

УДК 004.031

DOI: 10.46960/1816-210X_2022_2_17

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЖЕСТКОГО РОТОРА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ

А.В. Мухин

ORCID: 0000-0003-2402-7016 e-mail: myhin-aleksey@yandex.ru

Национальный исследовательский

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Нижний Новгород, Россия

Рассматривается задача управления по выходу вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках. Сформулированы необходимые условия существования регулятора, выражаемые в форме линейных матричных неравенств. Статическая обратная связь реализуется на основании прямого измерения смещений ротора и динамического оценивания скорости этих смещений. Вычислен статический регулятор по выходу для случая, когда измеряемыми переменными являются смещения центра масс ротора, а скорости изменения этих переменных определяются численно. Результаты моделирования динамики ротора открывают возможность управления объектом на основе измерения смещений. Исходный нелинейный объект оказывается устойчивым в достаточно широком диапазоне начальных возмущений.

Для решения задачи использовалась линеаризованная модель; для синтеза регулятора применялся метод функций Ляпунова и аппарат линейных матричных неравенств. Численная реализация регулятора выполнялась в среде MATLAB.

Ключевые слова: линейные матричные неравенства, лемма Шура, статический регулятор по выходу, электромагнитные подшипники, теорема Ляпунова.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Мухин, А.В. Управление движением вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках на основе измерения смещений // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2022. № 2. С. 17-25. DOI: 10.46960/1816-210X_2022_2_17

MOTION CONTROL OF VERTICAL RIGID ROTOR, ROTATING IN ELECTROMAGNETIC BEARINGS BASED ON DISPLACEMENT MEASUREMENTS

A.V. Mukhin

ORCID: 0000-0003-2402-7016 e-mail: myhin-aleksey@yandex.ru

Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod

Nizhny Novgorod, Russia

Abstract. Problem of an output of vertical rigid rotor rotating in electromagnetic bearings, is considered. Necessary conditions for existence of a regulator expressed in the form of linear matrix inequalities, are formulated. Static feedback is realized on the basis of direct measurement of rotor displacements and dynamic estimation of velocity of these displacements. Static output regulator is calculated for the case when the measured variables are the displacements of the rotor center of mass, and the rates of change of these variables are determined numerically. Results of the rotor dynamics modeling open up a possibility of control of the object based on the measurement of displacements. Initial nonlinear object turns out to be stable in a fairly wide range of initial perturbations. Linearized model was used to solve the problem; the Lyapunov function method and the apparatus of linear matrix inequalities were used to synthesize the regulator. Numerical implementation of the regulator was performed in the MATLAB environment.

Key words: linear matrix inequalities, Schur's lemma, static output feedback, electromagnetic bearings, Lyapunov's theorem.

FOR CITATION: Mukhin, A.V. Motion control of vertical rigid rotor rotating in electromagnetic bearings based on displacement measurement // Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2022. № 2. Pp. 17-25.
DOI: 10.46960/1816-210X_2022_2_17

Введение

Пространство состояний, описывающее динамику ротора в электромагнитных подшипниках, включает в себя двенадцать переменных. Очевидно, что измерение всех переменных состояния и построения статического регулятора по состоянию, обеспечивающего асимптотическую устойчивость замкнутого объекта, практически не представляется возможным. Возникает задача стабилизации такого объекта на основании измерения только части переменных, например, смещений центра масс ротора, что реализуется с помощью специальных датчиков. Решением подобной задачи может быть построение статических или динамических регуляторов по измеряемому выходу. Первый вариант обладает неоспоримыми преимуществами как при теоретическом анализе, так и при дальнейшей практической реализации. Различные подходы к решению задачи управления ротором в электромагнитных подшипниках рассмотрены в работах [1-9]. Для решения задачи могут применяться PID-регуляторы, а также регуляторы, вычисленные на основе линейных матричных неравенств. В работе [1] проведен сравнительный анализ PID-регулятора и регулятора, вычисленного в пространстве состояний, на основании которого показаны преимущества последнего. В работе [2] синтезированы различные законы управления, обеспечивающие асимптотическую устойчивость ротора; отмечено, что одной из перспективных задач является синтез управлений по выходу на основе измерения смещений ротора и динамического оценивания скорости этих смещений.

