

УДК 656.1

EDN: RJRJJA

## МЕТОД ИМИТАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПЯТНЕ КОНТАКТА «КОЛЕСО-ГРУНТ» С ПОМОЩЬЮ ШТАМПОВ

**Н.С. Вольская**

ORCID: 0000-0003-0655-2677 e-mail: volskayans@bmstu.ru

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Москва, Россия**И.В. Басманов**

ORCID: 0000-0001-6997-8144 e-mail: basmanov.i.v@bmstu.ru

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Москва, Россия

Рассматривается моделирование сложного процесса деформации грунта под колесом. Для повышения точности расчетов при имитации прочностных свойств грунта выбран метод численного моделирования на базе дискретных элементов. Представлено взаимодействие жесткого колеса (шина имеет рисунок протектора, но не деформируется при контакте с опорой) с несвязным грунтом типа *сухой песок*. Выделены два совместно протекающих физических процесса под движущимся колесом: осадка грунта и его плоскостной сдвиг. Пятно контакта колеса имитируется в виде жесткого штампа с равновеликими площадями (круглой и эллиптической). Рассмотрены два случая: гладкая поверхность штампа и контактирующая поверхность с геометрическим рисунком. При расчетах учитываются разные соотношения сдвигающей  $P_x$  и вертикальной  $P_z$  нагрузок, действующих на штамп (0,1... 0,8). Результаты расчетов показали, что применение численного метода дискретных элементов позволяет не только рассчитывать параметры контакта, но и визуализировать реальные физические процессы, происходящие в пятне контакта штампа-колеса с грунтом.

**Ключевые слова:** жесткое колесо, штамп, напряженно-деформированное состояние грунта, осадка, сдвиг, коэффициент сцепления, метод дискретных элементов.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Вольская, Н.С. Метод имитации физических процессов в пятне контакта «колесо-грунт» с помощью штампов / Н.С. Вольская, И.В. Басманов // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2024. № 1. С. 83-97. EDN: RJRJJA

## METHOD FOR SIMULATION PHYSICAL PROCESSES IN «WHEEL-SOIL» CONTACT PATCH USING STAMPS

**N.S. Volskaya**

ORCID: 0000-0003-0655-2677 e-mail: volskayans@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University  
Moscow, Russia**I.V. Basmanov**

ORCID: 0000-0001-6997-8144 e-mail: basmanov.i.v@bmstu.ru

Bauman Moscow State Technical University  
Moscow, Russia

**Abstract.** The paper presents modeling of a complex process of soil deformation under a wheel. A numerical simulation method based on discrete elements to improve the accuracy of calculations in simulation of soil strength properties was chosen. The interaction of a rigid wheel (the tire has a tread pattern, but does not deform upon contact with the soil) with non-cohesive soil such as dry sand is presented. Two jointly occurring physical processes under a moving wheel are distinguished: soil sinkage and its planar shift. The wheel contact patch is imitated in the form of a rigid stamp with

equal areas (round and elliptical). Two cases are considered: a smooth stamp surface and a contact surface with a geometric pattern. The calculations take into account different ratios of the shift  $P_x$  and vertical  $P_z$  loads acting on the stamp (0.1 ... 0.8). Discrete element method allows to calculate the contact parameters and to visualize the real physical processes occurring in the contact patch of the wheel-stamp with the soil.

**Key words:** rigid wheel, stamp, stress-strain state of the soil, sinkage, shift, adhesion coefficient, discrete element method.

**FOR CITATION:** Volskaya N.S. Basmanov I.V. Method for simulation physical processes in «wheel-soil» contact patch using stamps. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2024. № 1. Pp. 83-97. EDN: PJIPJA

## Введение

В предыдущих работах [1-4] отмечалась актуальность современного метода прогнозирования уровня опорно-тяговой проходимости колесных машин при движении в тяжелых дорожно-грунтовых условиях. В настоящей статье представлены предложения по развитию таких исследований на базе расчетного пакета, основанному на численном моделировании с помощью дискретных элементов. Одной из задач разрабатываемого метода в перспективе является создание цифрового двойника процесса взаимодействия шины с грунтом. В первую очередь, предлагается рассмотреть ее решение на примере взаимодействия жесткого колеса и грунта типа *сухой песок*. Сначала контакт колеса с грунтом представляется в виде идеальной геометрической модели пятна контакта (круглого жесткого штампа небольшой высоты), площадь которого соизмерима с площадью поверхности между реальным автомобильным колесом и грунтом. Основное внимание акцентировано на имитации физических процессов в пятне контакта негладкого жесткого колеса с внешним полупространством *грунт*.

Процесс рассматривается с позиций внешней механики колеса. Известны проблемы, возникающие при его математическом моделировании со стороны грунта. Наиболее существенная из них заключается в невозможности однозначно математически описать физико-механическое состояние неоднородных грунтовых условий предполагаемого района эксплуатации транспортной машины и одновременно провести оценку эффективности ее движения. Известно, что для любой материальной точки полупространства *грунт* (в конкретных природных условиях достаточно сложного технологически эксперимента) можно зафиксировать ее уникальное напряженно-деформированное состояние, но имитировать его нельзя даже в лабораторных условиях.

Современные информационные технологии позволяют развивать научные исследования такого рода проблем, например, с помощью имитационного моделирования [5-15]. Его часто применяют в случаях, когда:

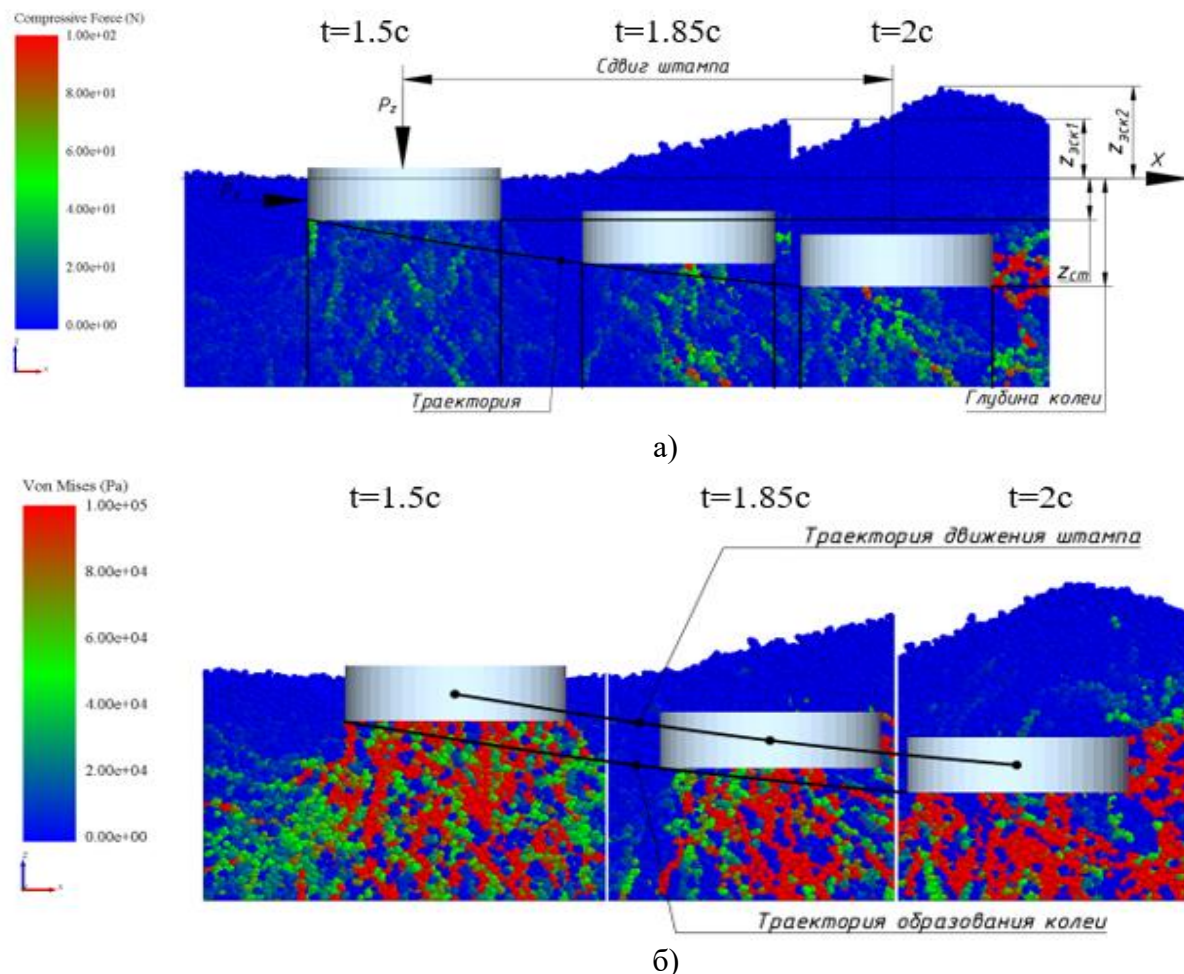
- не существует законченной постановки задачи исследования;
- аналитические методы решения являются математически сложными и практически нерешаемыми;
- рассматриваемый процесс невозможно наблюдать в реальных условиях.

