

МАШИНОСТРОЕНИЕ И ТРАНСПОРТ: ТЕОРИЯ, ТЕХНОЛОГИИ, ПРОИЗВОДСТВО

УДК 621.8

DOI: 10.46960/1816-210X_2023_3_82

О КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ЗАМКНУТЫХ ЗУБЧАТЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Б.Н. Акрамов

ORCID: 0000-0002-0049-0463 e-mail: akramov57@bk.ru

Таджикский технический университет им. акад. М.С. Осими
*Душанбе, Таджикистан***И.А. Исмаатов**

ORCID: 0000-0003-2176-6219 e-mail: ismatov.ismoiljon@mail.ru

Таджикский технический университет им. акад. М.С. Осими
Душанбе, Таджикистан

Рассмотрены кинематические возможности замкнутых зубчатых дифференциалов, относящихся к группе эпициклических зубчатых механизмов. Для исследования выбраны широко применяемые и практичные схемы на основе наиболее простого планетарного механизма с варьированием только замыкающей части. Рассмотрены три возможные схемы в виде рядового зубчатого механизма. С помощью метода обращенного движения предлагается методика определения кинематических возможностей механизма замкнутого зубчатого дифференциала – получение минимального и максимального допустимых значений коэффициента передаточных отношений с учетом различных дополнительных условий. При этом учитываются ограничения на число зубьев колес для внутренних и внешних зацеплений, а также вопросы технологии сборки механизма (условие соосности, условие соседства и условие сборки). Предложен модульный принцип составления механизма из базовой (неизменяемой) части – дифференциальный механизм простейшей конструкции и сменной части – рядовой зубчатый механизм замыкающей части. Полученные на основе этого принципа схемы дифференциальных зубчатых механизмов обладают значительными преимуществами по сравнению с аналоговым сдвоенным планетарным механизмом.

Ключевые слова: зубчатый дифференциальный механизм, дифференциал, замыкающая часть, кинематические возможности механизма, метод обращенного движения, условие соосности, главное и дополнительные условия синтеза, передаточное отношение механизма.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Акрамов, Б.Н. О кинематических возможностях замкнутых зубчатых дифференциальных механизмов с цилиндрическими колесами / Б.Н. Акрамов, И.А. Исмаатов // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2023. № 3. С. 82-89. DOI: 10.46960/1816-210X_2023_3_82

ON KINEMATIC CAPABILITIES OF CLOSED GEAR DIFFERENTIAL MECHANISMS WITH CYLINDRICAL WHEELS

B.N. Akramov

ORCID: 0000-0002-0049-0463 e-mail: akramov57@bk.ru

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi
Dushanbe, Tajikistan

I.A. Ismatov

ORCID: 0000-0003-2176-6219 e-mail: ismatov.ismoiljon@mail.ru

Tajik Technical University named after academician M.S. Osimi

Dushanbe, Tajikistan

Abstract. This article discusses the kinematic capabilities of closed gear differentials (mechanisms from the group of epicyclic gear mechanisms). The most widely used and practical schemes of the mechanism based on the simplest planetary mechanism with variation only in the closing part are studied. Three possible schemes in the form of an ordinary gear mechanism are considered as the closing part. A method for determining the kinematic capabilities of the mechanism of a closed gear differential is proposed with the help of the inverted motion method. The essence of the method is to obtain the minimum and maximum allowable values of the gear ratio factor, taking into account various additional conditions. The method takes into account restrictions on the number of gear teeth for internal and external gearing, as well as issues of mechanism assembly technology (alignment condition, neighborhood condition and assembly condition). A modular principle of composing the mechanism from the base (unchangeable) and replaceable part is proposed. The base part is a differential mechanism of the simplest design, while the replacement part is an ordinary gear mechanism of the closing part. The schemes of differential gear mechanisms obtained on the basis of this principle make it possible to obtain more advantageous schemes of the mechanism in comparison with a similar (solving the same task) double planetary mechanism.

