

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И ТРАНСПОРТ: ТЕОРИЯ, ТЕХНОЛОГИИ, ПРОИЗВОДСТВО

УДК 629.016

EDN: MOGMFK

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ ТРАНСМИССИИ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

**Н.В. Бузунов**ORCID: 0000-0003-0368-4199 e-mail: [buzunovnv@bmstu.ru](mailto:buzunovnv@bmstu.ru)Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Москва, Россия**Р.Д. Пирожков**ORCID: 0000-0002-1666-777X e-mail: [pirozhkov@bmstu.ru](mailto:pirozhkov@bmstu.ru)Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Москва, Россия

Представлена математическая имитационная модель гидравлического привода для реализации вычислительных экспериментов в режиме реального времени. Описан подход к учету КПД гидромашин и гидропривода в целом, обеспечивающий устойчивость работы имитационной модели в переходных режимах. Показано, что разработанная модель позволяет получить качественное совпадение характеристик имитационной модели и объекта моделирования. Продемонстрирована относительная простота модели, позволяющая проводить расчеты в том случае, когда нет возможности получить точные данные о параметрах моделируемых гидромашин.

**Ключевые слова:** гидравлический привод, аксиально-поршневый гидропривод, имитационное моделирование, модель гидростатической трансмиссии.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Бузунов, Н.В. Имитационная модель гидростатической трансмиссии в режиме реального времени / Н.В. Бузунов, Р.Д. Пирожков // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2024. № 3. С. 62-71. EDN: MOGMFK

## REAL-TIME SIMULATION MODEL OF HYDROSTATIC TRANSMISSION

**N.V. Buzunov**ORCID: 0000-0003-0368-4199 e-mail: [buzunovnv@bmstu.ru](mailto:buzunovnv@bmstu.ru)Bauman Moscow State Technical University  
Moscow, Russia**R.D. Pirozhkov**ORCID: 0000-0002-1666-777X e-mail: [pirozhkov@bmstu.ru](mailto:pirozhkov@bmstu.ru)Bauman Moscow State Technical University  
Moscow, Russia

**Abstract.** The article presents a real-time mathematical simulation model of a hydraulic drive. An approach to taking into account the efficiency of hydraulic machines and hydraulic drives as a whole is described, ensuring the stability of the simulation model in transient modes. It is shown that the developed model allows obtaining a high-quality match between the characteristics of the simulation model and the modeling object. The relative simplicity of the model is demonstrated, allowing calculations to be carried out even in cases where it is not possible to obtain accurate data on the parameters of the simulated hydraulic machines.

**Key words:** hydraulic drive, axial piston hydraulic drive, simulation modeling, hydrostatic transmission model.

**FOR CITATION:** N.V. Buzunov, R.D. Pirozhkov. Real-time simulation model of hydrostatic transmission. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2024. № 3. Pp. 62-71. EDN: MOGMFK

## Введение

В настоящее время неотъемлемой частью разработки новых транспортных средств и сопутствующих научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ является применение имитационных моделей. Оно позволяет рассмотреть широкий спектр эксплуатационных режимов проектируемой машины и сделать вывод о правильности подбора применяемых компонентов, эксплуатационных качествах машины, эффективности ее применения в тех или иных ситуациях. Отдельно можно рассмотреть имитационные модели реального времени, дающие возможность вычислительных экспериментов с привлечением операторов проектируемых машин с целью получения обратной связи. Также они позволяют проводить компонентное тестирование физических модулей управления системами машины во взаимодействии с имитационной моделью.

Одним из основных требований к разрабатываемой модели гидростатического привода является обеспечение ее работы в режиме реального времени. Выполнение данного требования обуславливается совокупными возможностями модели:

- использования наиболее эффективные с точки зрения временных затрат решатели;
- увеличения временного шага расчета модели без значительных потерь в точности.

Практика показывает, что дискретные решатели с фиксированным временным шагом обладают наибольшей скоростью расчета, но при этом не всегда могут обеспечить устойчивую работу модели. Указанная «неустойчивость» заключается в широком диапазоне изменения рабочих параметров модели между временными шагами. Такое поведение наблюдается в переходных режимах, а также при наличии в модели отдельных элементов высокой «жесткости». Под элементами высокой «жесткости» понимаются элементы, имеющие на несколько порядков больше изменение выходных параметров относительно незначительного изменения входных параметров. Для использования модели в режиме реального времени желательно обеспечить ее устойчивую работу при использовании наиболее простых и быстрых методов решения, таких как метод Эйлера или методы Рунге-Кутты.