Далее предполагается анализ результатов энергетического взаимодействия штампа-колеса и дисперсной среды грунта.

## Физические процессы, определяющие основу внешней механики колеса

Известны попытки решения проблемы по оценке влияния режима качения, силового нагружения, геометрических размеров и других факторов, связанных с пневматическим колесом на его взаимодействие с деформируемой опорной поверхностью [16-20]. В этих работах основное внимание уделено вопросам разработки расчетных методик эффективности прямолинейного движения активного колеса на горизонтальной поверхности в заданных дорожно-грунтовых условиях. Детализации характера протекания физических процессов в грунте, на наш взгляд, уделяется недостаточно внимания.

1. Рассмотрим современный подход и новые возможности в решении аналогичных задач. На рис. 1 представлены результаты имитации физических процессов свободной осадки совместно со сдвигом грунта под действием жесткого колеса с помощью ПО EDEM. В механике грунтов рассмотрены принципы раздельного проведения такого рода экспериментов в лабораторных условиях [21]. Имитация процесса формирования пятна контакта представлена с помощью круглого штампа небольшой высоты, который перемещается в грунтовом канале под действием двух сил, (рис. 1 а), б)). Имитатор пятна контакта (штамп) под действием этих двух внешних сил погружается в грунт. Перемещение «колеса» в направлении оси  $x$  можно выразить суммой перемещений по осям  $x(t)$  и  $z(t)$ , причем траектория движения зависит от времени и силового режима нагружения колеса-штампа.



**Рис. 1. Имитация физических процессов осадки и сдвига штампа на грунте песок (зафиксированы положения штампа в моменты времени  $t_1, t_2, t_3$ ):**

*а) визуализация процессов определения траектории движения центра масс штампа и формирования глубины колеи во время его движения (фиксируются компрессионные силы, действующие на дискретные частицы искусственного грунта); б) динамическая картина изменения напряженно-деформированного состояния грунта в процессе сдвига штампа*

**Fig. 1. Simulation of the physical processes of stamp sinkage and shift on sand soil (the positions of the stamp at moments  $t_1, t_2, t_3$  are recorded):**

*а) visualization of the processes of determining the trajectory of the center of mass of the stamp and the formation of the rut depth during its movement (compression forces acting on discrete particles of artificial soil are recorded); б) dynamic picture of changes in the stress-strain state of the soil during the process of shift the stamp)*

Представим результаты физического моделирования движения пятна контакта жесткого колеса в виде двухэтапного процесса, имитирующего с помощью жесткого штампа процесс сдвига штампа под действием сил, вертикальной  $P_z$  и продольной  $P_x$ . Зафиксировано три момента движения штампа:

- штамп опустился на грунт и деформировал его своей гравитационной массой, имитирующей, в том числе, вертикальную нагрузку  $P_z$  на ось колеса, время  $t_1$ ;
- штамп достиг максимальной скорости движения под действием сил  $P_z$  и  $P_x$ , время  $t_2$ ;
- штамп остановился, поскольку реакция сил сопротивления движению грунта превысила главный вектор активных сил, инициирующих его движение.

По результатам расчета визуализирован сам процесс взаимодействия штампа (колеса) с грунтом. Можно наблюдать и выделить:

- процессы нагребания, т.е. экскавации грунта ( $z_{\text{экс}}$ );
- траекторию перемещения штампа;
- динамическую картину образования колеи под колесом ( $z, z_{\text{ст}}$ );
- изменение картины действия компрессионных сил, действующих в контактах DEM-элементов грунта как между собой, так и на поверхность штампа;
- изменение картины напряженно-деформированного состояния искусственного грунта под перемещающимся штампом (рис. 1 б));

Все перечисленные процессы имитируются с учетом динамики изменения соотношения двух активных сил  $P_z$  и  $P_x$ , и, соответственно, проводится анализ взаимной динамической реакции штампа и заданного типа грунта друг на друга. Рассмотренную группу моделируемых процессов, определяющих физическую картину взаимодействия системы «колесо-грунт», завершим примером визуализации процесса сдвига штампа тех же размеров и силовой схемы нагружения, но оборудованного грунтозацепами, с заданной формой и рисунком. Введены два варианта формы штампа: стандартная – круглая (рис. 2) и специальная – эллиптическая (рис. 3). Результаты имитации представлены на рис. 4-7.

Характеристики штампа 1:  
Диаметр штампа 100 мм  
Площадь штампа 0.00785 м<sup>2</sup>  
Высота штампа 30 мм  
Вертикальная нагрузка 80 Н

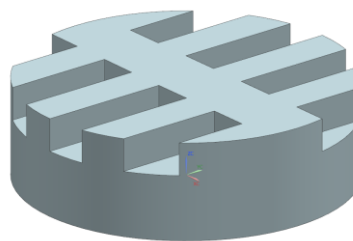


Рис. 2. Характеристики круглого штампа

Fig. 2. Characteristics of round stamp

Характеристики штампа 2:  
Малая полуось 50 мм  
Большая полуось 87,5 мм  
Площадь 0.01374 м<sup>2</sup>  
Высота штампа 30 мм  
Вертикальная нагрузка 80 Н

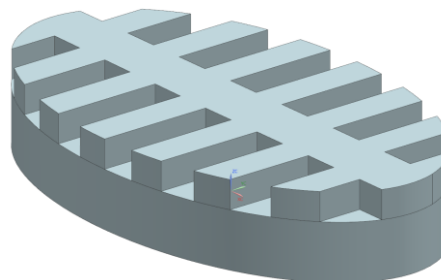


Рис. 3. Характеристики эллиптического штампа

Fig. 3. Characteristics of elliptical stamp

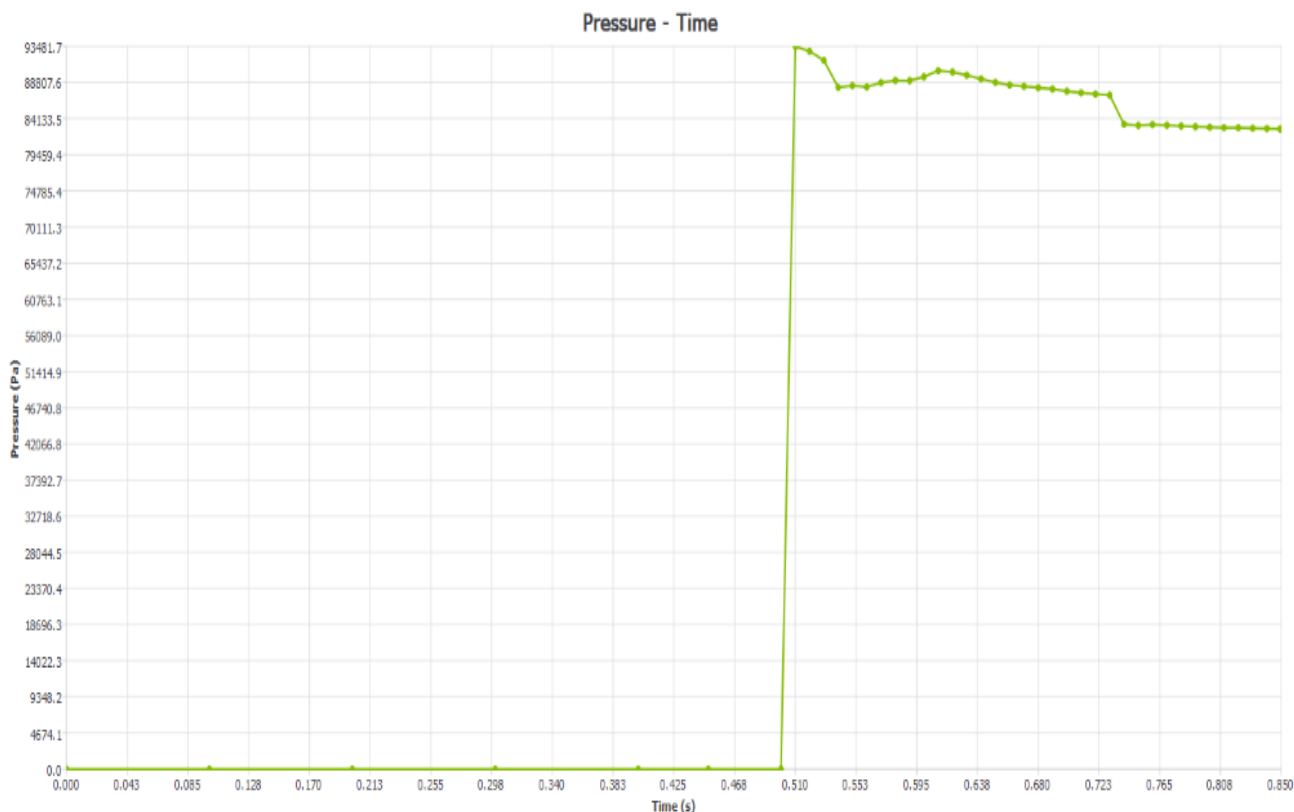


Рис. 4. Изменение напряжения в частице (виртуальном датчике под центром круглого штампа)