В настоящей статье рассматривается задача синтеза статического регулятора по выходу, обеспечивающего стабилизацию вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках. Данное исследование является продолжением работы [2]. Вычислен статический регулятор по выходу и предложен алгоритм его поиска, представлено моделирование динамики ротора для случая, когда в управлении и измерении задействованы смещения ротора.

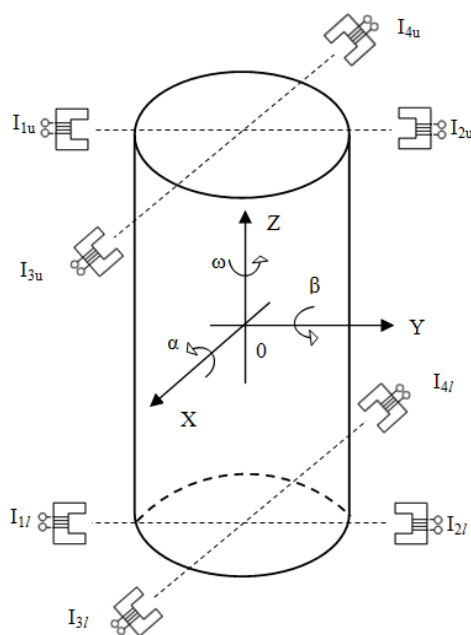


Рис. 1. Схематическое представление ротора в электромагнитных подшипниках

Fig. 1. Schematic representation of the rotor in electromagnetic bearings

Математическая модель вращающегося ротора

Схематическое представление ротора в электромагнитных подшипниках представлено на рис. 1 [2]. Ротор находится в магнитном поле, создаваемом четырьмя парами электромагнитов. Предполагается, что сверху и снизу также расположены магниты, которые удерживают ротор в центре системы. Таким образом, механическая система представляет собой вывешенное с помощью эффекта левитации жесткое тело, которое вращается в вертикальной плоскости. Линеаризованная система дифференциальных уравнений, описывающих динамику ротора, имеет следующий вид [9]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_5, \\
 \dot{x}_2 &= x_6, \\
 \dot{x}_3 &= x_7, \\
 \dot{x}_4 &= x_8, \\
 \dot{x}_5 &= \lambda(x_9 - x_{10}) + 2\lambda x_1 - \rho x_6, \\
 \dot{x}_6 &= \lambda(x_{12} - x_{11}) + 2\lambda x_2 + \rho x_5, \\
 \dot{x}_7 &= -(x_{11} + x_{12}) + 2x_3, \\
 \dot{x}_8 &= -(x_9 + x_{10}) + 2x_4, \\
 \dot{x}_9 &= (x_8 - x_5) - \mu x_9, \\
 \dot{x}_{10} &= -(x_8 + x_5) - \mu x_{10}, \\
 \dot{x}_{11} &= (x_7 + x_6) - \mu x_{11}, \\
 \dot{x}_{12} &= -(x_7 - x_6) - \mu x_{12},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\lambda = 5,12$, $\rho = 2$, $\mu = 1$.

Первые четыре переменных вектора состояния обозначают углы повтора и смещения центра масс ротора по двум координатным осям. Следующие четыре являются первыми производными четырех первых переменных соответственно. Следовательно, они могут быть получены численным дифференцированием. Последние четыре компоненты обозначают токи в цепях электромагнитов. Более подробное описание модели ротора представлено в работах [2, 9].

Постановка задачи управления

Представим управляемый и наблюдаемый объект (1) в стандартном матрично-векторном виде

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= Ax + Bu, \quad x(0) = x_0, \\
 y &= Cx,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где $x \in R^{n_x}$ – состояние объекта, $y \in R^{n_y}$ – измеряемый выход, $u \in R^{n_u}$ – управление; $A \in R^{n_x \times n_x}$, $B \in R^{n_x \times n_u}$, $C \in R^{n_y \times n_x}$ – заданные матрицы.

Для стабилизации (2) применим закон управления из класса статических обратных связей по выходу. Уравнение соответствующего регулятора имеет вид:

$$u = Ky, \tag{3}$$

где $K \in R^{n_u \times n_y}$ – матрица регулятора.