### 1. Теоретические зависимости, используемые в математической модели гидростатического привода

Типичная схема регулируемого гидростатического привода с аксиально-поршневыми гидромашинами представлена на рис. 1. Подобный гидропривод находит широкое применение в транспортном машиностроении при необходимости получить бесступенчатую передачу или в силу компоновочных соображений [1, 2]. На рис. 2 представлены примеры образцов техники, в которых может применяться гидростатический привод.

В рассматриваемой модели гидростатического привода гидролинии высокого давления и подпитки представляются в виде замкнутых емкостей постоянного объема. Изменение давления в линиях происходит за счет сжимаемости гидравлической жидкости, согласно уравнению (1):

$$p = \frac{E_{\text{ж}}}{V_{\text{ж}}} \int L_{\text{сж}} dt, \quad (1)$$

где  $p$  – давление в линии;  $E_{\text{ж}}$  – приведенный объемный модуль упругости рабочей жидкости;  $V_{\text{ж}}$  – объем гидролинии с учетом частей рабочих объемов гидронасоса и гидромотора, связанных с данной линией;  $L_{\text{сж}}$  – объем жидкости, поступивший в гидролинию.

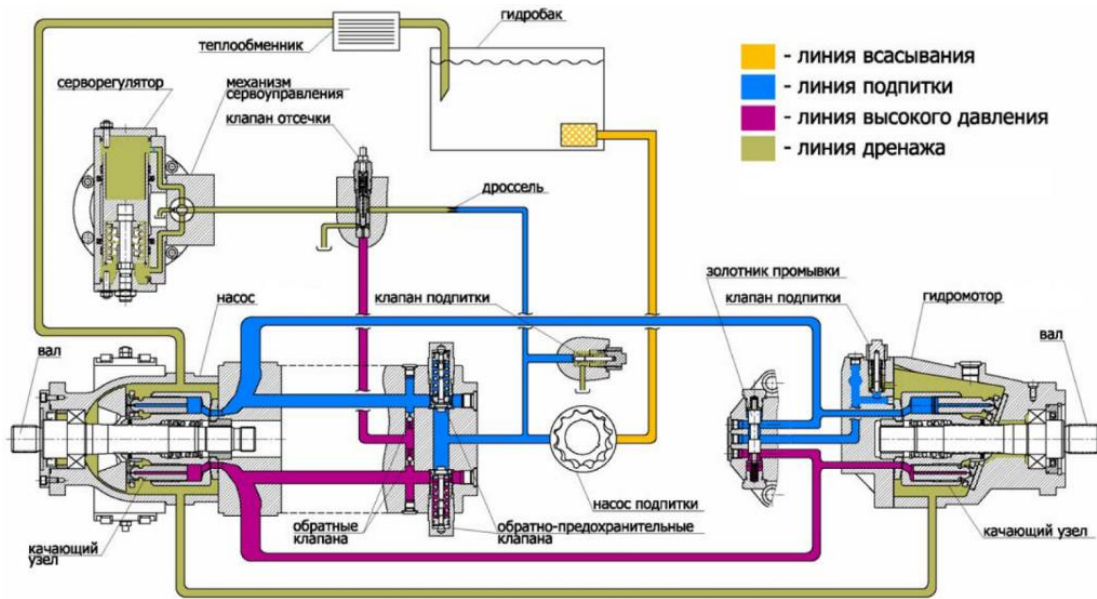


Рис. 1. Схема аксиально-поршневого гидропривода

Fig. 1. Machines that use hydrostatic drive



Рис. 2. Машины, в которых применяется гидростатический привод

Fig. 2. Axial piston hydraulic drive diagram

С целью определения объема жидкости, поступившей в гидролинию высокого давления и подпитки, можно записать следующие уравнения расходов (2):

$$q_H n_H e_H - q_M n_M - Q_{кл_1} + Q_{подк_1} - Q_{ут_н} - Q_{ут_м} - Q_{ут_вн_1} = \frac{V_{ж_1}}{E_{ж}} \frac{dp_1}{dt}$$