Fig. 4. Change in stress in a particle (virtual sensor under the center of a round stamp)

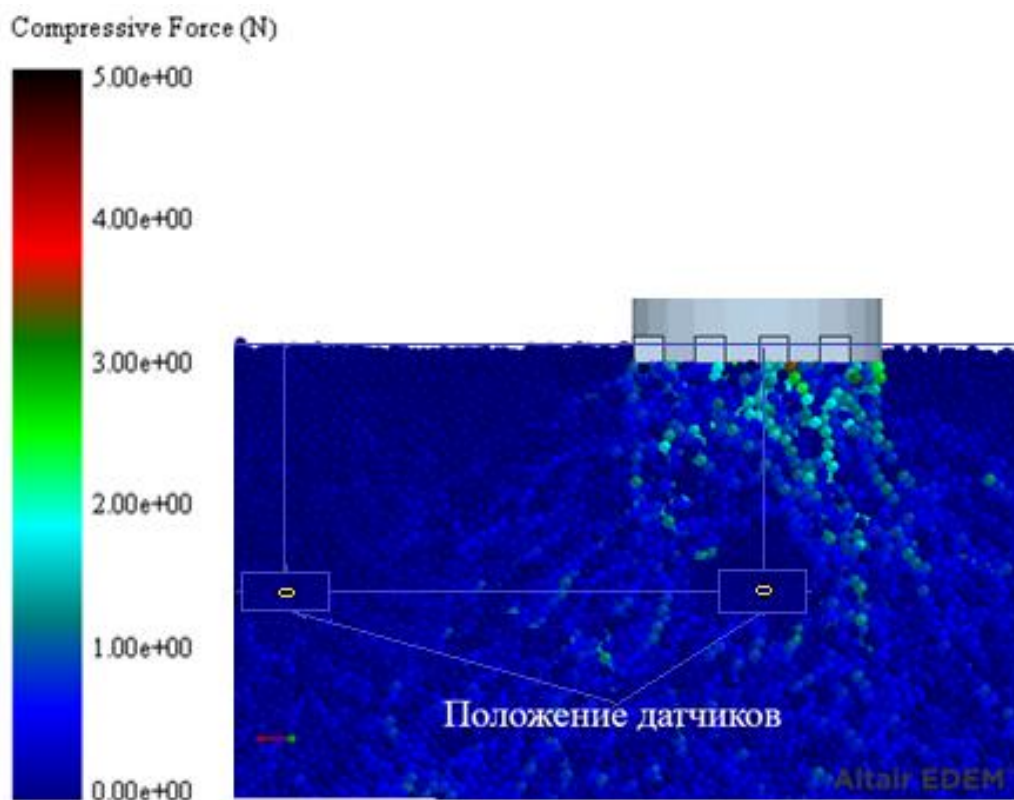


Рис. 5. Пример установки датчиков (начало взаимодействия круглого штампа с грунтом)

Fig. 5. Example of sensor installation (beginning of interaction of a round stamp with the soil)

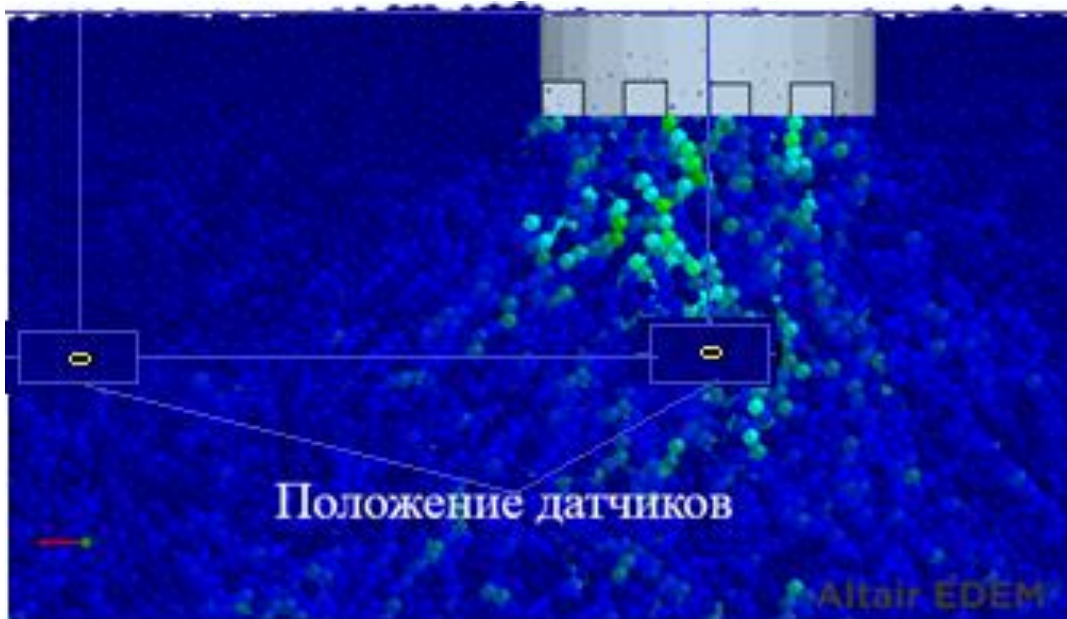


Рис. 6. Положение датчиков при установившемся режиме (взаимодействия круглого штампа с грунтом)

Fig. 6. Position of the sensors in steady state (interaction of a round stamp with the soil)

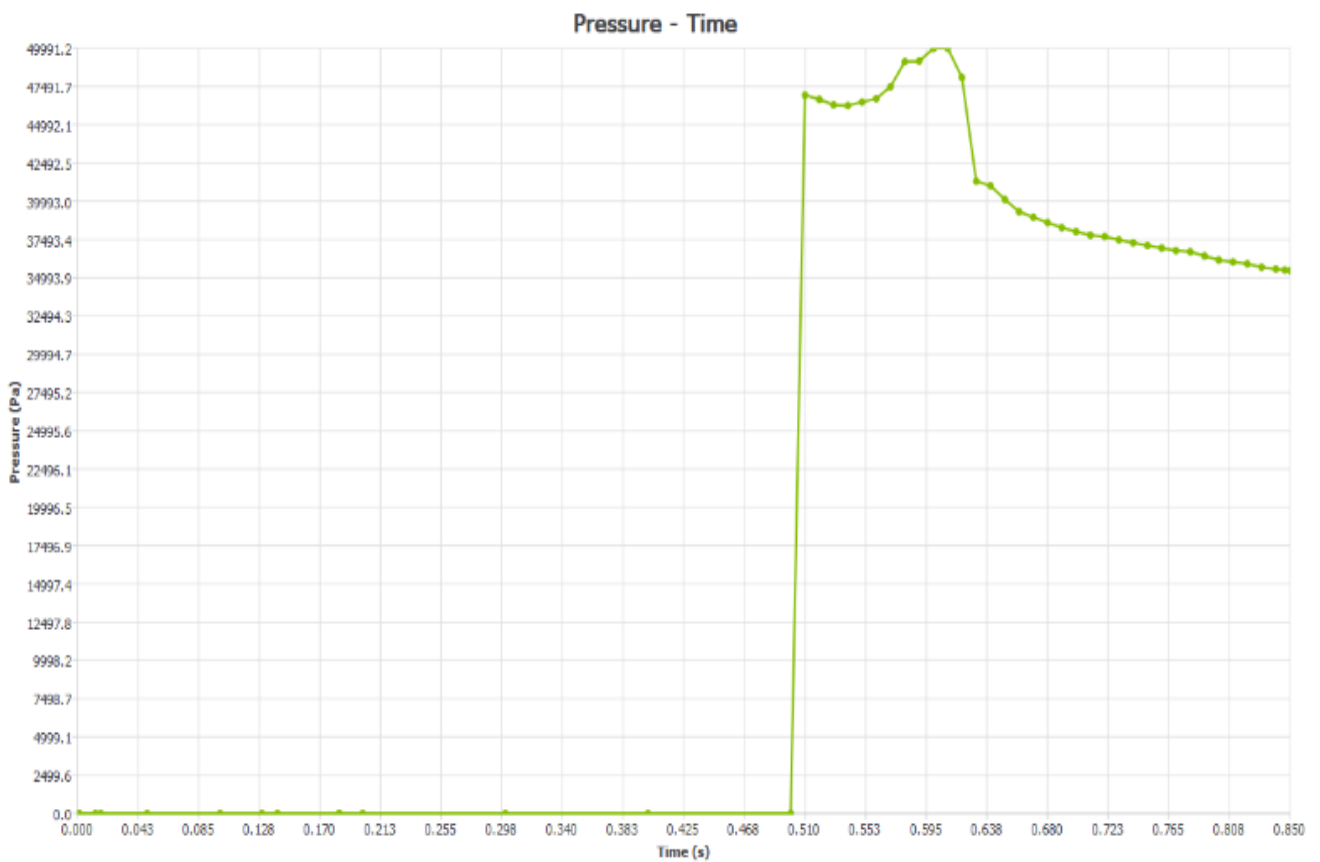


Рис. 7. Изменение напряжения в частице (виртуальном датчике под центром эллиптического штампа)

