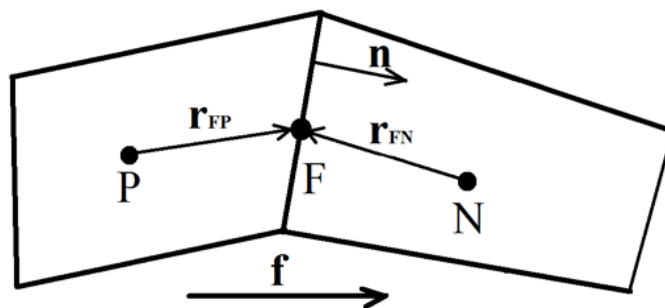


Рис. 1. Общий вид пары ячеек конечно-объемной сетки

Fig. 1. General view of a pair of meshes in a finite-volume mesh

В данной работе рассматриваются интерполяционные схемы, шаблон которых ограничен парой смежных ячеек, поскольку более широкий шаблон на неструктурированной сетке в общем случае не существует или требует построения сетки с выделенным направлением. Среди таких схем выбраны: простейшая схема первого порядка *UD*, схема с линейной интерполяцией *LUD* и гибридная схема *CD + 0.1UD*, представляющая собой линейную комбинацию схемы высокого и низкого порядков, совмещающая преимущества повышенного порядка и устойчивости счета на неструктурированной сетке [3, 16]. Представленные схемы имеют следующий вид. Схема *Upwind Differences* – схема первого порядка, она устойчива на неструктурированных сетках, но обладает большой численной диффузией [3, 16] (5):

$$c_{i,F,ud} = \begin{cases} c_{i,P}, & f > 0 \\ c_{i,N}, & f < 0 \end{cases} \quad (5)$$

где  $P$  и  $N$  – индексы ячеек по разные стороны от грани с индексом  $F$ . Гибридные схемы представляют собой линейную комбинацию схемы высокого и низкого порядков, что приводит к увеличению монотонности решения.

Диссипативные свойства анализируемых схем отличаются лишь использованием реконструкции величины на грань с линейной интерполяцией в схеме *LUD* [3, 17]. Схема *Linear Upwind Differences* с линейной интерполяцией [3, 17]:

$$c_{i,F,lud} = \begin{cases} c_{i,P} + \nabla c_{i,P} \cdot r_{FP}, & f > 0 \\ c_{i,N} + \nabla c_{i,N} \cdot r_{FN}, & f < 0 \end{cases} \quad (6)$$

Гибридную схему, например, для схемы *CD*, можно записать следующим образом:

$$c_{i,F,gibr} = \gamma c_{i,F,CD} + (1 - \gamma) c_{i,F,iud} \quad (7)$$

где  $\gamma$  – коэффициент смешения. В настоящей работе рассматриваются схемы с постоянным коэффициентом смешения во всей расчетной области.

Представленная выше модель реализована в отечественном пакете программ инженерного анализа ЛОГОС [12-13].

### Результаты численных экспериментов

Для оценки сеточной сходимости рассматриваемого метода проведем эксперимент на задаче впрыска струи пропана в воздушный туннельный поток (рис. 2): моделирование многокомпонентных течений на блочно-структурированных сетках (O-сетках) и моделирование многокомпонентных течений на произвольных неструктурированных сетках [18]. Приведем ниже полученные результаты моделирования по отечественному пакету программ ЛОГОС [12], ориентированный на решение задач вычислительной гидродинамики на произвольных неструктурированных сетках [22]. Пакет программ ЛОГОС успешно прошел масштабную верификацию [25, 26] и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач, включая расчеты турбулентных [23, 24] и геофизических течений [27, 28], а также расчеты промышленных задач [21].

