

УДК 519.6

EDN RNPALO

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ИНТЕРЕСАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВНЕШНЕЙ АЭРОДИНАМИКИ

А.В. Саразов

ORCID: 0000-0002-1143-8978 e-mail: alex_sar@bk.ru

Российский федеральный ядерный центр –

Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики
Саров, РоссияНижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
Нижний Новгород, Россия**А.С. Козелков**

ORCID: 0000-0003-3247-0835 e-mail: ASKozelkov@mail.ru

Российский федеральный ядерный центр –

Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики
Саров, РоссияНижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
Нижний Новгород, Россия**А.В. Корнев**

ORCID: 0000-0002-4056-8448 e-mail: avkorn@okb.sukhoi.org

ПАО «Объединенная авиастроительная корпорация»

Москва, Россия

Исследуются вопросы применения математического моделирования в авиационной промышленности. Современные методы расчета позволяют перейти от моделирования отдельных элементов конструкции планера к полномасштабному моделированию сложных режимов эксплуатации реального самолета. Совокупность методов и модулей расчета формируют комплексную математическую модель, которая является цифровым двойником летательного аппарата (ЛА). Применение данной концепции дает возможность на новом качественном уровне проанализировать работу ключевых систем и механизмов для интересующих сценариев функционирования самолета без привлечения дорогостоящих натуральных экспериментов. Главный акцент делается на применении комплексной математической модели – концепции цифрового двойника для определения аэродинамических характеристик современного маневренного самолета при выполнении фигур высшего пилотажа. Ключевыми элементами являются методики расчета аэродинамических характеристик ЛА на деформируемых сетках и сетках с перекрытиями. На примере решения задач выхода из фигуры «Петля» и выполнения фигуры «Кобра» показаны изменения ключевых характеристик самолета вследствие функционирования аэродинамических поверхностей и деформации планера. Полученные результаты показывают применимость предложенной концепции «виртуальный самолет» для широкого круга задач авиационной промышленности.

Ключевые слова: пакет программ «Логос»; система уравнений Навье-Стокса; математическое моделирование; летательный аппарат; виртуальный самолет; цифровой двойник; дискретная модель; аэродинамические характеристики; сетки с перекрытиями; деформируемые сетки.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Саразов, А.В. Применение комплексной математической модели летательного аппарата в интересах решения задач внешней аэродинамики / А.В. Саразов, А.С. Козелков, А.В. Корнев // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2026. № 2. С. 17-29. EDN: RNPALO

APPLICATION OF AIRCRAFT COMPREHENSIVE MATHEMATICAL MODEL TO ADDRESS EXTERNAL AERODYNAMICS PROBLEMS

A.V. Sarazov

ORCID: **0000-0002-1143-8978** e-mail: **alex_sar@bk.ru**

Russian Federal Nuclear Center – The All-Russian Research Institute of Experimental Physics
Sarov, Russia

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alekseev
Nizhny Novgorod, Russia

A.S. Kozelkov

ORCID: **0000-0003-3247-0835** e-mail: **ASKozelkov@mail.ru**

Russian Federal Nuclear Center – The All-Russian Research Institute of Experimental Physics
Sarov, Russia

Nizhny Novgorod state technical university n.a. R.E. Alekseev
Nizhny Novgorod, Russia

A.V. Kornev

ORCID: **0000-0002-4056-8448** e-mail: **avkorn@okb.sukhoi.org**

Public Joint Stock Company «United Aircraft Corporation»
Moscow, Russia

Abstract. The article examines the application of mathematical modeling in the aircraft industry. Modern calculation methods make it possible to move from simulation of individual elements of the plane's structure to full-scale simulation of complex operating modes of a real aircraft. The combination of calculation methods and modules forms a comprehensive mathematical model which is a digital twin of an aircraft. The application of this concept allows to analyze the operation of key systems and mechanisms for aircraft operating scenarios at a new qualitative level without the use of expensive full-scale experiments. The main focus in the article is on the application of a comprehensive mathematical model – a digital twin to determine the aerodynamic characteristics of a modern maneuverable aircraft when performing aerobatics. The key elements are the methods for calculating the aerodynamic characteristics of aircraft on deformable grids and grids with overlaps. Changes in the key aircraft characteristics due to the operation of aerodynamic surfaces and airframe deformation are shown on the example of solving the problems of exiting a loop maneuver and performing the Cobra maneuver. The results demonstrate the applicability of the proposed «virtual aircraft» concept for a wide range of tasks in aircraft industry.