Уравнение объекта (2) с учетом (3) примет замкнутый вид:

$$\dot{x} = A_c x = (A + BKC)x. \tag{4}$$

Задача заключается в вычислении матрицы регулятора K , обеспечивающей асимптотическую устойчивость замкнутой системы (4). Будем считать, что управление осуществляется первыми переменными состояния. Матрица управления имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} I_{n_u} \\ 0_{(n_x - n_u) \times n_u} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Будем также предполагать, что измерению доступны n_y первых компонент вектора состояния. Запишем матрицу измеряемого выхода:

$$C = \begin{pmatrix} I_{n_y} & 0_{n_y \times (n_x - n_y)} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Без потери общности будем считать, что относительно размерностей входа и выходы выполняется следующее соотношение:

$$n_u + n_y \leq n_x. \quad (7)$$

Условие (7) можно переписать в виде равенства:

$$n_x = n_u + n_y + r. \quad (8)$$

Синтез регуляторов на основе теоремы Ляпунова об устойчивости

Применим теорему Ляпунова к объекту (4). Производная квадратичной функции Ляпунова $\dot{V}(x) < 0$, где $V(x) = x^T X x > 0$, в силу (4) приведет к матричному неравенству [10]:

$$XA + A^T X + XBKC + C^T K^T B^T X < 0, \quad (9)$$

где $X = X^T > 0$.

Умножив обе части неравенства (9) на матрицу $Y = X^{-1}$, запишем двойственное неравенство:

$$AY + YA^T + BKC Y + Y C^T K^T B^T < 0. \quad (10)$$

Таким образом, задача синтеза статического регулятора по выходу сводится к решению билинейного матричного неравенства (10) относительно K и Y . В дальнейшем неравенство (10) будет обозначаться аббревиатурой ВМІ. Соответствующие множества поиска являются невыпуклыми, поэтому методы выпуклой оптимизации неприменимы. Для решения таких неравенств разработаны различные алгоритмы [12]. В общем случае задача является NP-трудной.

Приведение ВМІ к симметрической матрице

Рассмотрим другой подход к решению ВМІ. С учетом заданного вида матриц входа и выхода запишем произведение BKC в виде:

$$BKC = \begin{pmatrix} K_{n_u \times n_y} & 0_{n_u \times (n_x - n_y)} \\ 0_{(n_x - n_u) \times n_y} & 0_{n_y \times (n_x - n_y)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Тогда ВМІ примет следующий вид

$$AY + YA^T + \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Y + Y \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^T < 0. \quad (12)$$

Поскольку диагональные блоки BKC не являются квадратными, эта матрица в общем случае является несимметрической. С учетом того, что $n_x - n_u = n_y + r$, перегруппируем блоки в матрице BKC таким образом, чтобы на главной диагонали следующим образом:

$$BKC = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} K \\ 0 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Вводя матрицу B_{11} , перепишем матрицу BKC в виде:

$$BKC = \begin{pmatrix} B_{11} K & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $B_{11} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix}$.

Матрицу A объекта (1) можно представить в блочном виде следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где $A_{22} = -\mu I_4$.

Нижний диагональный блок $A_{22} = -\mu I_4$ является устойчивой матрицей. Введем новую блочную матрицу:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} \end{pmatrix} = AY + YA^T. \quad (16)$$

Блоки матрицы Ψ определяются следующим образом:

$$\Psi_{11} = A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + A_{12}Y_{12}^T + Y_{12}A_{12}^T, \quad (17)$$

$$\Psi_{12} = A_{11}Y_{12} + A_{12}Y_{22} + Y_{11}A_{21}^T + Y_{12}A_{22}^T, \quad (18)$$

$$\Psi_{22} = A_{21}Y_{12} + Y_{12}^T A_{21}^T + A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T. \quad (19)$$

Тогда сумма матриц в (12) примет вид симметрической матрицы, и соответствующее неравенство запишется:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{11} + B_{11}KY_{11} + Y_{11}K^T B_{11}^T & \Psi_{12} + B_{11}KY_{12} \\ \Psi_{12}^T + Y_{12}^T K^T B_{11}^T & \Psi_{22} \end{pmatrix} < 0. \quad (20)$$

Неравенство (19) необходимо также дополнить условием положительной определенности матрицы Y . Таким образом, синтез статического регулятора по выходу сводится к решению системы матричных неравенств:

$$\begin{pmatrix} \Psi_{11} + B_{11}KY_{11} + Y_{11}K^T B_{11}^T & \Psi_{12} + B_{11}KY_{12} \\ \Psi_{12}^T + Y_{12}^T K^T B_{11}^T & \Psi_{22} \end{pmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{12}^T & Y_{22} \end{pmatrix} > 0.$$

Благодаря выполненным действиям, удалось преобразовать сумму матриц в ВМІ к симметрической матрице. Вместе с тем, из-за наличия слагаемых $B_{11}KY_{11}$ и $B_{11}KY_{12}$, система (21) не является линейной.