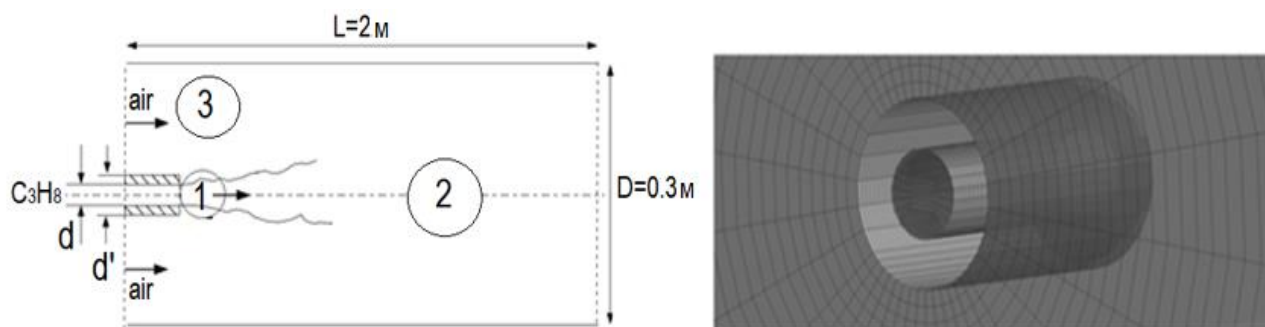


Рис. 2. Геометрия задачи и вид расчетной блочно-структурированной O-сетки

Fig. 2. Problem geometry and the form of the computational block-structured O-mesh

В рассматриваемой задаче поток впрыскивается через форсунку в воздушное пространство трубы. Исследуемое течение в трубе является турбулентным и содержит три компонента: пропан ( $C_3H_8$ ), кислород ( $O_2$ ) и азот ( $N_2$ ). Воздух, который входит в туннель, свободен от  $C_3H_8$ . Между компонентами нет никакой химической реакции, и поток адиабатный. Рассматривается развитие турбулентного течения пропана в потоке воздуха под действием силы тяжести [19, 20]. Воздух представлен смесью кислорода ( $O_2$ ) и азота ( $N_2$ ) в концентрации  $C_{O_2} = 0,23$ ,  $C_{N_2} = 0,77$ . Струя пропана ( $C_3H_8$ ) втекает со средней скоростью 53 м/с, число Рейнольдса  $Re = 68000$ . Длина туннеля составляет 2 м, диаметр – 0,3 м. Длина входного патрубка для пропана составляет 0,0165 м и была задана произвольно. Внешний диаметр патрубка равен  $d'$  – 0,011 м, внутренний диаметр  $d$  – 0,0052 м (рис. 2). На выходе из патрубка пропан начинает перемешиваться с воздухом. Для моделирования многокомпонентного газа используется уравнение состояния смеси идеальных газов. В качестве коэффициента диффузии смеси использовалось число Шмидта, равное 0,7. Характеристики компонент представлены в табл. 1.

Таблица 1.

## Характеристики компонент

Table 1.

## Characteristics of components

Величина	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>
Молекулярный вес, кг/кмоль	31,9988	28,0134	44,09
Молекулярная вязкость, кг/(м·с)	1,919e-05	1,663e-05	7,95e-06
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	1,2999	1,138	1,91

Для решения задачи используются следующие граничные условия: на входе задается воздух со скоростью 9,2 м/с, параметры турбулентности для воздуха (интенсивность и длина перемешивания), равные 0,004 и 0,145 м, для пропана 0,02 и 0,0026 м соответственно; на входной границе для пропана задается либо массовый расход, либо профиль скорости, вычисляемый по формуле:

$$u(y) = U \left( \frac{y}{R} \right)^{1/n}, \quad (8)$$

где  $y$  – расстояние от стенки,  $U = 70$  м/с,  $R = 2,6$  мм,  $n = 7$ .

На выходной границе задается постоянное давление 101 000 Па, все остальные границы – стенки без прилипания,  $T = 300$  К. Предварительные расчеты показали, что в задаче можно выделить три основные зоны, различающиеся характером течения (рис. 2). Первая зона (1) – основная зона впрыска, где течение наиболее интенсивно и турбулентно, а также характеризуется наибольшими градиентами концентраций и скорости. Соответственно, эта подобласть имеет максимально подробную сеточную детализацию. Экспериментальные данные также доступны только для этой зоны. Зона (2) – зона течения вниз по потоку, в которой течение почти установившееся, изменение параметров монотонно и не требует большого числа ячеек. Зона (3) – зона основного потока входа воздуха, свободного от пропана, где требование к сетке минимально. Полученные результаты будем оценивать для зоны 1 на отрезке, где решения имеют наибольшие различия. Сеточное разрешение в других зонах практически не влияет на профиль концентрации на исследуемом отрезке.