для линии высокого давления,

$$-q_H n_H e_H + q_M n_M - Q_{кл_2} + Q_{подк_2} + Q_{ут_н} + Q_{ут_м} - Q_{ут_вн_2} = \frac{V_{ж_2}}{E_{ж}} \frac{dp_2}{dt} \quad (2)$$

для линии подпитки,

где:  $q_H$  – максимальный рабочий объем гидронасоса;

$q_M$  – рабочий объем гидромотора;

$n_H, n_M$  – частота вращения вала гидронасоса и гидромотора соответственно;

$e_H$  – параметр регулирования гидронасоса, может изменяться в пределах [-1;1];

$Q_{кл_1}, Q_{кл_2}$  – расходы через сливные клапана в линии высокого давления и линии подпитки соответственно;

$Q_{подк_1}, Q_{подк_2}$  – расходы через клапана подпитки гидролиний;

$Q_{ут_н}, Q_{ут_м}$  – внутренние утечки жидкости в гидронасосе и гидромоторе соответственно;

$Q_{ут_вн_1}, Q_{ут_вн_2}$  – внешние утечки жидкости в линии высокого давления и в линии подпитки соответственно;

$p_1, p_2$  – давление в линии высокого давления и в линии подпитки соответственно.

Знаки в уравнениях перед расходами  $q_H n_H e_H$  и  $q_M n_M$  не зависят от знака перепада давления ( $p_1 - p_2$ ) и записаны для направления вращения валов гидромашин, принятых за положительное.

Внутренние утечки жидкости в гидромашинах определяются по формуле (3) [3, 4]:

$$Q_{ут} = k_{ут.внутр}(p_1 - p_2) \quad (3)$$

где:  $k_{ут.внутр}$  – коэффициент внутренних утечек гидромашин.

Внешние утечки жидкости в гидромашинах определяются по формуле (4) [3, 4]:

$$Q_{ут\ вн_i} = k_{ут.внеш} i p_i \quad (4)$$

где:  $k_{ут.внеш\ i}$  – коэффициент внешних утечек для гидролинии.

Расходы  $Q_{кл_1}, Q_{кл_2}$  и  $Q_{подк_1}, Q_{подк_2}$  определяются согласно зависимостям (5)(5), (6):

$$\begin{cases} Q_{кл\ i} = Q_{кл\ max}, & \text{если } p_i > p_{max}, \\ Q_{кл\ i} = 0, & \text{если } p_i \leq p_{max}, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} Q_{подк\ i} = Q_{подк\ max}, & \text{если } p_i < p_{min}, \\ Q_{подк\ i} = 0, & \text{если } p_i \geq p_{min}, \end{cases} \quad (6)$$

где:  $Q_{кл\ max}$  – константа, определяющая расход через дискретный сливной клапан;

$p_{max}$  – максимальное допустимое давление в гидролинии;

$Q_{подк\ max}$  – константа, определяющая расход через дискретный клапан подкачки;

$p_{min}$  – давление подкачки.

Переход от разности давлений в гидролиниях к теоретическому крутящему моменту, реализуемому на гидронасосе и гидромоторе, происходит по следующим зависимостям (7) [5]:

$$\begin{aligned} T_H &= 0,159(p_2 - p_1)q_H e_H, \\ T_M &= 0,159(p_1 - p_2)q_M, \end{aligned} \quad (7)$$

Для определения крутящего момента механических потерь, можно использовать предложенную зависимость (8)(8):

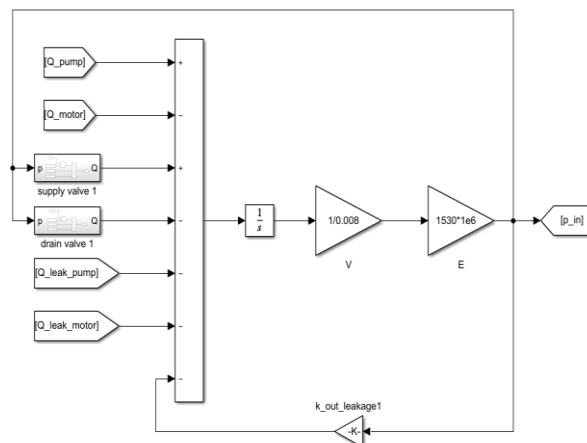
$$T_{\text{пот}} = -\text{sign}(\omega) \cdot T_{\text{тр}} \left( \left( 1 - e^{-\frac{1}{S_1}|\omega|} \right) + S_2|\omega| \right), \quad (8)$$