Key words: Logos software package; Navier-Stokes equations; mathematical modeling; aircraft; virtual aircraft; digital twin; discrete model; aerodynamic characteristics; grids with overlaps; deformable grids.

FOR CITATION: A.V. Sarazov, A.S. Kozelkov and A.V. Kornev. Application of aircraft comprehensive mathematical model to address external aerodynamics problems. Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev. 2026. № 2. Pp. 17-29. EDN: RNPALO

Введение

Математическое моделирование с успехом используется в различных отраслях промышленности. Применительно к авиастроению главной целью создания и совершенствования методов моделирования различных режимов эксплуатации техники является корректное отражение явлений и процессов, возникающих в реальной работе летательного аппарата (ЛА). В настоящее время в авиационной технике математическое моделирование успешно применяется [1] для создания комплексной математической модели ЛА, т.е. *цифрового двойника самолета*. В дальнейшем под понятием «виртуальный самолет» (ВС) понимается совокупность математических моделей, взаимодействующих между собой для максимально подробного описания штатной или аварийной ситуации. Разработка ВС представляет собой эволюционный процесс, в котором происходит постепенное усложнение как исследуемых конструкций, так и физических постановок задач вплоть до всеобъемлющего моделирования полета самолета.

Требования, предъявляемые к концепции цифрового двойника, влияют на развитие методов вычислительной аэродинамики. Поэтому необходимо совершенствование численных методов, которые позволяли бы включить в рассмотрение смежные области и специфические особенности режимов эксплуатации.

Максимально точные результаты моделирования позволяют лучше понять физические аспекты явлений, возникающих при эксплуатации ЛА, что дает возможность учесть полученный опыт и знания при проектировании перспективных образцов техники. Поэтому в настоящее время растет потребность в решении задач, связанных с движением отдельных узлов и механизмов ЛА в процессе полета. Изменение формы и положения отдельных элементов конструкции, как правило, связано с переходными процессами, возникающими при маневрировании самолета. Это, в свою очередь, влияет на выбор методов математического моделирования. Описание ЛА цифровым двойником зависит не только от выбора того или иного метода моделирования, но и от дискретного представления объекта исследования. Промышленно-ориентированные задачи характеризуются должной степенью подробности дискретных моделей, что требует использования в численном эксперименте вычислительных машин с высоким уровнем параллелизма. По этой причине методы и алгоритмы моделирования должны отличаться вычислительной эффективностью.

В настоящей работе представлены математические методы и модели, примененные для создания комплексной математической модели современного маневренного ЛА. Приводятся дискретные модели и результаты моделирования нескольких реальных режимов эксплуатации современного маневренного самолета.

1. Математические методы и модели

1.1. Основные уравнения

Ключевым элементом виртуального самолета является набор физико-математических моделей и методов. В задачах численной газовой динамики для описания течения вязкого турбулентного газа применяется система уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, которая имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla(\tau_\mu + \tau_t) \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u} H) = \nabla[\vec{u}(\tau_\mu + \tau_t) - (\vec{q}_\mu + \vec{q}_t)] \end{cases}, \quad (1)$$

где знаки осреднения опущены и применяются общепринятые обозначения физических величин, такие как: t – время, ρ – плотность газа, $\vec{u} = \{u, v, w\}$ – вектор скорости, p и T – статические давление и температура соответственно, E и H – полные энергия и энтальпия соответственно, τ_μ и τ_t – молекулярная и турбулентная составляющие тензора касательных напряжений соответственно, q_μ и q_t – молекулярная и турбулентная составляющие плотности теплового потока соответственно.