Были построены три блочно-структурированные сетки с разбиением O (O-сетка) для полной трубы. Сетка 1 является базовой для трубы и состоит из 31 788 шестигранников. Для улучшения результатов и сходимости построим еще две сетки путем автоматического измельчения базовой. Для качественного разрешения определим минимальный (самый крупный) размер для каждой зоны исходя из практического опыта использования произвольных неструктурированных конечно-объемных сеток [3, 10, 17]. Характерный размер ячеек в основной области, области 1  $\Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$ , где  $\Delta_i$  – максимальный размер ячейки вдоль оси  $i$ . Аналогичным образом построены неструктурированные тетраэдральные и полиэдральные сетки. Приведем характерные размеры для выбранных типов сеток в табл. 2.

Таблица 2.

## Параметры сеток

Table 2.

## Parameters of meshes

№	Тип ячеек		Кол-во ячеек, млн.	Характерный размер ячеек, $\Delta$
1	Блочнo-структурированная	Сетка 1	31 788	0,0018
2	Блочнo-структурированная	Сетка 2	180 000	0,0007
3	Блочнo-структурированная	Сетка 3	1 226 560	0,0004
4	Полиэдры	Сетка 1	27 714	0,0003

Окончание табл. 2.  
Table 2 (continued).

5	полиэдры	Сетка 2	474 183	0,00015
6	полиэдры	Сетка 3	1 875 715	0,00006
7	тетраэдры	Сетка 1	218 597	0,0005
8	тетраэдры	Сетка 2	1 470 825	0,0002
9	тетраэдры	Сетка 3	3 281 289	0,0001

Ниже приведем результаты расчетов концентрации пропана в продольном сечении трубы в зоне 1 для всех типов сеток и выбранных дифференциальных схем. Поле скорости практически не меняется при измельчении сетки, но наибольшее отличие наблюдается в поле концентрации пропана с учетом выбранной схемы и характерного размера ячейки зоны 1. Представим результаты концентрации пропана для каждого расчета в выбранном сечении, где градиенты концентраций и скорости максимальны (рис. 6-8).

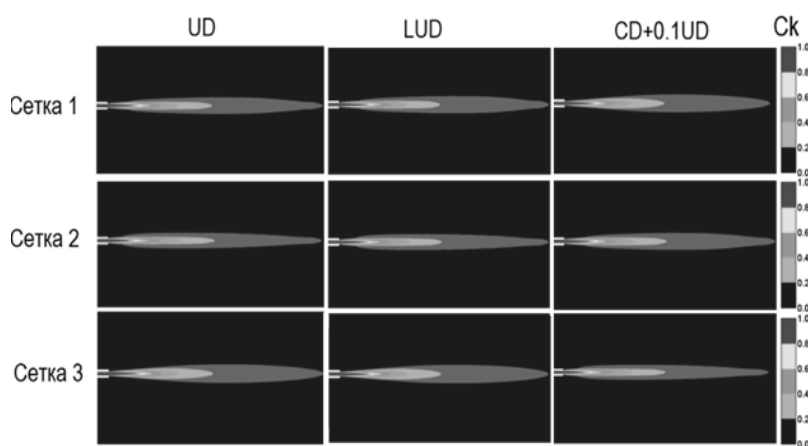


Рис. 3. Распределение концентрации пропана для блочно-структурированных сеток с учетом выбранных схем

Fig. 3. Propane concentration distribution for block-structured meshes with account of chosen schemes