Key words: gear differential mechanism, differential, closing part, kinematic possibilities of the mechanism, inverted motion method, coaxiality condition, main and additional synthesis conditions, gear ratio of the mechanism.

FOR CITATION: B.N. Akramov, I.A. Ismatov. On kinematic capabilities of closed gear differential mechanisms with cylindrical wheels. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2023. № 3. Pp. 82-89.
DOI: 10.46960/1816-210X_2023_3_82

Введение

Зубчатые механизмы замкнутого дифференциала служат для передачи и преобразования вращательного движения. Принцип работы данных механизмов основан на создании контакта между зубьями зубчатых колес дифференциальный ($3^1, 4, 1^1$ и H) и замыкающей ($1, 2, 2^1$ и 3) частей механизма (рис. 1). Отношение угловой скорости одного звена к угловой скорости другого звена в механизме называется передаточным отношением и обозначается буквой U с цифровыми индексами, соответствующими номерам рассматриваемых звеньев.

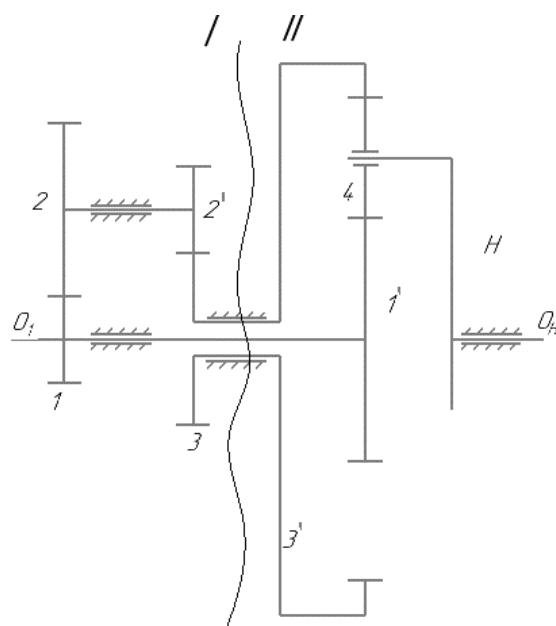


Рис. 1. Замкнутый зубчатый дифференциал

Fig. 1. Closed gear differential

Передаточное отношение сложного многоступенчатого зубчатого механизма есть произведение взятых со своими знаками передаточных отношений отдельных его ступеней:

$$U_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = U_{12} \cdot U_{2'3} \cdot U_{3'4} \cdots U_{(n-1)'n} \quad (1)$$

В технике применяется механизм на основе дифференциала, между выходными звеньями которого установлена промежуточная зубчатая передача. Она накладывает дополнительное условие связи, и дифференциальный механизм превращается в сложный планетарный с одной степенью свободы. Такой механизм называется замкнутым дифференциальным.

На рис. 1 показана схема механизма дифференциала, у которого колеса 1^1 и 3^1 связаны промежуточной зубчатой передачей, состоящей из колес 1, 2, 2^1 и 3, вследствие чего угловая скорость колеса 3^1 зависит от угловой скорости входного колеса 1. Для определения общего передаточного отношения U_{1H} от вала O_1 к валу O_H удобно мысленно расчлнить два зубчатых механизма: I – замыкающий, II – дифференциал.

Метод исследования

Начнем с рассмотрения кинематики дифференциала. Для этого механизма имеем, согласно уравнению Виллиса:

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} \quad (2)$$

Нам необходимо знать передаточное отношение $U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H}$. Чтобы его ввести, разделим числитель и знаменатель уравнения (2) на угловую скорость ω_H и получим:

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = \frac{\omega_1/\omega_H - 1}{\omega_3/\omega_H - 1} = \frac{U_{1H} - 1}{\omega_3/\omega_H - 1} \quad (3)$$

Вследствие того, что колеса 1 и 1^1 и колеса 3 и 3^1 жестко связаны друг с другом, имеем соотношения $\omega_1 = \omega_{1^1}$ и $\omega_3 = \omega_{3^1}$. Теперь рассмотрим замыкающую часть механизма. Передаточное отношение U_{13} этого механизма равно:

$$U_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} \quad (4)$$

Из уравнения (4) получим:

$$\omega_3 = \frac{\omega_1}{U_{13}}$$

Подставив полученное выражение для ω_3 в уравнение (3), получим:

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = \frac{U_{1H} - 1}{\omega_1/(\omega_H U_{13}) - 1} = \frac{U_{13}(U_{1H} - 1)}{U_{1H} - U_{13}} \quad (5)$$

Из уравнения (5) определяем общее передаточное отношение U_{1H} механизма:

$$U_{1H} = \frac{U_{13}(U_{1^1 3^1}^{(H)} - 1)}{U_{1^1 3^1}^{(H)} - U_{13}} = \frac{\omega_1}{\omega_H} \quad (6)$$

Передаточные отношения, стоящие в правой части уравнения (6) могут быть определены, если известны числа зубьев $Z_1, Z_1', Z_2, Z_2', Z_3, Z_3'$ и Z_4 колес 1, 2, $2^1, 3, 3^1$ и 4. Для них имеем:

$$U_{13} = (-1)^2 \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'} = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'} \quad (7)$$

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = (-1) \frac{z_4 \cdot z_{3^1}}{z_{1^1} \cdot z_4} = -\frac{z_{3^1}}{z_{1^1}} \quad (8)$$

При расчете дифференциальных механизма, кроме главного условия синтеза (получение заданного движения), также должны выполняться и дополнительные условия синтеза (условия приведены в виде отвечающем технологии нарезания зубчатых колес по методу обкатки и стандартным режущим инструментом). В данном случае они имеют вид:

- $z_{\min} \geq 17(15)$ – ограничение на минимально допустимое число зубьев колес: (нарезание зубчатого колеса методом обкатки) разрешено применение только стандартных колес, чтобы условие соосности выполнялось абсолютно точно (17 – теоретическое значение, 15 – практическое значение, которое разрешено стандартом).
- ограничение на размеры (габаритные): $z_{\max} \leq 150$ (для колес с внутренними зубьями), $z_{\max} \leq 100$ (для колес с внешними зубьями);
- отсутствие интерференции зубьев для колес с внутренним зацеплением: $z_{CH} \geq 20$, $z_{CB} \geq 85$, $z_{CB} - z_{CH} \geq 5$ (при условии, что колеса нарезаны стандартным инструментом).

Кроме того, все эпициклические механизмы из цилиндрических колес – соосные механизмы, поэтому должно выполняться условие соосности – ось входного звена и ось выходного звена механизма должны лежать на одной геометрической линии. В данном случае условие соосности имеем следующий вид:

$$z_{1^1} + z_4 = z_{3^1} - z_4 \quad (9)$$

Для каждого планетарного механизма существует свой диапазон передаточных чисел. Определим его для планетарного механизма лежащего в основе нашего дифференциала.

$$U_{1^1 H} + U_{1^1 3^1}^{(H)} = 1 \quad (10)$$

$$U_{1H} = 1 - U_{1^1 3^1}^{(H)} \quad (11)$$

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = -\frac{z_4}{z_{1^1}} \cdot \frac{z_{3^1}}{z_4} = -\frac{z_{3^1}}{z_{1^1}}$$

$$U_{1^1 H} = 1 - \left(-\frac{z_{3^1}}{z_{1^1}}\right) = 1 + \frac{z_{3^1}}{z_{1^1}} \quad (12)$$

Минимальное значение числа зубьев для колеса 1¹: $z_{1^1} = 15$. Максимальное значение числа зубьев для колеса 3¹: $z_{3^1} = 150$. Поэтому минимальное значение передаточного числа обращенного механизма составит:

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = -\frac{z_{3^1}}{z_{1^1}} = -\frac{150}{15} = -10$$

Тогда для планетарного механизма максимальное значение передаточного отношения составит:

$$U_{1^1 H} = 1 - U_{1^1 3^1}^{(H)} = 1 - (-10) = 11$$

По условию отсутствия интерференции зубьев внутреннего зацепления число зубьев колеса 4 – $z_4 \geq 20$ и для колеса 3¹ – $z_{3^1} \geq 85$.