Fig. 7. Change in stress in a particle (virtual sensor under the center of an elliptical stamp)



Этот пример, демонстрирующий влияние формы пятна контакта и рисунка протектора шины на реакцию опорной «мягкой» (деформирующейся) поверхности (задающий тип грунта под двигателем внедорожных транспортных средств), позволяет не только расчетом оценить затраты на энергетические потери от деформаций в грунте, но и визуализировать протекающие во времени динамические процессы. Для детализации и уточнения решаемых задач в заданные точки искусственного грунта предлагается внедрять «датчики-частицы» (виртуальные датчики (рис. 4, 5), которые во времени могут следить за изменением напряженного состояния в грунте с выходом на его графическое представление (рис. 3, 6). При подведении итогов имитационного моделирования модели пятна контакта колеса с грунтом [22] были выявлены следующие преимущества и недостатки рассмотренной твердотельной модели пятна контакта в системе «колесо-грунт». Главное преимущество – малое время имитации взаимодействия колеса с мягким грунтом. Получен метод расчета динамической картины напряженно-деформированного состояния полупространства «грунт» с визуализацией эпюр: компрессионных сил, напряжений и скоростей, затронутых процессами свободной осадки и сдвига дискретных частиц искусственного грунта. Четко визуализируется картина экскавации грунта перед движущимся штампом. Из-за задаваемой малой высоты штампа происходит «нагребание» грунта на штамп, в результате картина имитации реального процесса искажается. Поэтому было предложено другое решение, связанное с конфигурацией штампов.

2. Разработаны штампы в форме жесткого колеса, оборудованного грунтозацепами, рисунок и геометрические размеры которого соответствуют реальным шинам известных конструкций, например, 16.00-20. Таким образом выбранный метод позволил при расчетах имитировать процесс взаимодействия шины с грунтом с максимальным приближением геометрических и силовых характеристик их контакта.

Рассмотрим пример результатов такого расчетного эксперимента. В табл. 1 приведены геометрические параметры колеса-штампа, на рис. 8 изображена его твердотельная модель, основные параметры его геометрии и границы силового нагружения по осям  $x$  и  $y$  представлены в табл. 2, где все варианты расчета имеют свой номер, который соответствует информации графиков рис. 9-13.

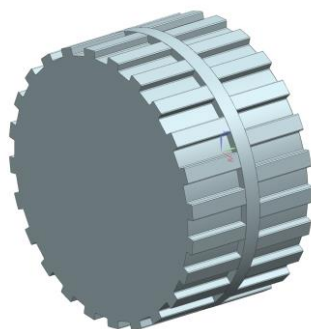


Рис. 8. 3D-твердотельная модель штампа-колеса

Fig. 8. 3D solid model of a stamp-wheel

Таблица 1.

Геометрические параметры колеса-штампа

Table 1.

Geometric parameters of the wheel-stamp

Параметр	Значение
Диаметр колеса по впадинам, мм	800
Диаметр колеса по вершинам, мм	850
Ширина колеса, мм	450
ширина грунтозацепов, мм	50
шаг грунтозацепов, град	15

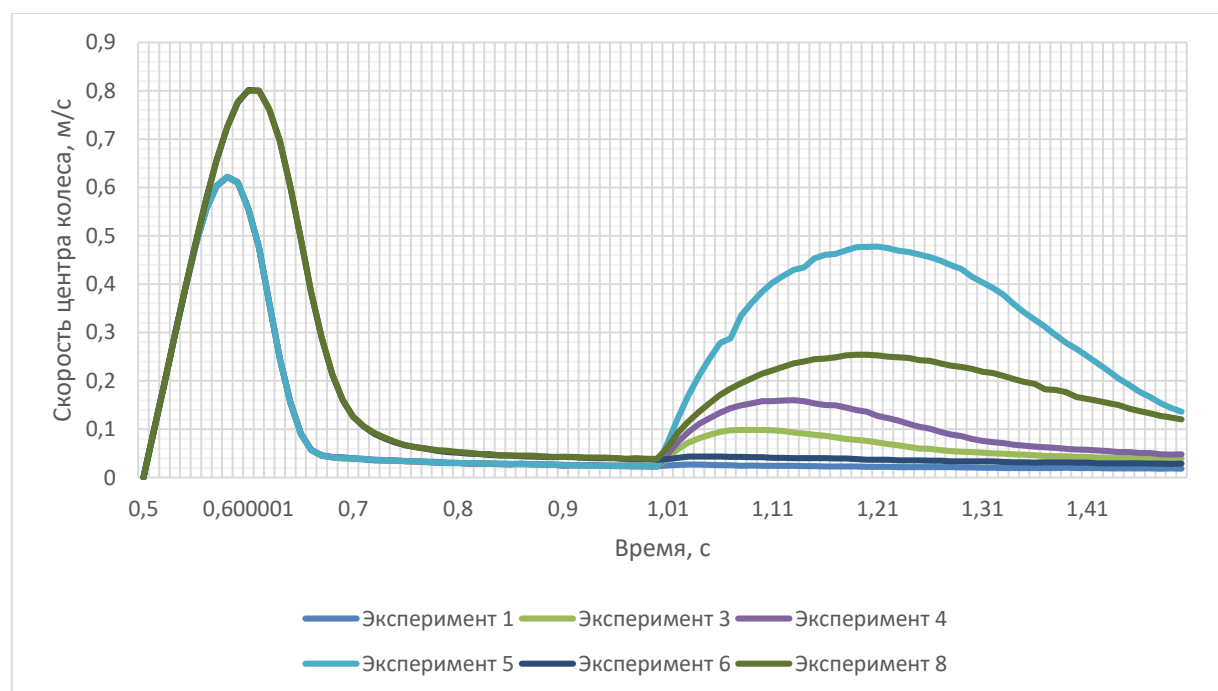
Таблица 2.

Границы силового нагружения по осям x и y

Table 2.

Boundaries of strength loading along the x and y axes

№ расчетного эксперимента	Масса штампа, кг	Нормальная реакция от грунта, Н	Усилие сдвига штампа $P_x$ , Н	$P_x/P_z$	Глубина колеи от осадки грунта, мм	Глубина колеи от сдвига штампа 0.5 сек, мм	Глубина колеи (в конце сдвига штампа), мм	Ширина пятна контакта, м	Длина пятна контакта, м
1	500	4905	490.5	0.1	63.7	10.3	74	0.45	0.42
2			981	0.2	63.7	12	75.7	0.45	0.42
3			1962	0.4	63.7	19	82.7	0.45	0.42
4			2452.5	0.5	63.7	25	88.7	0.45	0.42
5			3924	0.8	63.7	57.4	121.1	0.45	0.42
6	1500	14715	1471.5	0.1	105.03	16.5	121.53	0.45	0.55
7			2943	0.2	105.03	19.76	124.79	0.45	0.55
8			5886	0.4	105.03	34.85	139.88	0.45	0.55
9			7357.5	0.5	105.03	50.38	155.41	0.45	0.55
10			11772	0.8	105.03	104.16	209.19	0.45	0.55

Рис. 9. График абсолютной скорости движения центра колеса  $|V_{цк}|$ Fig. 9. Graph of the absolute speed of the wheel center  $|V_{цк}|$ 

Определение кинематических и силовых параметров, влияющих на перемещения жесткого активного штампа-колеса под действием сил  $P_z$  и  $P_x$ , представлено на рис. 9-13, где можно видеть, какие численные значения имеют кинематические и силовые параметры колеса в течение 1,5 сек имитируемого процесса. В момент времени  $\sim 0,5$  сек штамп опускается на грунт, после первой секунды он начинает движение под действием продольной силы  $P_x$ . Рассматривается два варианта вертикальной нагрузки на центр штампа-колеса; для обоих вариантов отдельно рассматривается влияние на процесс контакта продольной активной силы  $P_x$ , которая варьируется в интервале значений  $0,1 \dots 0,8 P_z$ .