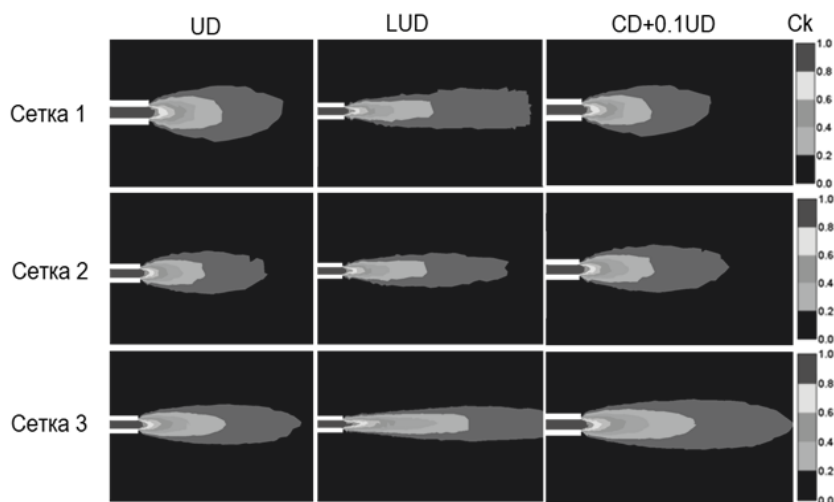
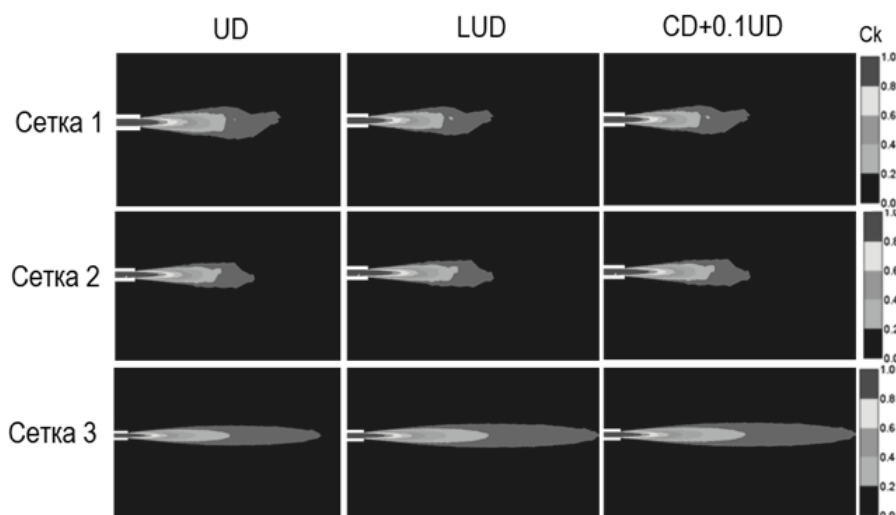


Рис. 4. Распределение концентрации пропана для полиэдральных сеток с учетом выбранных схем

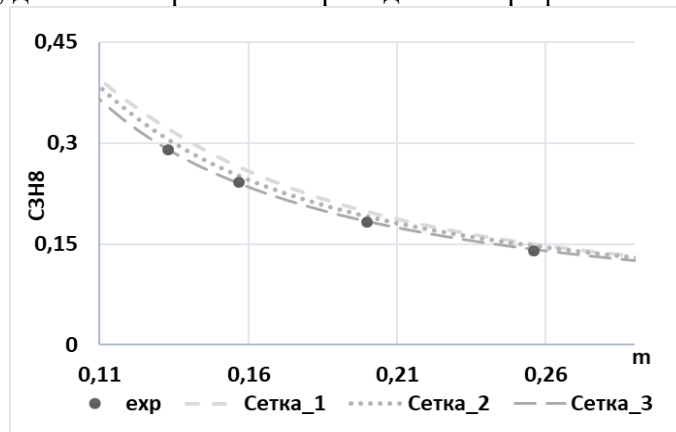
Fig. 4. Propane concentration distribution for polyhedral meshes with account of chosen schemes