Необходимые условия существования статического регулятора по выходу

Поскольку A_{22} является устойчивым, можно рассмотреть решение задачи в классе блочно-однородных матриц. В результате система (21) примет вид:

$$\begin{pmatrix} A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + B_{11}KY_{11} + Y_{11}K^T B_{11}^T & A_{12}Y_{22} + Y_{11}A_{21}^T \\ (*)^T & A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T \end{pmatrix} < 0, \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & 0 \\ 0 & Y_{22} \end{pmatrix} > 0,$$

где $Y_{ii} > 0$.

Отметим, что при заданной матрице Y_{11} система (22) становится системой линейных матричных неравенств относительно матриц $Y_{22} > 0$ и K . В соответствии с леммой Шура [11], для разрешимости первого неравенства системы (22) необходимо потребовать, чтобы левый верхний блок $\Psi_{11} = \Psi_{11}^T$ был отрицательно определенным:

$$A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T + B_{11}KY_{11} + Y_{11}K^T B_{11}^T < 0, \quad (23)$$

где $Y_{11} > 0$.

Известно, что для разрешимости (23) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство:

$$W_{B_{11}}^T (A_{11}Y_{11} + Y_{11}A_{11}^T) W_{B_{11}} < 0, \quad (24)$$

где $W_{B_{11}}^T$ образует ядро матрицы B_{11}^T .

Неравенства (23) и (24) являются линейными матричными неравенствами и могут быть решены с помощью стандартных решателей пакета MATLAB [11]. Для разрешимости (24) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось ранговое условие управляемости блока A_{11} [1, с. 265]. Если пара (A_{11}, B_{11}) управляема, то неравенство (24) разрешимо. Размерность входа, при котором пара (A_{11}, B_{11}) управляема, составляет $n_u = 4$. Для сравнения, размер-

ность входа при котором пара (A, B) управляема, составляет $n_u = 1$. Применительно к рассматриваемой задаче сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 1. *Необходимым условием существования статического регулятора по выходу, обеспечивающего асимптотическую устойчивость замкнутой системы, является управляемость неустойчивого диагонального блока A_{11} матрицы объекта (15).*

Аналогично можно сформулировать второе необходимое условие относительно нижнего диагонального блока. Это условие сводится к разрешимости следующего линейного матричного неравенства:

$$A_{22}Y_{22} + Y_{22}A_{22}^T < 0, \quad (25)$$

где $Y_{22} > 0$.

Поскольку матрица A_{22} гурвицева, неравенство (25) разрешимо. Таким образом, так как пара (A_{11}, B_{11}) управляема и матрица A_{22} гурвицева, оба необходимых условия будут выполнимы. Размерность выхода при этом должна быть равной размерности неустойчивого блока A_{11} .

Алгоритм вычисления

Будем считать, что верхний диагональный блок в первом неравенстве (22) является отрицательно определенным. Следовательно, если статический регулятор существует, при некоторой заданной матрице $Y_{11} > 0$ система (22) будет разрешима относительно матриц $Y_{22} > 0$ и K . Будем считать, что матрица $Y_{11} > 0$ задана из решения (24). Сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 2. *Достаточным условием стабилизации линейного управляемого и наблюдаемого объекта с помощью статического регулятора по выходу, обеспечивающего асимптотическую устойчивость замкнутой системы, является разрешимость системы (22) относительно матриц $Y_{22} > 0$ и K с заданной из решения (24) матрицей Y_{11} .*

Необходимо отметить, что, поскольку решение (24) не гарантирует требуемую матрицу Y_{11} , то система (22) может оказаться неразрешимой, хотя регулятор существует. В таком случае за счет введения скалярной матрицы в неравенство (24) можно получить другое решение и повторить вычисления. Рассмотрим другой подход к решению такой задачи, основанный на изменении матрицы регулятора. Для этого находим матрицу регулятора из решения неравенства (23) при заданной матрице Y_{11} из решения (24). Затем варьируем матрицу K так, чтобы матрица замкнутой системы $A_c = \begin{pmatrix} A_{11} + B_{11}K & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ оказалась устойчивой. Для изменения матрицы регулятора введем следующую скалярную матрицу

$$I_0 = \alpha(I_m \ 0), \quad (26)$$

где α – скалярный параметр.