где:  $\omega$  – угловая скорость вращения вала гидромашины;  
 $T_{\text{тр}}$  – момент сопротивления в момент страгивания вала гидромашины;  
 $S_1, S_2$  – положительные константы, определяющие вид кривой момента сопротивления.

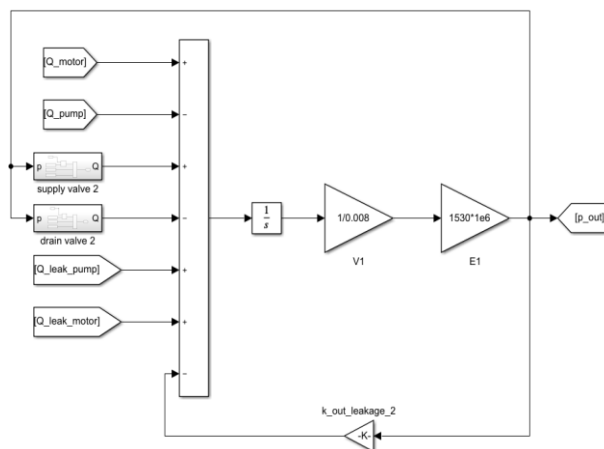
Фактический момент на валу гидромашины равен сумме теоретического момента и момента механических потерь.

## 2. Описание математической имитационной модели гидростатического привода

Имитационная математическая модель гидростатического привода была реализована в программном комплексе «MATLAB». На рис. 3 представлена реализация уравнений (2) с учетом уравнений (4), (5) и (6) в среде *Simulink*.



для линии высокого давления

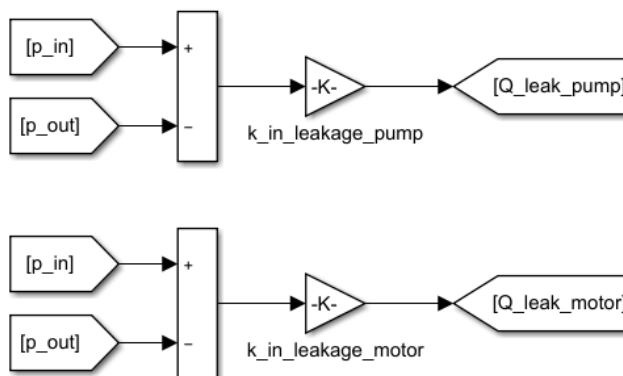


для линии подпитки

Рис. 3. Реализация уравнений расхода для линии высокого давления и линии подпитки