**Рис. 5. Распределение концентрации пропана для тетраэдральных сеток с учетом выбранных схем**

**Fig. 5. Propane concentration distribution for tetrahedral meshes with account of chosen schemes**

На рис. 6-8 представлены поля концентрации пропана для всех типов сеток с учетом выбранных дифференциальных схем и характерного размера ячейки зоны 1. Результаты показывают качественную картину использования всех трех схем на различных сетках. Результатом моделирования является формирование объемной доли пропана вдоль оси симметрии, которые сравниваются с экспериментальными данными [19, 20]. Видно, что ядро потока пропана, полученное на блочно-структурированной сетке, наиболее выражено для схемы *UD* и практически совпадает по форме для гибридной схемы. Изолинии концентрации вне ядра потока имеют наибольшее отличие по форме для тетраэдральной сетки с учетом схемы *UD*, что объясняется повышенной диффузией из ядра потока. Для гибридной схемы видно отличие вне ядра для полиэдральной сетки, что объясняется большим количеством граней у каждой ячейки. Вне ядра потока расчеты по схемам *UD* и *LUD* качественно согласуются, детальное различие наблюдается при вычислении средней погрешности, приведенном на рис. 7. В качестве примера на рис. 6 представим один из расчетных случаев сравнения концентрации пропана в зоне 1 вдоль оси трубы для блочно-структурированной сетки и выбранной схемы *UD* согласно [3]. Для остальных сеток и расчетных схем графики выглядят аналогично, детальное сравнение приведено на графиках ниже.



**Рис. 6. Концентрация пропана на блочно-структурированных O-сетках при схеме UD**

**Fig. 6. Propane concentration on block-structured O-meshes with the UD scheme**



Для сравнительного анализа дополнительно представим среднюю погрешность для всех выбранных сеток для зоны смешения потоков.