В разработанной концепции ВС в качестве среды функционирования рассматривается газ близкий по характеристикам к обычному воздуху. Данное обстоятельство позволяет рассматривать данную среду как ньютоновскую жидкость, для которой напряжение сдвига пропорционально скорости сдвига. Связь между плотностью теплового потока и градиентом температуры в изотропных материалах определяется на основе закона Фурье [2]. В общем случае система уравнений Навье-Стокса является системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, что требует начальных и граничных условий для корректной постановки задачи [3]. Система уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, содержит члены, представляющие собой некую корреляцию между флуктуацией и средней скоростью потока, которая в общем случае неизвестна. Для решения данной задачи применяются различ-

ные модели турбулентности, замыкающие систему уравнений Навье-Стокса. Также существуют модели турбулентности, позволяющие моделировать лишь малые турбулентные вихри, когда большие рассчитываются непосредственно из уравнений Навье-Стокса [4, 5].

Дискретизация основных уравнений на основе метода конечных объемов

К настоящему времени решение уравнений Навье-Стокса в общем виде отсутствует, в связи с чем в качестве подходов к решению задач тепломассопереноса в инженерной практике применяются различные численные методы. Исторически первым был метод конечных разностей [6], который ввиду простоты мог применяться лишь на задачах с простыми геометрическими моделями. Дальнейшие исследования в части построения устойчивых схем расчета привели появлению методов конечных элементов [7]. Однако сложность реализации ряда граничных условий, а также повышенная численная сложность и требования к аппаратным ресурсам привели к тому, что в инженерных пакетах программ для моделирования тепломассопереноса чаще применяется метод конечных объемов [8]. Применительно к задачам авиационной промышленности базой метода конечных объемов является интегральная формулировка уравнений Навье-Стокса, что обеспечивает консервативность физических величин. Это означает гарантии неизменности массы, импульса и энергии, что критически важно для моделирования процессов, характеризующихся наличием ударных волн.

Основная идея метода конечных объемов состоит в дискретизации пространства, окружающего объект исследования. Это подразумевает генерацию расчетной сетки, где ячейками могут быть в общем случае произвольные многогранники. Данное обстоятельство является достоинством метода, поскольку позволяет проводить геометрически сложные моделирования. Сравнительная простота, гибкость, а также консервативность сделали данный метод популярным среди разработчиков и исследователей. Поэтому он применяется в комплексной математической модели ЛА. Часть типовых сценариев эксплуатации авиационной техники подразумевает движение аэродинамических плоскостей ЛА, что требует отражения в математических моделях цифрового двойника. Поэтому методы численного моделирования включают в себя подходы для описания течения потока вблизи подвижных границ. Численное решение нестационарных задач с подвижными границами базируется на модификации исходной системы уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta V(t)} W dV + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{\Delta V(t)} W dV + \oint_{\Delta S(t)} (F - \vec{x}W - G) dS = \int_{\Delta V(t)} R dV, \quad (2)$$

где система уравнений вида (1) представлена в векторной форме с использованием общепринятых обозначений: W , F , G – вектора консервативных переменных, конвективных и диффузионных потоков соответственно, вектор R соответствует дополнительным источникам. Ниже приведены выражения ранее упомянутых векторов:

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho u_n \\ \rho u u_n + p n_x \\ \rho v u_n + p n_y \\ \rho w u_n + p n_z \\ \rho H u_n + p u_n \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{nx} \\ \tau_{ny} \\ \tau_{nz} \\ (\tau_\mu + \tau_t) u + q \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где u_n – нормальная скорость на грани, q – тепловой поток, τ_{ij} – тензор вязких напряжений, τ – псевдовремя, \vec{x} – скорость движения грани.

Движение грани формально нарушает порядок аппроксимации численных схем вида (2), (3), что потенциально может привести к снижению точности результатов моделирования. Поэтому на вектор скорости движения грани \vec{x} накладывается условие, связанное с сохранением консервативности в каждой ячейке расчетной сетки [9].