Верхний диагональный блок матрицы A_c в таком случае будет равен

$$A_{11}(\alpha) = A_{11} + B_{11}(K + \alpha I_0). \quad (27)$$

Задача заключается в поиске такой матрицы регулятора $K^* = K + \alpha I_0$, которая будет обеспечивать гурвицевость матрицы замкнутой системы $A_c = \begin{pmatrix} A_{11}(\alpha) & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$. Запишем соответствующий алгоритм.

Алгоритм 1.

1. Решаем неравенство (24) относительно матрицы Y_{11} .
2. Решаем неравенство (23) с заданной матрицей Y_{11} относительно матрицы K .
3. $j = 0$. Проверяем спектральную абсциссу λ_{\max}^0 матрицы $A_c^0 = \begin{pmatrix} A_{11}(\alpha^0) & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ при $\alpha^0 = 0$. Если $\lambda_{\max}^0 < 0$ задача решена. В противном случае, переходим к следующему пункту с $j = j + 1$.
4. Увеличиваем параметр $\alpha^j = \alpha^{j-1} + h$.

5. Проверяем спектральную абсциссу λ_{\max}^j матрицы $A_c^j = \begin{pmatrix} A_{11}(\alpha^j) & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$. Если $\lambda_{\max}^j < 0$ задача решена. Если $\lambda_{\max}^j < \lambda_{\max}^{j-1}$, то переходим к предыдущему пункту с $j = j + 1$. В противном случае переходим к следующему пункту.

6. Уменьшаем параметр $\alpha^j = \alpha^{j-1} - h$.

7. Проверяем спектральную абсциссу λ_{\max}^j матрицы $A_c^j = \begin{pmatrix} A_{11}(\alpha^j) & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$. Если $\lambda_{\max}^j < 0$ задача решена. Если $\lambda_{\max}^j < \lambda_{\max}^{j-1}$, то переходим к пункту 6 с $j = j + 1$.

Численные результаты

Применим алгоритм 1 для решения задачи стабилизации по выходу объекта (1) с $n_u = 4$ и $n_y = 8$. Задача оказалась разрешимой при $j = 0$, т.е. когда $\alpha = 0$. Соответствующая матрица регулятора равна:

$$K = \begin{pmatrix} -1.72 & -0.042 & 0 & 0 & -10.09 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.0042 & -1.72 & 0 & 0 & -0.09 & -10.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3.37 & 0 & 0 & 0 & -3.49 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.37 & 0 & 0 & 0 & -3.49 \end{pmatrix}. \quad (28)$$