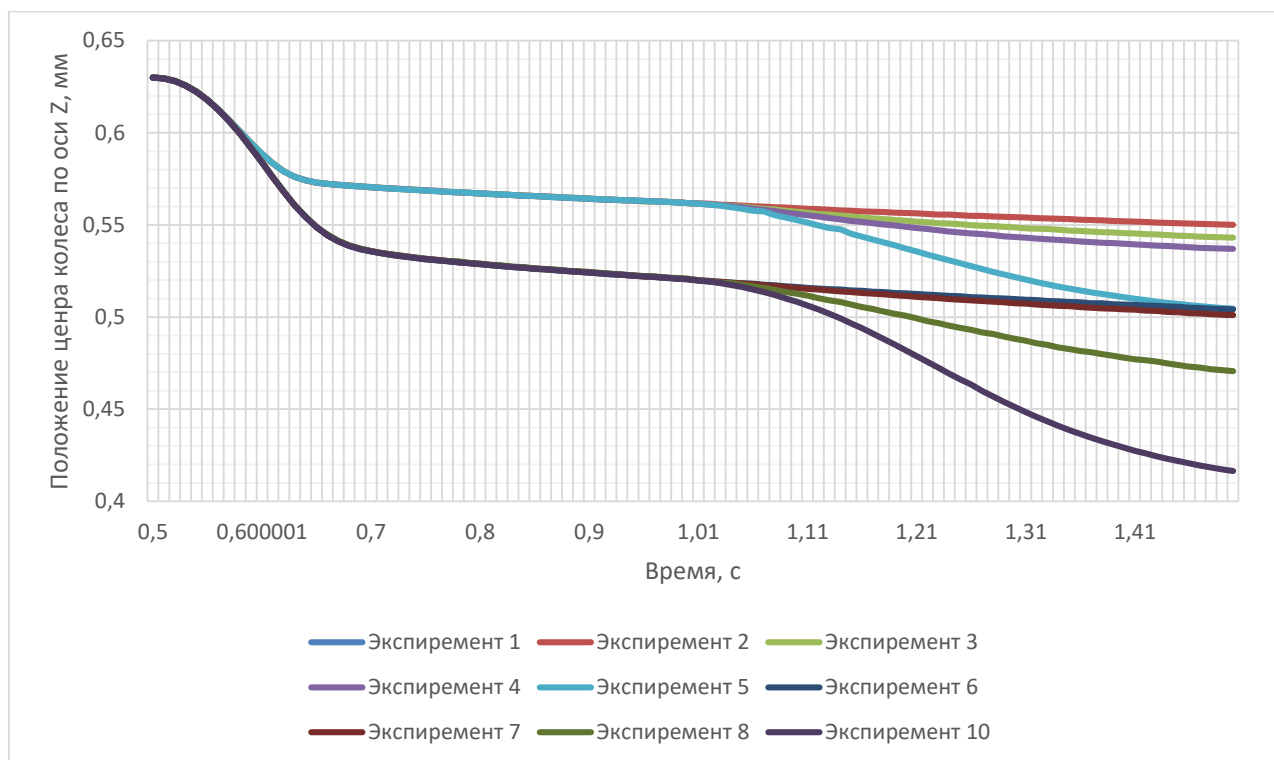


Рис. 10. График изменения положения центра масс штампа по оси z

Fig. 10. Graph of changes in the position of the center of mass of the stamp along the z axis

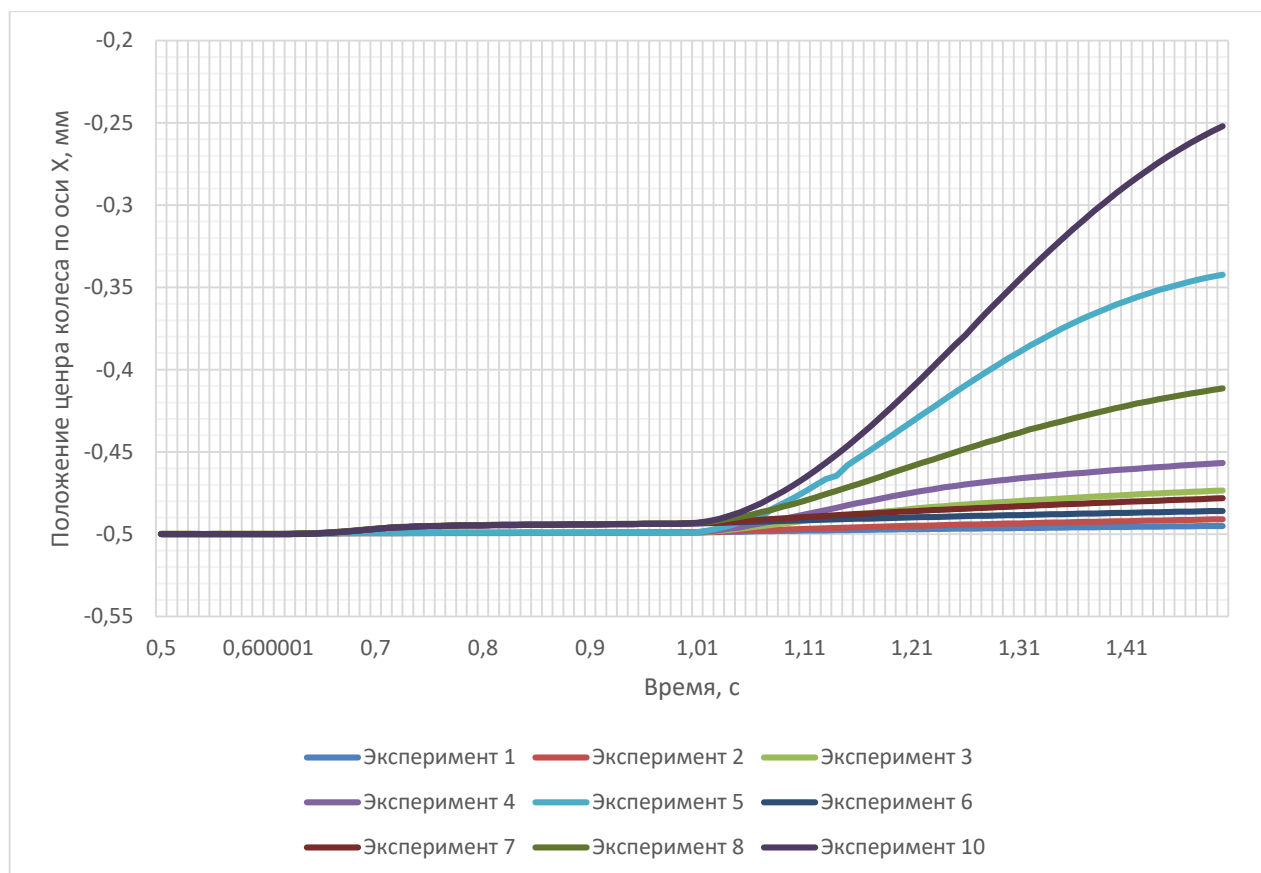
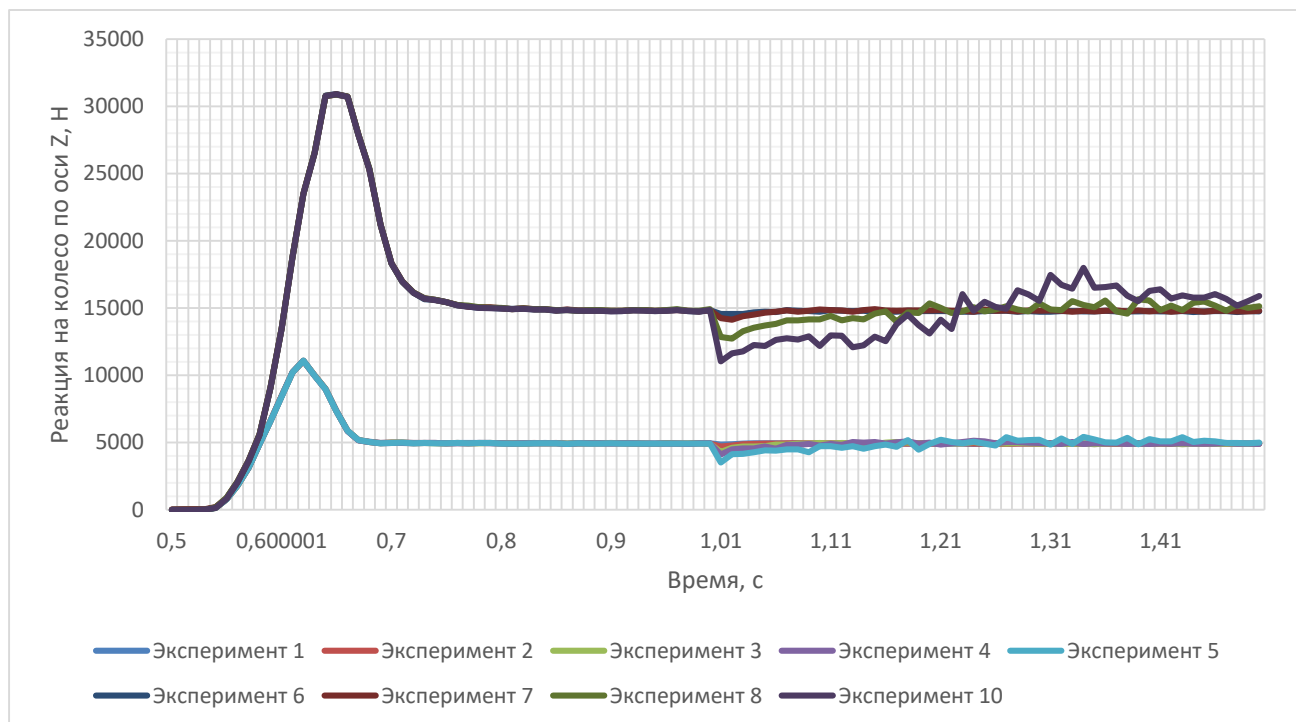