Из условия сборки получим максимально допустимое число зубьев колеса 1¹:

$$z_{1^1} = z_{3^1} - 2 \cdot z_4 = 85 - 2 \cdot 20 = 45$$

С учетом того что колесо 1¹ находится внутри колеса 3¹ принимаем $z_{1^1} = 40$. Минимальное значение передаточного отношения обращенного механизма составит:

$$U_{1^1 3^1}^{(H)} = -\frac{85}{40} = -2,125$$

Тогда для планетарного механизма получим:

$$U_{1'H} = 1 - U_{1'3'}^{(H)} = 1 - (-2,125) = 3,125$$

Для замыкающей части замкнутого зубчатого дифференциала имеем: $n_1' = n_1$; $n_3 = n_3'$

$$U_{13} = U_{12} \cdot U_{2'3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2'}\right) = +\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_2'} = \frac{n_1}{n_3} = \frac{n_3}{n_H} \quad (13)$$

Отсюда получим: $n_3' = n_1 \cdot U_{13}$

Подставим это выражение в формулу Виллиса:

$$U_{1'3'}^{(H)} = \frac{n_1' - n_H}{n_H \cdot (U_{13} - 1)} \quad (14)$$

Откуда находим:

$$n_1' - n_H = n_H \cdot U_{1'3'}^{(H)} \cdot (U_{13} - 1)$$

$$n_H = \frac{n_1'}{1 + U_{1'3'}^{(H)} \cdot (U_{13} - 1)}$$

$$n_H = \frac{n_1'}{1 - \frac{z_3'}{z_1'} \cdot \left(\frac{z_3 \cdot z_2}{z_2' \cdot z_1} - 1\right)} \quad (15)$$

$$U_{13} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2'}\right) = U_{12} \cdot U_{2'3} = 36$$

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = 6$$

$$Z_1 = 12; Z_2 = Z_1 \cdot U_{12} = 12 \cdot 6 = 72$$

$$U_{2'3} = -\frac{z_3}{z_2'} = 5$$

$$Z_2' = 14; Z_3 = Z_2' \cdot U_{2'3} = 14 \cdot 5 = 70$$

$$U_{21} = \left(-\frac{z_1}{z_2}\right) = -\frac{12}{72} = -0,167$$

$$U_{32'} = \left(-\frac{z_2'}{z_3}\right) = -\frac{14}{70} = -0,2$$

$$U_{31} = U_{32'} \cdot U_{21} = 0,2 \cdot 0,167 = 0,0334$$

$$1 + U_{1'3'}^{(H)} \cdot (U_{13} - 1) = \frac{n_1}{n_H} = U_{1'H}$$

$$1 - 10 \cdot (30 - 1) = 291$$

$$1 - 2,125 \cdot (0,0334 - 1) = 3,05$$

$$3,05 \leq U_{1'H} \leq 291$$

Результат исследования

Аналогично определим передаточное отношение замкнутого дифференциального зубчатого механизма для других возможных схем механизма при сохранении дифференциала и изменении замыкающей части механизма. Далее рассмотрим две схемы.

1. Схема № 1 (рис. 2).

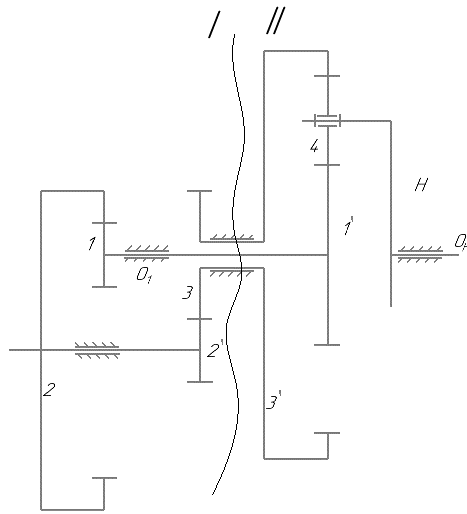


Рис. 2. Замкнутый зубчатый дифференциал (схема № 1)