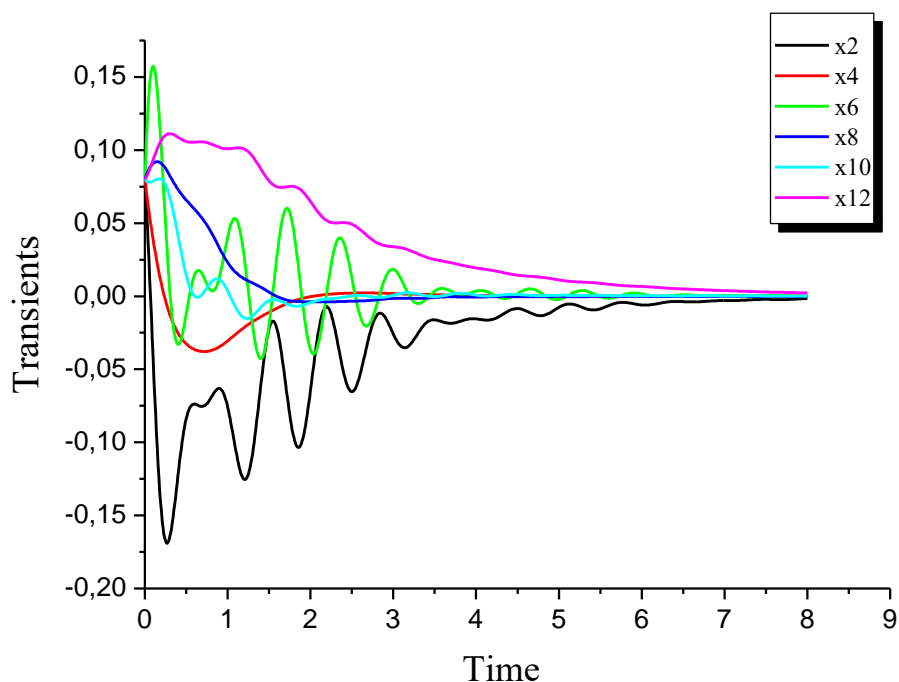


Рис. 2. Переходные процессы

Fig. 2. Transients

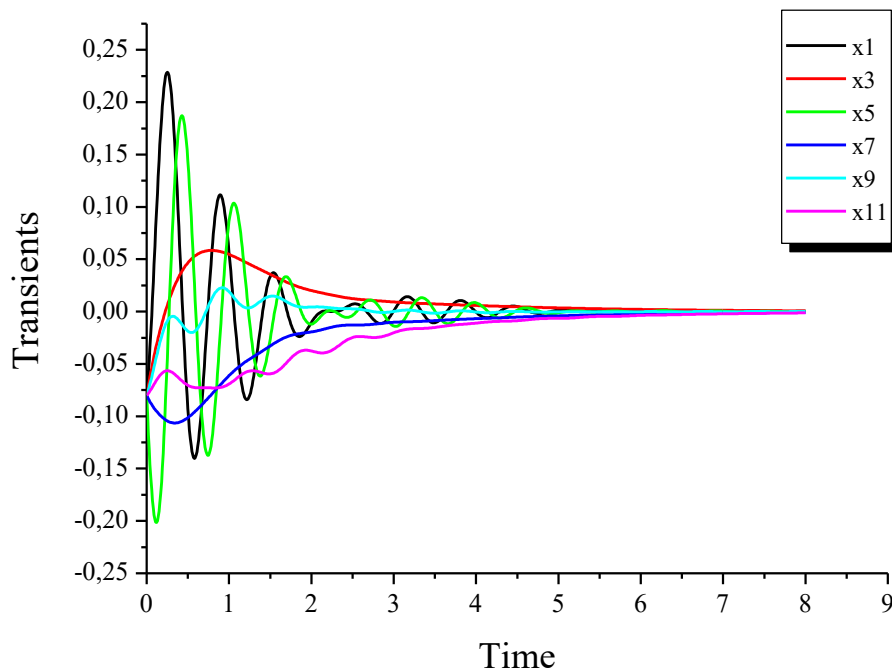


Рис. 3. Переходные процессы

Fig. 3. Transients

Графики переходных процессов в исходном нелинейном объекте с вычисленным статическим регулятором представлены на рис. 2 и 3. Исходный объект содержит следующие нелинейные уравнения [9]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_5 &= \frac{\lambda}{4} \left[-\frac{(1-x_9)^2}{(1-x_4+x_1)^2} + \frac{(1+x_9)^2}{(1+x_4-x_1)^2} + \frac{(1-x_{10})^2}{(1-x_4-x_1)^2} - \frac{(1+x_{10})^2}{(1+x_4+x_1)^2} \right] - \rho x_6, \\
 \dot{x}_6 &= \frac{\lambda}{4} \left[\frac{(1-x_{11})^2}{(1-x_8-x_2)^2} - \frac{(1+x_{11})^2}{(1+x_8+x_2)^2} - \frac{(1-x_{12})^2}{(1-x_8+x_2)^2} + \frac{(1+x_{12})^2}{(1+x_8-x_2)^2} \right] + \rho x_5, \\
 \dot{x}_7 &= \frac{1}{4} \left[\frac{(1-x_{11})^2}{(1-x_8-x_2)^2} - \frac{(1+x_{11})^2}{(1+x_8+x_2)^2} + \frac{(1-x_{12})^2}{(1-x_8+x_2)^2} - \frac{(1+x_{12})^2}{(1+x_8-x_2)^2} \right], \\
 \dot{x}_8 &= \frac{1}{4} \left[\frac{(1-x_9)^2}{(1-x_4+x_1)^2} - \frac{(1+x_9)^2}{(1+x_4-x_1)^2} + \frac{(1-x_{10})^2}{(1-x_4-x_1)^2} - \frac{(1+x_{10})^2}{(1+x_4+x_1)^2} \right].
 \end{aligned} \tag{29}$$

Остальные уравнения аналогичны линеаризованной модели (1).