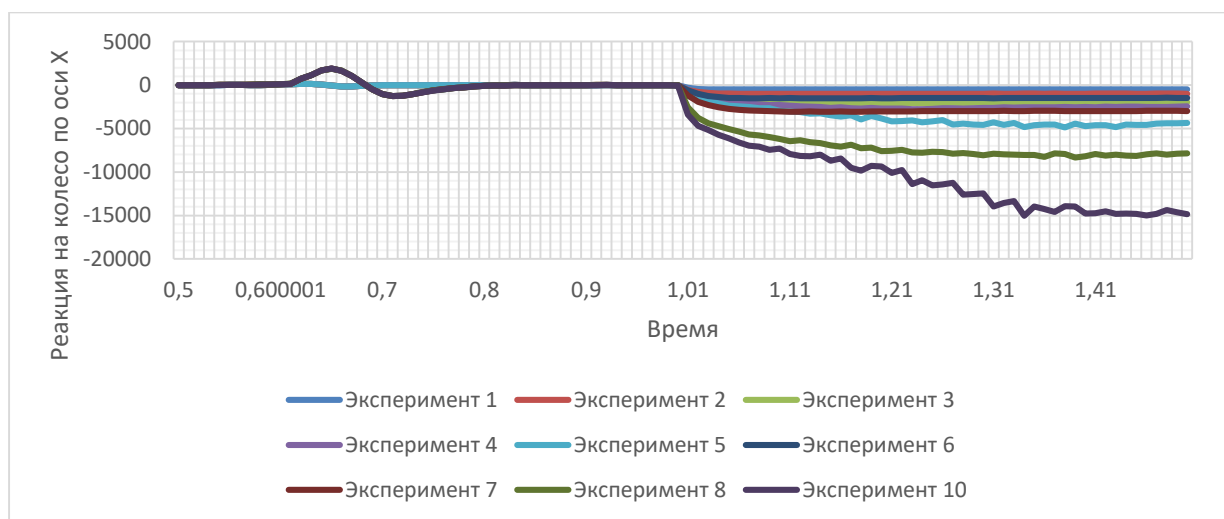
Рис. 11. График изменения положения центра масс штампа по оси x

Fig. 11. Graph of changes in the position of the center of mass of the stamp along the x axis



**Рис. 12. График изменения вертикальной реакции искусственного грунта под действием веса колеса в сумме с задаваемой вертикальной нагрузкой на колесо**

**Fig. 12. Graph of changes in the vertical reaction of artificial soil under the influence of the weight of the wheel in addition to the specified vertical load on the wheel**



**Рис. 13. График имитации приложения активной продольной силы к колесу-штампу за время перемещения**

**Fig. 13. Graph for simulating the application of active longitudinal force to the wheel-stamp during movement**

Конечной целью этого расчетного эксперимента являлась попытка оценки взаимовлияния параметров механической системы «колесо-грунт» и грунта (с учетом типа искусственного грунта) на измерители рассматриваемого процесса. На рис. 14-18 представлены результаты исследований по имитации взаимодействия штампов в виде пятна контакта (цилиндрической формы; результаты на левых рисунках) и в виде жесткого колеса с заданным рисунком

протектора (результаты – справа). При оценке опорно-тяговой проходимости важно прогнозировать глубину колеи и выявить факторы, оказывающие влияние на ее размеры. По результатам расчетов выявлено, что глубину колеи нужно определять с учетом двух процессов: статического (свободная осадка) и свободного плоскостного сдвига штампа. В проведенных ранее исследованиях [16-21] алгоритмы расчета или прогнозирования глубины колеи не учитывали возможности ее роста за счет составляющей совместного сдвигу процесса осадки грунта. Наше исследование при визуализации основных физических процессов с помощью ПО EDEM выявило необходимость учета дополнительной составляющей. Ранее отмечалось, что при полном буксовании колесо «закапывается», разрушая грунт в пятне контакта.

Таким образом, при имитации рассматриваемых процессов наблюдается рост глубины колеи в результате: 1) вертикального нагружения; 2) продольного сдвига колеса (рис. 14, 15). Можно видеть, что с ростом вертикальной нагрузки на ось колеса и ростом продольной активной продольной силы расчетные значения глубины колеи могут давать поправку до 40 % в сторону увеличения (случай штампа-колеса, в примере рассматривается несвязанный грунт).