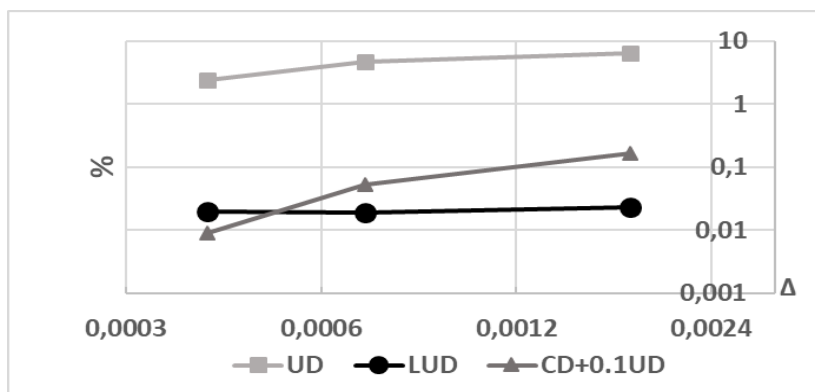


Рис. 7. Средняя погрешность для блочно-структурированных сеток

Fig. 7. Mean error for block-structured meshes

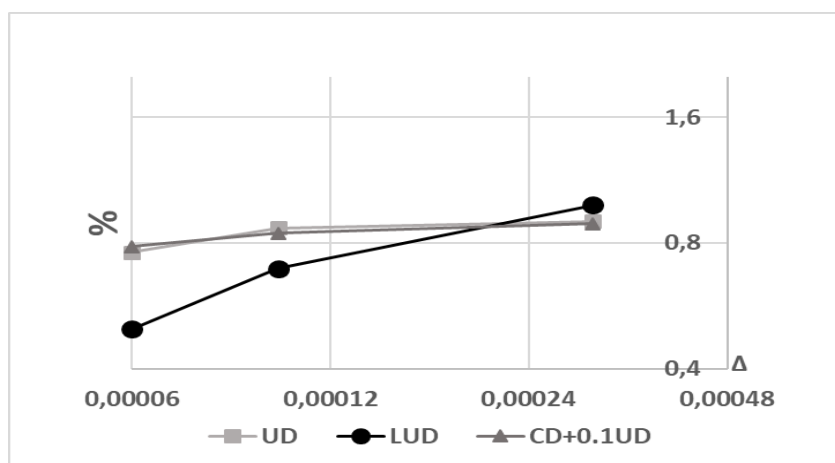


Рис. 8. Средняя погрешность для полиэдральных сеток

Fig. 8. Mean error for polyhedral meshes

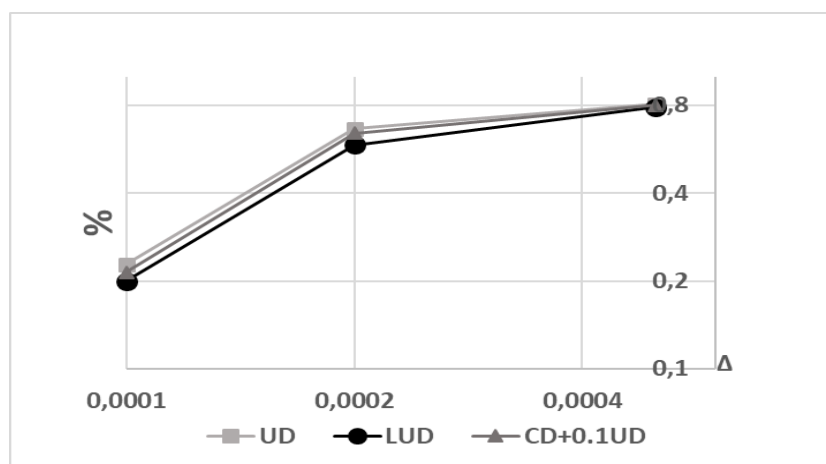


Рис. 9. Средняя погрешность для тетраэдральных сеток

Fig. 9. Mean error for tetrahedral meshes

На рис. 7 видно, что для блочно-структурированных типов сеток получена наибольшая погрешность для схемы  $UD$  и минимальная погрешность для схем повышенного порядка среди всех проведенных расчетов. Полученный результат достаточно предсказуем, поскольку блочно-структурированная сетка обладает наибольшим качеством. Наблюдаемой особенностью является разный характер сеточной сходимости: для относительно грубых сеток предпочтительнее схема  $LUD$ , обеспечивающая стабильно низкую погрешность. Однако гибридная схема  $CD+0.1UD$  демонстрирует лучший тренд сходимости при измельчении сетки. Графики погрешности для блочно-структурированных сеток пересекаются для характерного размера  $0,00055$ , что соответствует  $1/10$  диаметра входа пропана. На рис. 8 представлена погрешность для полиэдральных сеток. Несмотря на использование более подробных сеток, для всех расчетов относительная погрешность несколько больше, чем на блочно-структурированных сетках. При измельчении сетки наилучший характер сходимости демонстрирует схема  $LUD$ . На рис. 9 представлена средняя погрешность для тетраэдральных сеток. Отметим, что характер сходимости практически не зависит от выбранной схемы, и наблюдается стабильный тренд сеточной сходимости.

По результатам проведенных расчетов приведем рекомендации по необходимому сеточному разрешению для корректного моделирования многокомпонентных течений. Для обобщения рекомендаций для данного класса задач обезразмерим характерный размер ячеек на диаметр входа для пропана, равный  $0,0052$  м. Использование дифференциальной схемы  $UD$  на блочно-структурированных сетках нецелесообразно, поскольку не имеет преимуществ перед схемами повышенного порядка точности. Наилучшая ортогональность блочно-структурированной сетки не накладывает ограничений на схемы повышенного порядка. Результаты, полученные даже на самой грубой блочно-структурированной сетке с характерным размером, равным  $0,35$  от входного диаметра, дают меньшую погрешность, чем более подробные сетки других типов. Выбранный характерный размер на полиэдральных сетках позволил получить удовлетворительные результаты, поскольку максимальная погрешность составляет не более  $1,5$  % на грубой сетке с характерным размером  $0,06$  от входного диаметра. Характерный размер выбран в соответствии с [3]. Полученные результаты на тетраэдральных сетках демонстрируют преимущества относительно полиэдральных при сопоставимом характерном размере на грубой сетке, равном  $0,1$ . Сеточная сходимость на тетраэдральных сетках наиболее предсказуема, однако не дает преимуществ при использовании схем повышенного порядка точности.