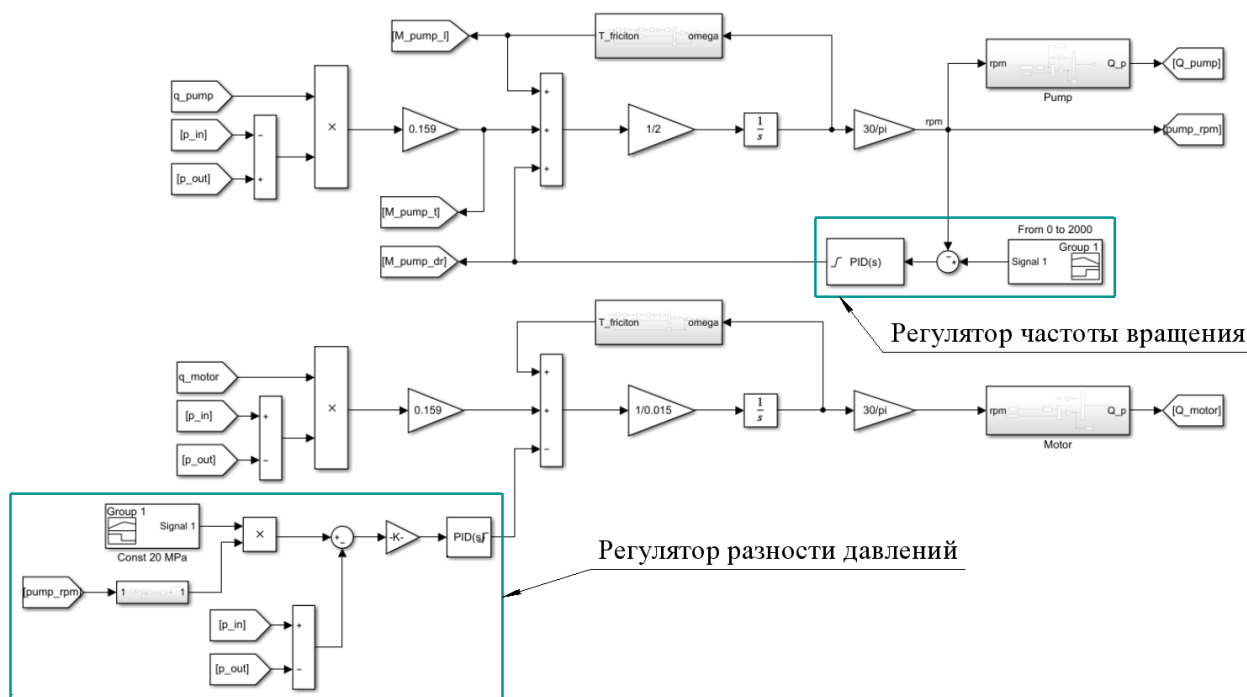
Fig. 3. Implementation of flow equations for high pressure line and makeup line

На рис. 4 представлена реализация уравнения (3) для гидронасоса и гидромотора в среде *Simulink*.



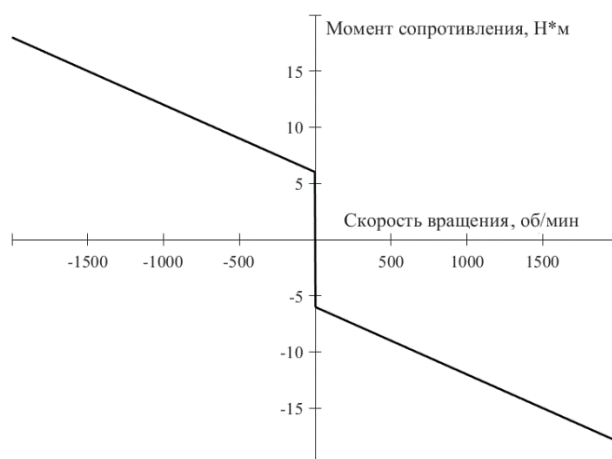
**Рис. 4. Реализация уравнений внутренних утечек**  
**Fig. 4. Implementation of internal leakage equations**

Для гидромашин реализуется уравнение динамики вращательного движения (рис. 5). С целью проведения вычислительных экспериментов закладывается возможность управления разностью давлений в гидролиниях за счет регулятора момента сопротивления вращению на валу гидромотора. Также закладывается регулятор частоты вращения вала гидронасоса.



**Рис. 5. Реализация уравнений динамики гидромашин**  
**Fig. 5. Implementation of equations of hydraulic machine dynamics**

На рис. 6 представлена реализация уравнения (8) в среде *Simulink*.



**Рис. 6. Зависимость момента механических потерь гидромашинны от скорости вращения приводного вала**

**Fig. 6. Dependence of the moment of mechanical losses of a hydraulic machine on the speed of rotation of the drive shaft**