Fig. 2. Closed gear differential (scheme № 1)

$$Z_2 - Z_1 = Z_2' + Z_3$$

$$Z_1 \geq 20, Z_2 \geq 85$$

$$U_{13} = U_{12} \cdot U_{2'3} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_3}{z_{2'}} \right) = -\frac{z_2 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_{2'}}$$

$$U_{12} = \frac{z_2}{z_1} = 3 \div 8$$

$$Z_1 \geq 20$$

$$z_2 = z_1 \cdot U_{12} = 20 \cdot 8 = 160$$

$$U_{2'3} = \frac{z_3}{z_{2'}} = 1 \div 6$$

$$Z_2' = 20$$

$$z_3 = z_{2'} \cdot U_{2'3} = 20 \cdot 6 = 120$$

$$U_{13} = U_{12} \cdot U_{2'3} = 8 \cdot (-6) = -48$$

$$U_{31} = U_{32'} \cdot U_{21}$$

$$U_{32'} = -\frac{z_{2'}}{z_3} = -\frac{20}{120} = -0.167$$

$$U_{21} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{20}{160} = 0.125$$

$$U_{31} = U_{32'} \cdot U_{21} = (-0.167) \cdot 0.125 = -0.0208$$

$$1 + U_{1'3'}^{(H)} \cdot (U_{13} - 1) = \frac{n_1}{n_H} = U_{1H}$$

$$1 - 10 \cdot (-48 - 1) = 491$$

$$1 - 2,125 \cdot (0,0208 - 1) = 3,16$$

$$3,16 \leq U_{1H} \leq 491$$

2. Схема № 2 (рис. 3).

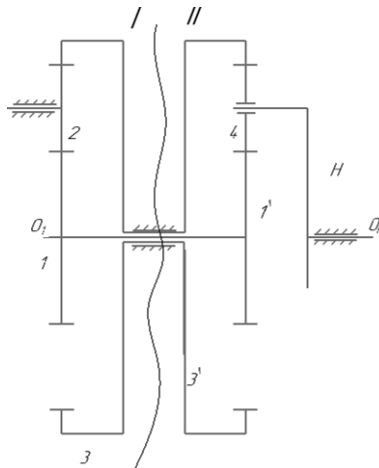


Рис. 3. Замкнутый зубчатый дифференциал (схема № 2)

Fig. 3. Closed gear differential (scheme № 2)

$$U_{13} = U_{12} \cdot U_{23} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}$$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$$

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1} = -6$$

$$Z_1 \geq 20$$

$$z_2 = z_1 \cdot U_{12} = 20 \cdot 6 = 120$$

$$U_{21} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{20}{120} = -0,167$$

$$U_{23} = \frac{z_3}{z_2} = 8$$

$$Z_2 = 20$$

$$z_3 = z_2 \cdot U_{23} = 120 \cdot 8 = 960$$

$$U_{32} = \frac{z_2}{z_3} = -\frac{120}{960} = -0,125$$

$$U_{13} = U_{12} \cdot U_{23} = (-6) \cdot 8 = -48$$

$$U_{31} = U_{32} \cdot U_{21}$$

$$U_{31} = U_{32} \cdot U_{21} = 0,125 \cdot (-0,167) = -0,0208$$

$$1 + U_{1'3'}^{(H)} \cdot (U_{13} - 1) = \frac{n_1}{n_H} = U_{1H}$$

$$1 - 10 \cdot (-48 - 1) = 491$$

$$1 - 2,125 \cdot (0,0208 - 1) = 3,16$$

$$3,16 \leq U_{1H} \leq 491$$

Выводы

1. Рассмотрена методика определения кинематических возможностей (допустимые пределы изменения передаточного отношения) замкнутого зубчатого дифференциала на основе метода обращенного движения и учета основного и дополнительных условий синтеза, разработанного для планетарных механизмов.