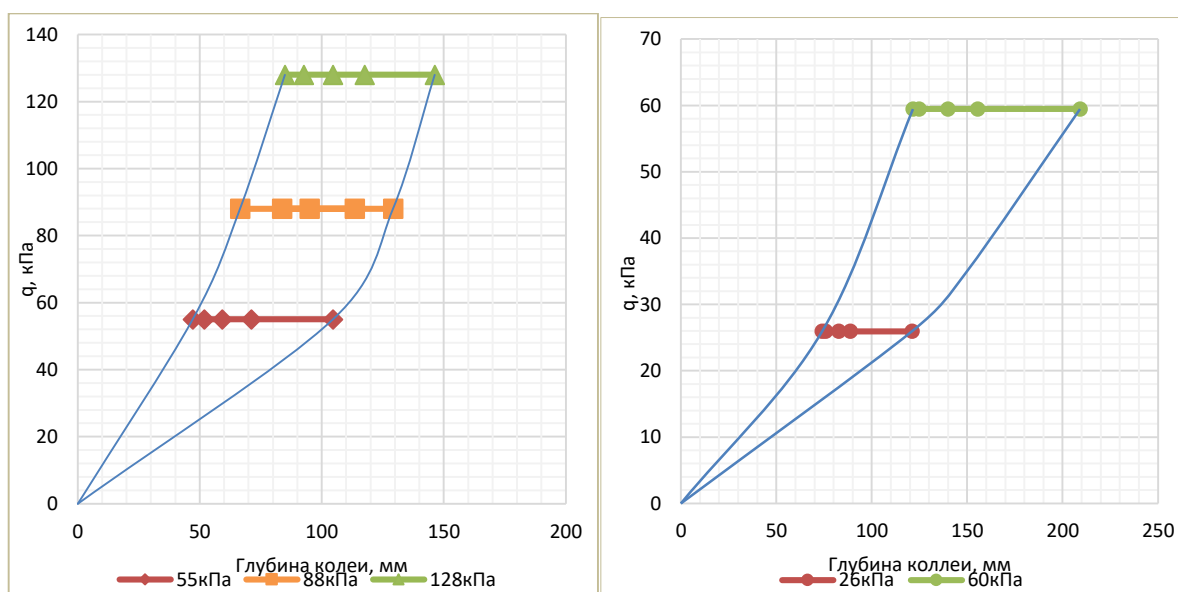


Рис. 14. Прогнозирование глубины колеи

Fig. 14. Predicting rut depth

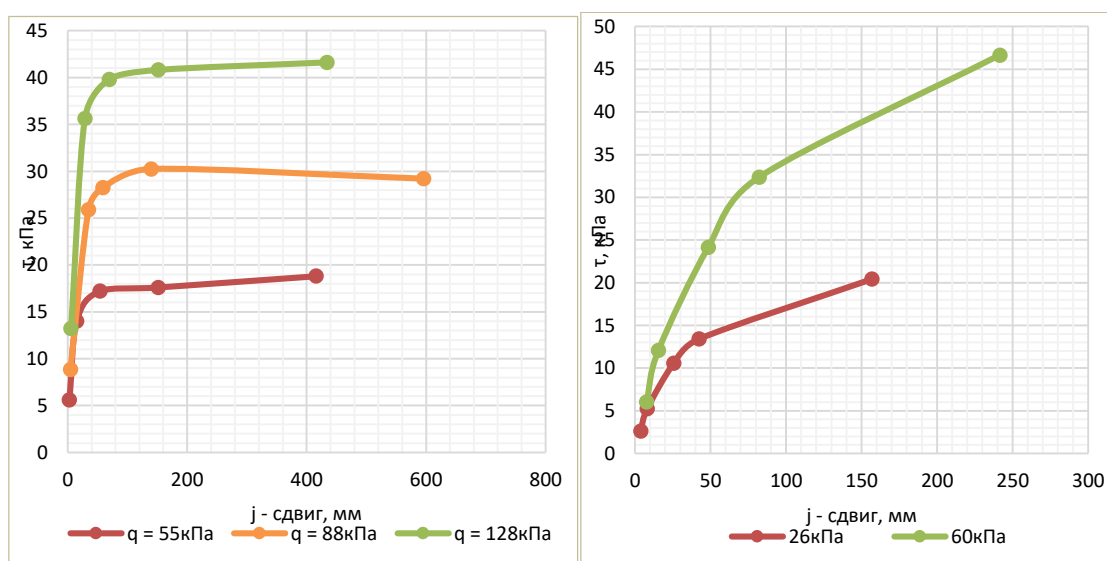


Рис. 15. Прогнозирование характеристик свободного плоскостного сдвига

Fig. 15. Prediction of free planar shift characteristics

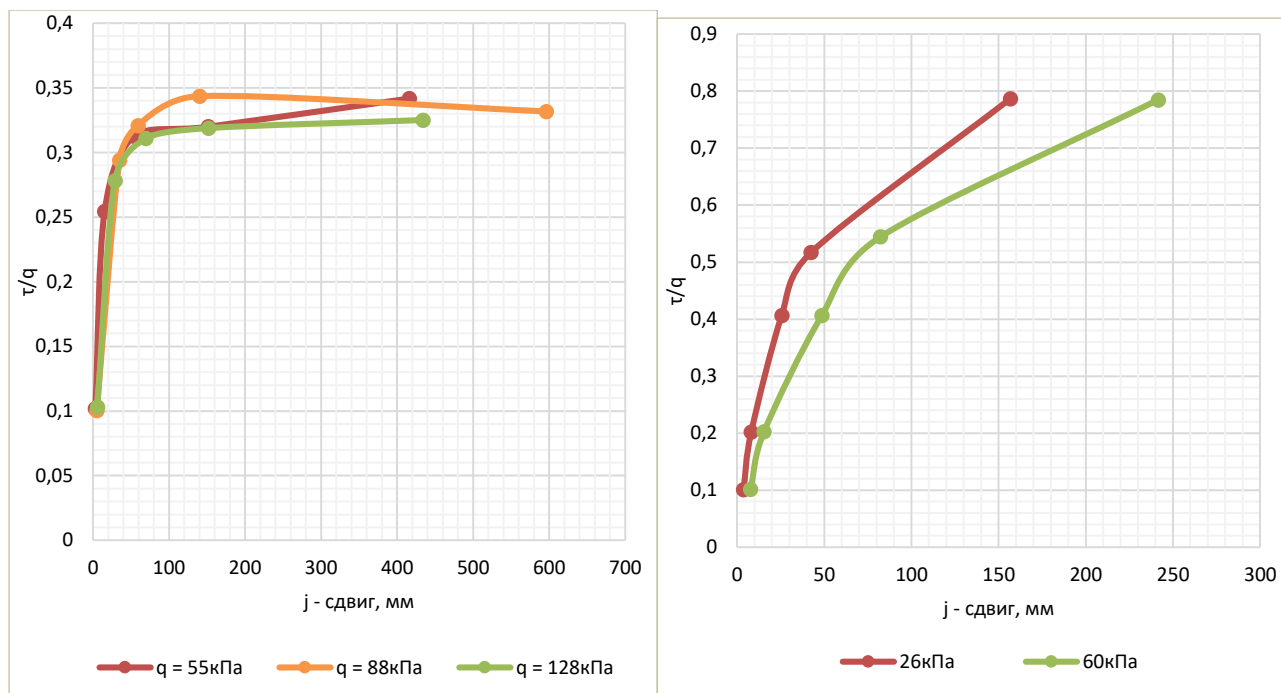


Рис. 16. Прогнозирование реализуемого коэффициента сцепления колесного движителя с несвязным грунтом

Fig. 16. Prediction of the realized adhesion coefficient of a wheeled propulsion device with non-cohesive soil

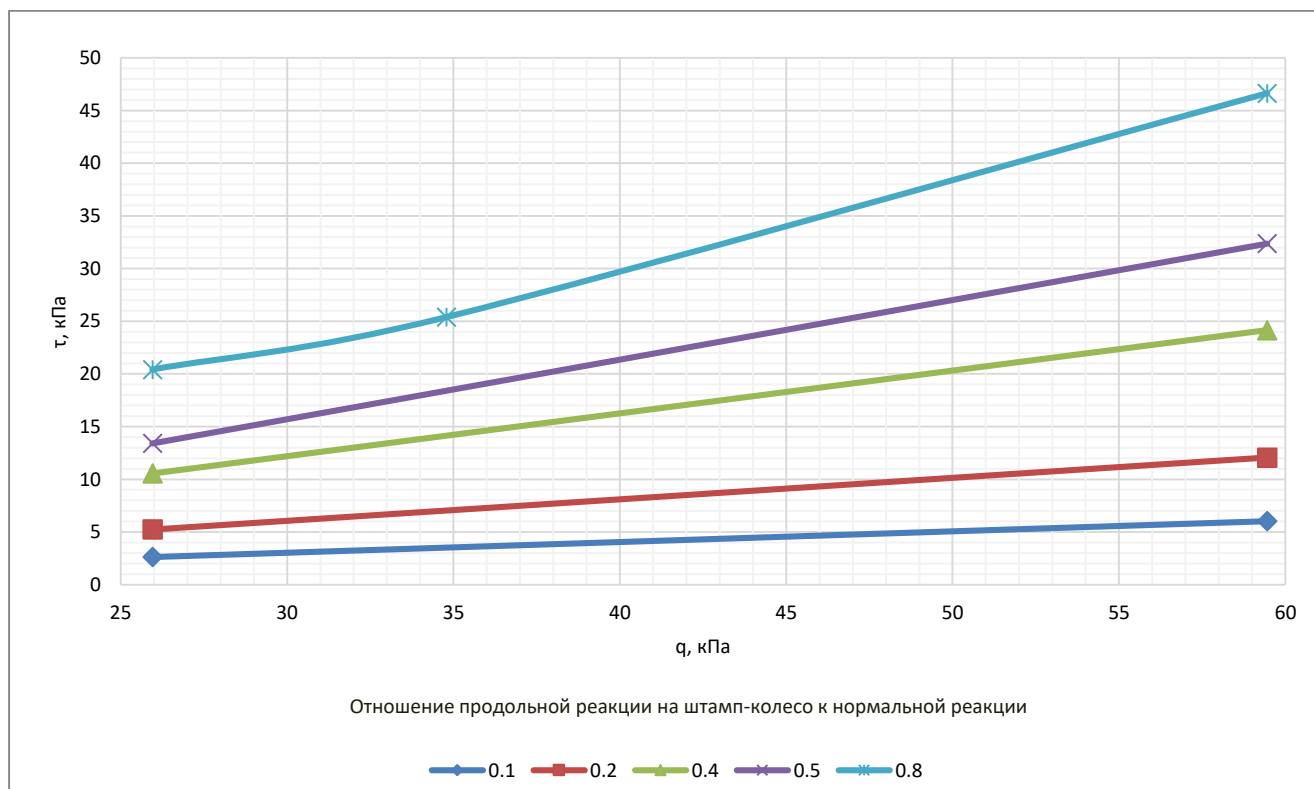
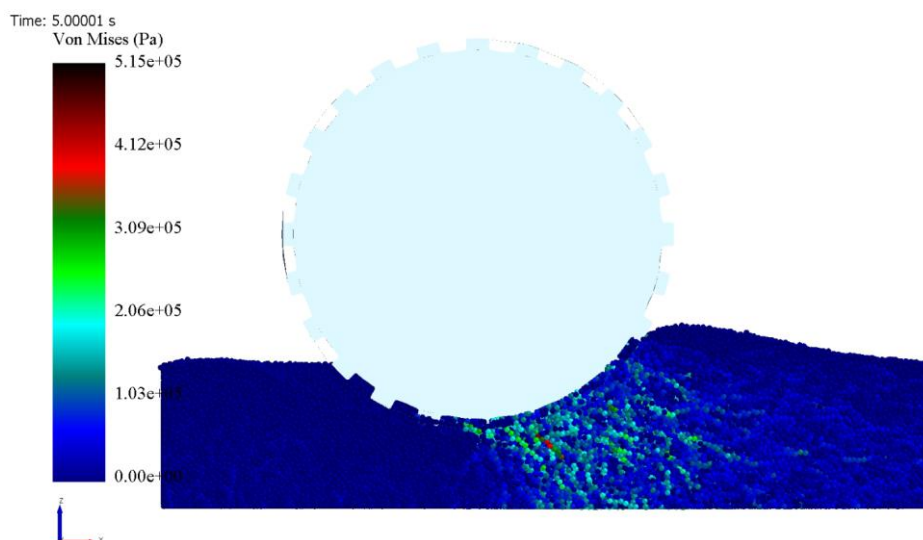


Рис. 17. Оценка напряженно-деформированного состояния опорной поверхности под колесным движителем

Fig. 17. Assessment of the stress-strain state of the supporting surface under the wheel propulsion device



**Рис. 18.** Возможности визуализации измерителей несущей способности искусственного грунта

**Fig. 18.** Visualization capabilities of artificial soil load-bearing capacity meters

Рассмотрим результаты по выделенному процессу сдвига (рис. 15, 16): слева – для имитатора пятна контакта, справа – для штампа *жесткое колесо*. Однозначно можно сказать, что левые графики дают результаты, характерные для свободного плоского сдвига (сдвиг хрупкий). При этом на искусственном грунте сдвигается гладкий цилиндрический металлический штамп, можно прогнозировать максимальное значение коэффициента сцепления  $\varphi = 0,35$ . При рассмотрении результатов имитации того же процесса на примере плоского сдвига штампа колеса со встроенными грунтозацепами результаты взаимодействия штампа-колеса с полупространством искусственного грунта резко меняются: так называемый процесс свободного плоского сдвига имеет иную специфику. На правых графиках рис. 15, 16 явно видны характерные черты процесса, более близкого к физике пластичного сдвига [21]. По нашему мнению, это закономерный результат удачно подобранного рисунка протектора для колеса и его геометрические характеристики. Можно видеть, что сцепные свойства с опорной деформируемой поверхностью у такого колесного движителя намного выше. Можно прогнозировать, что коэффициент сцепления с искусственным грунтом может достигнуть значения  $\varphi = 0,7$ .