### 3. Вычислительные эксперименты

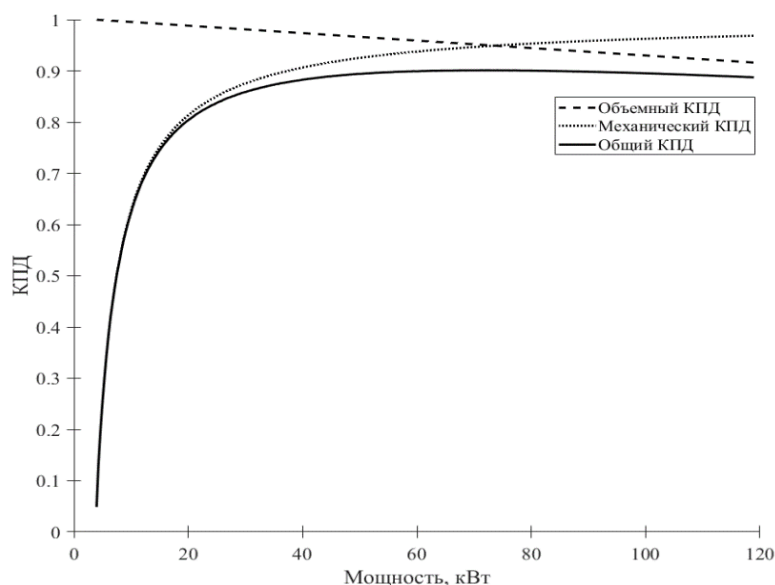
Вычислительные эксперименты проводятся с целью определения объемного, механического и общего КПД гидронасоса в составе привода из двух идентичных по рабочим параметрам гидромашин. Также проводятся вычислительные эксперименты с использованием разных решателей и временных шагов для сравнения результатов моделирования при идентичных начальных условиях. При проведении вычислительных экспериментов по определению КПД использовался решатель «ode3» с фиксированным временным шагом 0,0001 с, продолжительность каждого вычислительного эксперимента 60 с. Рабочие параметры гидропривода, используемые при проведении вычислительных экспериментов, представлены в табл. 1.

*Таблица 1.*  
**Характеристики гидропривода**  
*Table 1.*  
**Hydraulic drive characteristics**

Максимальное давление в гидролиниях, $p_{\max}$ , МПа	40
Минимальное давление в гидролиниях, $p_{\min}$ , МПа	2,5
Рабочий объем гидромашин, см <sup>3</sup>	100
Объем гидролинии высокого давления, $V_{ж1}$ , л	8
Объем гидролинии подпитки, $V_{ж2}$ , л	8
Приведенный объемный модуль упругости гидравлической жидкости, $E_{ж}$ , МПа	1000
Номинальная частота вращения гидронасоса, об/мин	2000

### Коэффициенты полезного действия гидронасоса в зависимости от приводной мощности

В первом эксперименте определяется зависимость объемного, механического и полного КПД гидронасоса от мощности на приводном валу. Определение указанной зависимости происходит при постоянной номинальной скорости вращения гидронасоса и переменном перепаде давлений в гидролиниях, меняющемся от минимального до максимального (табл. 1). Полученная в результате вычислительного эксперимента зависимость представлена на рис. 7.

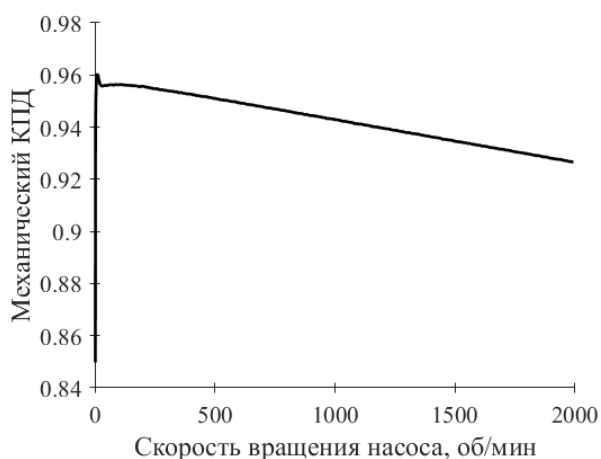


**Рис. 7. Зависимость КПД гидронасоса от приводной мощности**

**Fig. 7. Dependence of the efficiency of a hydraulic pump on the drive power**

**Механический коэффициент полезного действия в зависимости от скорости вращения приводного вала**

Во втором вычислительном эксперименте определяется зависимость механических потерь в гидронасосе от частоты вращения приводного вала. Перепад давлений при этом поддерживается постоянным, равным 20 МПа. Полученная в результате вычислительного эксперимента зависимость представлена на рис. 8.