2. Замкнутый зубчатый дифференциал, имея более простую структурную схему по сравнению со сдвоенными планетарными механизмами, позволяет получить значительно большее передаточное отношение (для сдвоенного планетарного механизма, использованного в виде базового дифференциала, максимально допустимое значение передаточного отношения составит всего $U_{1n} = 121$).

3. Комбинируя схему (модульный принцип проектирования) выбранного дифференциала основной части механизма (простейший планетарный механизм) с различными схемами замыкающей части (рядовой зубчатый механизм), можно получать модификации замкнутого зубчатого дифференциала, отличающиеся по своим кинематическим возможностям. Рассмотрено три варианта механизма замкнутого зубчатого дифференциала, отличающиеся только замыкающей частью.

Библиографический список

1. Тимофеев, Г.А. Теория машин и механизмов / Г.А. Тимофеев. – М.: Юрайт, 2013. – 351 с.
2. Фролов, К.В. Теория машин и механизмов/учебник для вузов / К.В. Фролов. – М.: Высшая школа, 2005. – 496 с.
3. Коловский, М.З. Теория механизмов и механика машин / М.З. Коловский, – М.: Академия, 2008. – 560 с.
4. Матвеев, Ю.А. Теория машин и механизмов / Ю.А. Матвеев, Л.В. Матвеева. – М.: Альфа-М, 2009. – 320 с.
5. Иванов, М. Н. Детали машин: Учебник для машиностроительных специальностей вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. –12-е изд. испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 408 с.
6. Ряховский, О.А. Детали машин / О.А. Ряховский, А.В. Клыпин. – М.: Дрофа, 2002. – 288 с.
7. Детали машин и основы конструирования / Под ред. М.Н. Ерохина. – М.: Колос, 2004. – 362 с.
8. Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия / И.Г. Горячева. – М.: Наука, 2001. – 477 с.
9. Андриенко, Л.А. Детали машин: Учебник для вузов / Л.А. Андриенко, Б.А. Байков, И.К. Ганулич и др. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 472 с.
10. Вереина, Л.И. Техническая механика / Л.И. Вереина. М.М. Краснов. – М.: Академия, 2013. – 352 с.
11. Прянин, Б.А. Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи (вариаторы) / Б.А. Прянин, Г.А. Ревков. – М.: Машиностроение, 1980. – 360 с.
12. Миронов, К.Е. Планетарный конический вариатор // Карельский научный журнал. 2015. № 1(10). С. 183-185
13. Волков, Г.Ю. Геометрические критерии оценки долговечности фрикционных передач с самонатяжением / Г.Ю. Волков, Д.А. Курасов // Вестник КГУ. 2013. № 2. Серия технических наук. Вып. 8. С. 11-15.
14. Ряховский, О.А. Экспериментальные исследования фрикционных планетарных передач / О.А. Ряховский, А.Н. Воробьев // Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. № 10. С. 1-9.
15. Сигаев, П.А. Анализ и обзор поведения поведения фрикционного взаимодействия цилиндров в зоне силового контакта // Молодой ученый. 2018. № 29 (215). С. 35-38.
16. Бекмуродова, О.А. Особенности расчета фрикционных передач / О.А. Бекмуродова, И.Р. Замалиева, О.Р. Каратаев // Национальная ассоциация ученых. 2015, № 15-1 (15) С. 73-74.
17. Khurmi, R.S. Machinal Design / R.S.Khurmi, J.K.Gupta. – (S.I.Units)-Ram Nagar, New Delhi-110055, 2005 – 1054 p.
18. Shigley's Mechanical Engineering Desing. – The McGraw -Hill Companies, 2008. – 1054 p.
19. Акрамов, Б.Н. К проектированию конической фрикционной передачи с параллельными валами / Б.Н. Акрамов, И.А. Исмаилов, М.А. Тошев // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2023. № 1. С. 60-68. DOI: 10.46960/1816-210X_2023_1_60

*Дата поступления
в редакцию: 27.04.2023*

*Дата принятия
к публикации: 25.07.2023*