### Заключение

На примере задачи о многокомпонентном течении струи пропана получены оценки влияния типа сетки и ее характерного размера и дифференциальной схемы на точность расчетов. Выбор указанных параметров для расчетов задач подобного класса позволяет уменьшить число предварительных расчетов до достижения сеточной сходимости на больших задачах. По результатам приведены оценки оптимального характерного размера ячеек для зоны смешения потоков для получения приемлемых результатов на выбранных сетках различного типа. Установлено, что при достаточно небольшом характерном размере, в сравнении с другими типами сеток, применение полиэдральных сеток, по крайней мере, в зоне 1, нецелесообразно – данный вид сетки демонстрирует наибольшую погрешность среди всех полученных расчетных случаев. Тетраэдральные сетки демонстрируют предсказуемую удовлетворительную точность и минимальное влияние дифференциальных схем. Блочно-структурированные сетки обеспечивают наименьшую погрешность при применении схем повышенного порядка, однако требуют наибольших затрат времени на подготовку сеточной модели.

**Библиографический список**

1. A Numerical Study of a Bluff-Body Stabilized Diffusion Flame. Part 2. Influence of Combustion Modeling And Finite-Rate Chemistry // a Department of Applied Mechanics, Thermodynamics and Fluid Dynamics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway Published online,06 Apr 2007, P.191-217.
2. N. Peters Institut für Technische Mechanik RWTH Aachen // ERCOFTAC Summer School September 15-19, 1997 Aachen, Germany, P. 95.
3. **Козелков, А.С.** Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей / А.С. Козелков, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина, О.Л. Пучкова // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 8. С. 81-96.
4. **Morton, S.A.** Assessment of unstructured grids for detached-eddy simulation of high Reynolds number separated flows / S.A. Morton, J.R. Forsythe, K.D. Squires, K.E. Wurtzler // 8th ISGG Conf., Honolulu, June 2002.
5. **Kozelkov, A.** Comparison of convective flux discretization schemes in detached-eddy simulation of turbulent flows on unstructured meshes / A. Kozelkov, V. Kurulin, V. Emelyanov, E. Tyatyushkina, K. Volkov // Journal of Scientific Computing, 2016. V. 67. P. 176-191.
6. **Лисейкин, В.Д.** Технология построения рахностных сеток / В.Д, Лисейкин, Ю.И. Шокин, И.А. Васева, Ю.В. Лиханова. – Новосибирск: Наука, 2009. – 414 с.
7. **Смолкина, Д.Н.** Автоматический генератор неструктурированных многогранных сеток методом отсечения Вант / Д.Н. Смолкина, О.Н. Борисенко, М.В. Черенкова, А.Г. Гиниятуллина, А.Н. Крупская, М.В. Кузьменко, Н.В. Чухманов, Е.В. Потехина, Н.В. Попова, М.Р. Турусов, 2018.
8. **Frey, P.J.** Mesh generation, application to Finite Elements / P.J. Frey, P.L. George // ISTE Wiley 2008.
9. **Peng, S.H.** DES and Hybrid RANS-LES Modelling of Unsteady Pressure Oscillations and Flow Features in a Rectangular Cavity / S.H. Peng, S. Leicher // Advances in Hybrid RANS-LES Modelling, 2008, pp. 132-141.
10. **Morton, S.A.** Assessment of unstructured grids for detached-eddy simulation of high Reynolds number separated flows / S.A. Morton, J.R. Forsythe, K.D. Squires, K.E. Wurtzler // 8th ISGG Conf., Honolulu, June 2002.
11. **Ferziger, J.H.** Computational Method for Fluid Dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric // Springer-Verlag, New York, 2002, 423 p.
12. **Козелков, А.С.** Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС / А.С. Козелков, Ю.Н. Дерюгин, С.В. Лашкин, Д.П. Силаев, П.Г. Симонов, Е.С. Тятюшкина // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2013. Вып. 4. с.44-56.
13. **Волков, К.Н.** Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках / К.Н. Волков, В.Н. Емельянов, А.С. Козелков // Физматлит, 2014.
14. **Henson, V.E.** Boomer AMG: a parallel algebraic multigrid solver and preconditioner / V.E. Henson, U.M. Yang // Applied Numerical Mathematics. 2002. Vol. 41. P. 155-177.
15. **Menter, F.R.** Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. Turbulence / F.R. Menter, M. Kuntz, R.B. Langtry // Heat and Mass Transfer 4, 2003, pp.625-632.
16. **Travin, A.** Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows / A. Travin, M. Shur, M. Strelets, P.R. Spalart // Proceedings of Euromech Coll. Les of complex transitional and turbulent flows, Munich, Germany. Kluwer, Dordrecht, 2002, vol. 65, pp.239-254.
17. **Jasak, H.** Error Analysis and Estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Thesis submitted for the degree of doctor / H. Jasak // Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, 1996.
18. Fluent Validation Guide [Электронный ресурс]: Romeo.univ-reims // URL: <https://romeo.univ-reims.fr/documents/fluent/fluentValidationGuide.pdf>
19. **Strahle, W.C.** Evaluation of Data on Simple Turbulent Reacting Flows / W.C. Strahle, S.G. Lekoudis // AFOSR TR-85 0880, Chapter 2, School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.
20. **Schefer, R.W.** Simultaneous Measurements of Velocity and Density in a Turbulent Nonpremixed Flame / R.W. Schefer, R.W. Dibble // AIAA Journal, 23:1070-1078, 1985.