**Рис. 8. Зависимость механического КПД гидронасоса от скорости вращения приводного вала**

**Fig. 8. Dependence of the mechanical efficiency of a hydraulic pump on the rotation speed of the drive shaft**

**Сравнение различных решателей и временных шагов**

В проводимом эксперименте моделируется работа гидропривода при нагружении вала гидромотора крутящим моментом согласно зависимости от времени (рис. 9).

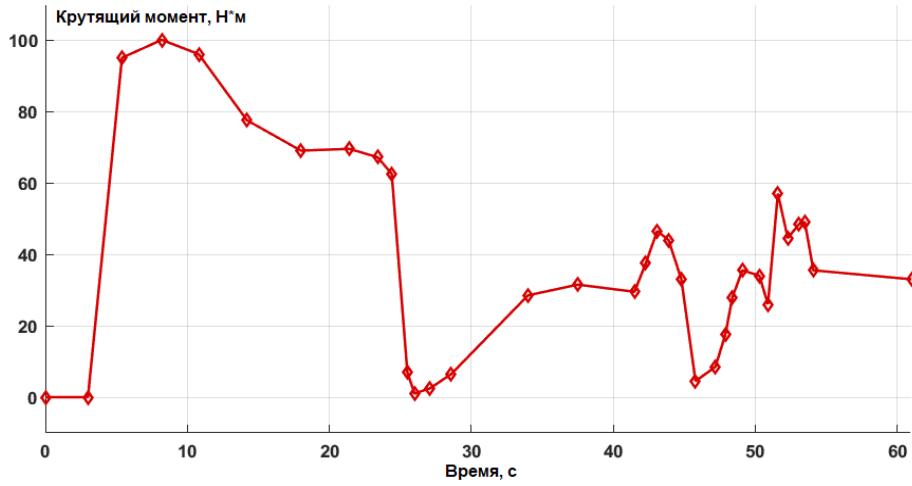


Рис. 9. Зависимость крутящего момента на валу гидромотора от времени

Fig. 9. Dependence of torque on the hydraulic motor shaft on time

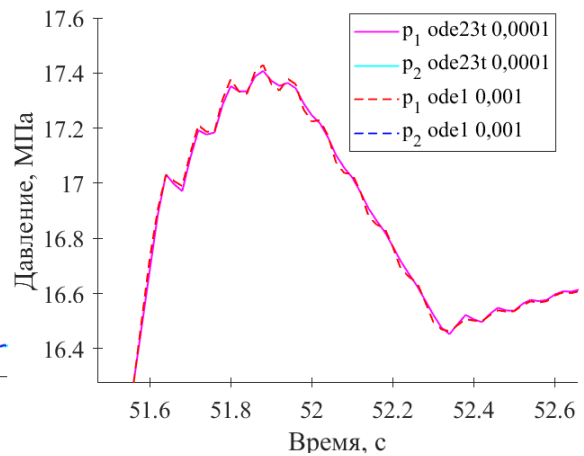
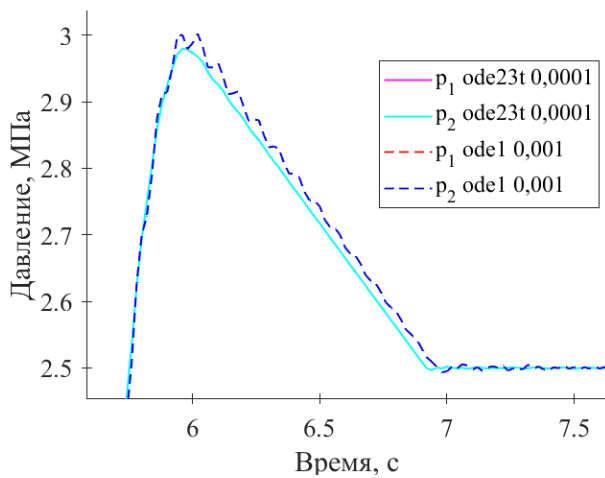
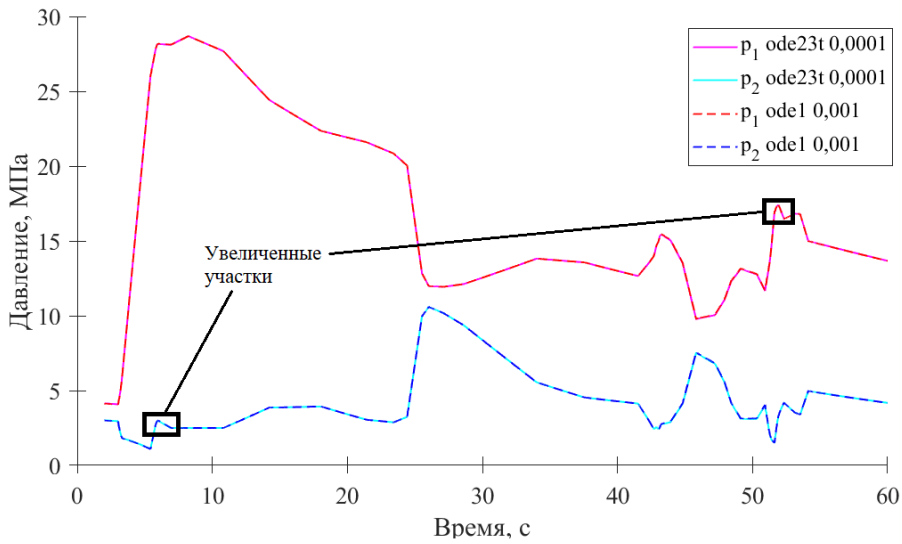