В качестве начальных значений брались следующие величины:

$$\forall i \in \overline{2 \dots n_x}, i = 2m \rightarrow x_i = 0.08, \tag{30}$$

$$\forall i \in \overline{1 \dots n_x - 1}, i = 2m + 1 \rightarrow x_i = -0.08. \tag{31}$$

Численное моделирование показало, что вычисленный регулятор обеспечивает стабилизацию нелинейного объекта в достаточно широком диапазоне начальных возмущений. В частности, вычисленный регулятор обеспечивал стабилизацию замкнутой системы при начальных возмущениях равных $x_i = 0.3$ для $\forall i \in \overline{1 \dots n_x}$.

Заключение

Рассмотрена задача управления по выходу вертикально вращающегося ротора в электромагнитных подшипниках. В рамках решения задачи сформулированы необходимые условия существования регулятора, выражаемые в форме линейных матричных неравенств. По-

строен статический регулятор по выходу для случая, когда измеряемыми переменными являются смещения центра масс ротора, а скорости изменения этих переменных определяются численно. Результаты моделирования динамики ротора показали возможность управления объектом на основе измерения смещений. Исходный нелинейный объект оказывается устойчивым в достаточно широком диапазоне начальных возмущений.

Дальнейшей задачей, представляющей большой практический интерес, является применение описанного подхода для построения нечеткого статического регулятора по выходу, стабилизирующего исходный нелинейный объект.

Автор благодарит профессора кафедры дифференциальных уравнений, математического и численного анализа ИТММ Д.В. Баландина за консультацию, а также ценные и полезные замечания.

Библиографический список

1. **L. Li.** Linearizing magnetic bearing actuators by constant current sum, constant voltage sum, and constant flux sum [Text] // IEEE Trans. on Magnetics. 1999. V. 35. Pp. 528-535.
2. **Баландин, Д.В.** Управление движением вертикального жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках [Текст] / Д.В. Баландин, М.М. Коган // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 3-17.
3. **C.R. Sabirin, A. Binder, D.D. Popa, A. Crăciunescu.** Modeling and digital control of an active magnetic bearing system [Text] // Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Électrotechnique et Énergetique. 2007. V. 52. № 2. Pp. 157-181.
4. **T. Hu, Z. Lin, W. Jiang.** Constrained control design for magnetic bearing system [Text] // Trans. ASME. J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2005. V. 127. Pp. 601-616.
5. **Y. Ariga, K. Nonami, K. Sakai.** Nonlinear control of zero power magnetic bearing using Lyapunov's direct method [Text] // Proc. 7th Int. Symp. on EB. Zurich: ETH. 2000. Pp. 23-25.
6. **A.D. Franco, H. Bourles, E.R. De Pierli.** A robust nonlinear controller with application to a magnetic bearing system [Text] // Proc. 44th IEEE Conf. on Decision and Control. 2005. Pp. 4927-4932.
7. **J. Levine, J. Lottin, J.C. Ponsatr.** A nonlinear approach to the control of magnetic bearings [Text] // IEEE Trans. On Control Systems Technology. 1996. V. 4. № 5. Pp. 524-544.
8. **Davoodi M., Sedgh P.K., Amirifar R.** H_2 - and H_∞ - Dynamic Output Feedback Control of a Magnetic Bearing System via LMIs [Text] // Proc. American Control Conf. Washington, USA, 2008. Pp. 2522-2527.
9. **Мухин, А.В.** Математическое моделирование процесса стабилизации жесткого ротора, вращающегося в электромагнитных подшипниках [Текст] // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2021. № 2. С. 36-48.
10. **Баландин, Д.В.** Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств [Текст] / Д.В. Баландин, М.М. Коган. – М.: Физматлит, 2007.
11. **Gahinet P., Nemirovski A., Laub A. J., Chilali M.** The LMI Control Toolbox. For Use with Matlab. User's Guide-Natick [Text] MA: The MathWorks, Inc., 1995.
12. **Sadabadi M. S., Peaucelle D.** From static output feedback to structured robust static output feedback: A survey [Text] // Annual Reviews in Control. 2016. V. 42. Pp. 11-26.

*Дата поступления
в редакцию: 30.03.2022*