21. **Козелков, А.С.** Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в промышленных приложениях / А.С. Козелков, В.В. Курулин, С.В. Лашкин, Р.М. Шагалиев, А.В. Ялозо // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 8. С. 1524-1535.
22. **Волков, К.Н.** Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках / К.Н. Волков, Ю.Н. Дерюгин, В.Н. Емельянов, А.Г. Карпенко, А.С. Козелков, И.В. Тетерина. – М.: Физматлит, 2013. – 536 с.
23. **Козелков, А.С.** Исследование применения RANS моделей турбулентности для расчета неизотермических течений с низкими числами Прандтля / А.С. Козелков, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина, А.А. Куркин, М.А. Легчанов, Ю.А. Циберева // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 4. С. 44-58.
24. **Козелков, А.С.** Зонный RANS-LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений / А.С. Козелков, А.А. Куркин, О.Л. Крутякова, В.В. Курулин, Е.С. Тятюшкина // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 5. С. 24-33.
25. **Козелков, А.С.** Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости / А.С. Козелков, Ю.Н. Дерюгин, Ю.А. Циберева, А.В. Корнев, О.В. Денисова, Д.Ю. Стрелец, А.А. Куркин, В.В. Курулин, И.Л. Шарипова, Д.П. Рубцова, М.А. Легчанов, Е.С. Тятюшкина, С.В. Лашкин, А.В. Ялозо, С.В. Яцевич, Н.В. Тарасова, Р.Р. Гинниятуллин, М.А. Сизова, О.Л. Крутякова // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2014. № 4 (104). С. 21-69.
26. **Козелков, А.С.** Минимальный базис задач валидации методов расчета течений со свободной поверхностью / А.С. Козелков, А.А. Куркин, И.Л. Шарипова, В.В. Курулин, Е.Н. Пелиновский, Е.С. Тятюшкина, Д.П. Мелешкина, С.В. Лашкин, Н.В. Тарасова // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2015. № 2 (109). С. 49-69.
27. **Козелков, А.С.** Эффекты, сопровождающие вхождение астероида в водную среду / А.С. Козелков // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2016 № 3(105). С.48-77.
28. **Козелков, А.С.** Методика численного моделирования цунами оползневого типа на основе уравнений Навье-Стокса / А.С. Козелков // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. том 9. №2. С. 218-236.

*Дата поступления  
в редакцию: 25.04.2021*