Рис. 10. Зависимость давлений в гидролиниях от времени

Fig. 10. Dependence of pressures in hydraulic lines on time

В проводимых вычислительных экспериментах оцениваются давления в гидролинии высокого давления и подпитки. Проводятся два вычислительных эксперимента. В первом эксперименте используется решатель с переменным временным шагом «ode23t» с настройкой максимального временного шага не более 0,0001 с. Во втором вычислительном эксперименте используется решение методом Эйлера (решатель «ode1») с фиксированным временным шагом 0,001 с. Было установлено, что на используемой имитационной модели при укрупнении шага и использовании метода Эйлера решение начинает расходиться. Результаты моделирования представлены на рис. 10.

На основе анализа результатов моделирования можно заключить, что использование наиболее простого метода решения и укрупнение временного шага не сказывается на точности решения при имитационном моделировании, что позволяет использовать предложенную модель в режиме реального времени с минимальными вычислительными ошибками.

### Заключение

Приведена математическая имитационная модель гидравлического привода, подходящая для реализации вычислительных экспериментов в режиме реального времени. Описан подход к учету КПД гидромашин и гидропривода в целом, обеспечивающий устойчивость работы имитационной модели в переходных режимах.

В результате проведения вычислительных экспериментов показано, что разработанная модель позволяет получить качественное совпадение характеристик имитационной модели и объекта моделирования [5]. Продемонстрирована относительная простота модели, позволяющая проводить расчеты в том случае, когда нет возможности получить точные параметры моделируемых гидромашин.

Важной особенностью полученной имитационной модели является то, что в ней не учитываются кавитационные эффекты и неполное заполнение рабочих полостей гидромашин, которое может возникать на высоких оборотах за пределами номинальных режимов работы.

### Библиографический список

1. **Николенко, И.В.** Математическое моделирование рабочего процесса в гидроприводе на основе регулируемых аксиально-поршневых гидромашин / И.В. Николенко, А.Н. Рыжаков // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2015. № 9. С. 17-31.
2. **Kozhukhova, A.V.** Process equipment pump-controlled hydraulic drive: improving energy efficiency. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2019. Vol. 643.
3. **Sun, H.** Robust Inverse Dynamics Control for a Hydrostatic Transmission with Actuator Uncertainties / H. Sun, H. Ashemann // 6-th IFAC Symposium on Mechatronic Systems. 2013. Pp. 116-124.
4. **Jelali, M.** Hydraulic Servo-systems: Modelling, Identification and Control / M. Jelali, A. Kroll. – London: Springer-Verlag, 2003. – 355 p.
5. **Башта, Т.М.** Машиностроительная гидравлика / Т.М. Башта. – М.: Машиностроение, 1971. – 672 с.

*Дата поступления  
в редакцию: 30.01.2024*

*Дата принятия  
к публикации: 10.07.2024*