На рис. 17 представлен анализ влияния возрастания продольной активной силы на штамп-колесо при заданном варианте вертикальной нагрузки  $P_z = 14715$  Н. В этом варианте нагружения средние значения касательных напряжений в пятне контакта колеса с грунтом (при заданной геометрии грунтозацепов) соизмеримы со средними нормальными напряжениями. На рис. 18 представлен заключительный этап визуализации процесса свободного сдвига штампа-колеса. Можно сделать вывод о возможности дальнейшего исследования процессов оценки несущей способности грунтов, в том числе, снижения уровня экскавации грунта перед движущимся активным колесом.

## Результаты

Рассмотрены пути решения двух совместных основных задач прогнозирования реакции грунтовой поверхности под колесным движителем машины: осадки грунта и его сдвига в пятне контакта с колесом. Обозначена возможность рассмотреть процесс экскавации грунта перед колесом при его прямолинейном перемещении (в динамической постановке); инструментом моделирования выбрано ПО на базе *DEM*-элементов. Подтверждена возможность моделирования внешней механики среды (искусственного грунта), являющейся опорой движителям транспортных сред, в расчетах на проходимость машин.

В данном исследовании представлен оригинальный подход к постановке задачи разработки цифрового двойника искусственного грунта типа *песок*. Рассмотрен первый шаг этой задачи – моделирование физических процессов в несвязном грунте под воздействием комбинированной нагрузки, приложенной к жесткому колесу.

Предложены способы моделирования пятна контакта автомобильного колеса:

- в виде жесткого плоского металлического штампа, имеющего площадь, численно соизмеримую с этой характеристикой для автомобильных шин;
- в виде жесткого штампа-колеса, оборудованного грунтозацепами.

Показано, что с помощью программного комплекса *DEM* можно визуализировать картину внешней механики автомобильного колеса с выходом на динамику формирования глубины колеи и напряженно-деформированного состояния грунтового полупространства.

### Выводы

1. Разработана методика имитации взаимодействия жесткого колеса с несвязным грунтом (тормозной режим). Приведен расчетный пример, в качестве аналога колеса выбрана твердотельная модель шины 16.00-20.

2. Представлены результаты совместной симуляции процессов свободной осадки и плоскостного сдвига. Они выявили преимущества выбранного способа имитации физических процессов в полупространстве грунт с помощью ПО на базе дискретных элементов *DEM*. Сделан важный теоретический вывод: выбор оптимального рисунка и размеров протектора шины может существенно изменить характер взаимовлияния деформируемости грунта и пятна контакта колеса с выходом на снижение потерь на качение колеса.

3. Выявлен источник, дополняющий картину формирования глубины колеи под колесным движителем. Таким источником является процесс свободного сдвига грунта. Показано, что для случая движения по несвязному грунту можно на стадии прогнозирования выявить увеличение глубины колеи от ее значения в статике до 40 %.

4. Показано, что при использовании в качестве имитатора реального активного «колеса-штампа» – жесткого колеса с оптимально подобранным рисунком протектора, можно прогнозировать увеличение коэффициента сцепления на 30 %. Таким образом, предложена математическая модель и алгоритм прогнозирования возможности реализации более высокого коэффициента сцепления шины с несвязным грунтом.

5. Дальнейшие исследования будут продолжены для колеса, нагруженного крутящим моментом.

### Библиографический список

1. Курдюк, В.А. Расчетный метод моделирования деформационных свойств грунтов в задачах прогнозирования взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью / В.А. Курдюк, Н.С. Вольская, О.А. Русанов // Тракторы и сельхозмашины. 2015. № 2. С. 12-16. – EDN TPDITP.
2. Levenkov, Y.Y. Simulation of the tire enveloping properties in case of the unmanned car wheel interaction with a rigid uneven surface / Y.Y. Levenkov, N.S. Vol'skaya, O.A. Rusanov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol. 534. Iss. 1. 2019. DOI 10.1088/1757-899X/534/1/012023
3. Вольская, Н.С. Элементы методики прогнозирования эффективности движения колеса с помощью имитационного моделирования его внешней механики / Н.С. Вольская, И.В. Басманов, Я.Ю. Левенков, Г.Ю. Ястребов // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2021. № 4(135). С. 81-89. DOI 10.46960/1816-210X\_2021\_4\_81. – EDN SWCCSP.
4. Вольская, Н. С. Динамический метод оценки напряженно-деформированного состояния полупространства «грунт» в контактных задачах «шина-грунт» / Н.С. Вольская, И.В. Басманов // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2022. № 1(136). С. 86-96. – DOI 10.46960/1816-210X\_2022\_1\_86. – EDN DTGGNI.
5. Smith, W.C. Modeling of Wheel-Soil Interaction for Small Ground Vehicles Operating on Granular Soil // A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in The University of Michigan, 2014. P. 148.



6. **Wong, Jo-Yung.** Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses part I / Jo-Yung Wong, A.R. Reece // Performance of driven rigid wheels, Journal of Terramechanics, Volume 4, Issue 1, 1967, Pages 81-98.
7. **Ojeda, L.** Terrain trafficability characterization with a mobile robot, SPIE / L. Ojeda, J. Borenstein, G. Witus // Proceedings Vol. 5804: Unmanned Ground Vehicle Technology VII, (27 May 2005).
8. **Zhou, L.** Numerical simulation and testing verification of the interaction between track and sandy ground based on discrete element method / L. Zhou, J. Gao, Ch. Hu, Q. Li // Journal of Terramechanics, Vol. 95, 2021. P. 73-88, <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2021.03.002>.
9. **Oida, A.,** Effect of Tire Lug Cross Section on Tire Performance Simulated by Distinct Element Method (Application of DEM to Simulate Interaction between Soil and Tire Lug) / A. Oida, S. Ohkubo, H. Schwanghart // Proceedings of 13th International Conference of ISTVS, 1999. pp. 345-352.
10. **Briend, R.** Modelling wheel-soil interactions using the discrete element method for tread shape optimization. Montreal: McGill University, 2010.
11. **Dai, F.** Simulative Calibration on Contact Parameters of Discrete Elements for Covering Soil on Whole Plastic Film Mulching on Double Ridges / F. Dai, X.F. Song, W.Y. Zhao, F.W. Zhang // Trans. Chin. Soc. Agric. 2019. Mach. 50 (2), 50-56. <https://doi.org/10.6041/j.issn.1000-1298.2019.02.006>
12. **Yonghao, Du.** Numerical analysis on tractive performance of off-road wheel steering on sand using discrete element method / D. Yonghao, G. Jingwei, J. Lehua, Z. Yuanchao // Journal of Terramechanics, Vol. 1, 2017, P. 25-43, <https://doi.org/10.1016/j.jterra.2017.02.001>
13. **Lommen, S.** DEM speedup: Stiffness effects on behavior of bulk material / S. Lommen, D. Schott, G. Lodewijks, // Particuology, Vol. 12. 2014. P. 107-112, <https://doi.org/10.1016/j.partic.2013.03.006>
14. **Abdeli, M.** Discrete element method modelling of sand cutting (19) / M. Abdeli, SA, Miedema, van Rhee C, Schott DL, Grima M.A. In Dobson J, editor // Proceedings of the 19th world dredging congress. Beijing, China: Chida. 2010. P. 616-635.
15. **Xiuhan, Ch.** Porosity calculation in discrete element modeling of sand cutting process / Ch. Xiuhan, M. Sape // Proceedings WODCON XX – Congress and Exhibition: The Art of Dredging. 2013.
16. **Агейкин, Я.С.** Проходимость автомобилей / Я.С. Агейкин. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.
17. **Белоусов, В.Н.** Прикладная механика наземных тягово-транспортных средств с мехатронными системами: монография / В.Н. Белоусов, С.Б. Шухман. – М.: Агроконсалт, 2013. – 612 с.
18. Полотно пути транспортно-технологических машин: учебник [под ред. В.В. Белякова, А.А. Куркина]. – Нижний Новгород, Изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2014. – 447 с.
19. **Ларин, В.В.** Теория движения полноприводных колесных машин: учебник / В.В. Ларин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 391 с.
20. **Беккер, М.Г.** Введение в теорию систем местность-машина / М.Г. Беккер. – М.: Машиностроение. 1973. – 520 с.
21. **Зеленин, А.Н.** Лабораторный практикум по резанию грунтов: учебное пособие / А.Н. Зеленин и др. – М., Высшая школа, 1969. – 310 с.
22. **Вольская, Н.С.** Моделирование взаимодействия жесткого колеса с грунтом на основе метода дискретных элементов / Н.С. Вольская, И.В. Басманов // Сборник научных статей по итогам работы Международного научного форума «Наука и инновации – Современные концепции». Т. 1. – М.: Инфинити, 2023. – 159 с.

*Дата поступления  
в редакцию: 05.09.2023*

*Дата принятия  
к публикации: 17.01.2024*