Численная схема расчета для задач с подвижными границами основывается на применении теоремы о среднем для приведенной выше системы уравнений. Тогда дискретный аналог уравнения (2) может быть представлен следующим образом:

$$\left(\frac{2V_P^{n+1}-V_P^n}{\Delta t} + \frac{V_P^{n+1}}{\Delta t}\right) \Delta W_P^{\gamma+1} + \sum_{f=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial W} - \vec{x} - \frac{\partial G}{\partial W}\right]_f^{\gamma} \Delta W_P^{\gamma+1} S_f - \frac{\partial R}{\partial W_P} \Delta W_P^{\gamma+1} V_P^{\gamma+1} = Res(W), \quad (4)$$

где правая часть выражения является невязкой уравнений баланса:

$$Res(W) = (2V_P^{n+1} - V_P^n) \frac{W_P^n - W_P^{\gamma}}{\Delta t} - \sum_{f=1}^N [F - G]_f^{\gamma} \Delta S_f + R_P^{\gamma} V_P^{n+1}, \quad (5)$$

где V_P^n, V_P^{n+1} – объем ячейки P на моменты времени t_n, t_{n+1} соответственно.

Критически важными элементами численной схемы вида (4), (5) являются методы расчета конвективных и диффузионных потоков через грань контрольного объема, поскольку корректное описание потоков напрямую влияет на точность получаемых результатов. Для расчета конвективных потоков в модели ВС применяются схемы Роу [10] и схема адвекции AUSMPW [11].

1.3. Подходы для изменения дискретной модели

Дополнительно к представленным численным схемам (4), (5) и методам расчета потоков в цифровом двойнике используются различные подходы к изменению расчетной сетки ввиду движения границ. Среди множества способов модификации дискретной модели следует выделить методики расчета на деформируемых сетках [12] и сетках с перекрытиями [13, 14].

Методики с применением алгоритмов деформирования сетки, или *морфинг*, в процессе расчета позволяют сохранить такие ключевые характеристики сетки, как количество узлов, граней, ячеек. Важным свойством подобных методов является сохранение отношения соседства ячеек через грань, узлов через ребро, что позволяет создавать эффективные методики расчета. Методы морфинга расчетной сетки должны отличаться сохранением качества деформированной дискретной модели, особенно в призматическом слое, по причине того, что течение в пограничном слое напрямую влияет на весь характер течения. Метод интерполяции обратными взвешенными расстояниями – *Inverse Distance Weighting (IDW)* – позволяет изменить положение узлов расчетной сетки, сохраняя ортогональность призматического слоя. для вычисления перемещений внутренних узлов расчетной сетки используется интерполяционная функция смещения граничных вершин [12]:

$$\vec{s}(\vec{r}) = \frac{\sum w_j(\vec{r}) \vec{s}_j}{\sum w_j(\vec{r})}, \quad (6)$$

$$w_j(\vec{r}) = \left\| \vec{r} - \vec{r}_{b_j} \right\|^p, p < 0. \quad (7)$$

Здесь $\vec{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор внутреннего узла сетки, \vec{r}_{b_j} – радиус-вектор узла b_j на подвижной границе, $w_j(\vec{r})$ – весовая функция, \vec{s}_j – перемещение узла с индексом j на границе, p – некоторая константа. Перемещение любого узла с координатами (x, y, z) определяется на основе перемещений всех узлов, принадлежащих к фиксированным и подвижным границам.

Применение описанной методики позволяет сохранить топологию сеточной (дискретной) модели, так как меняются лишь координаты узлов сетки. Это позволяет полностью сохранить отношение соседства через грань между ячейками, что дает возможность выполнять расчет, не меняя модель памяти вычислительного алгоритма. Представленное выше деформирование сетки имеет свои особенности, которые приходится учитывать в процессе решения реальных задач. В процессе изменения расчетной сетки неизбежна деградация качества ячеек. Поэтому в тех случаях, когда изменение расчетной сетки гарантированно приведет к вырождению ячеек, а, следовательно, и к снижению точности результатов, устойчивости численного расчета, следует применить технологию сеток с перекрытиями. Данный метод является разумным компромиссом между точностью моделирования и нагрузкой на вычислительные ресурсы. Совмещение отдельных сеток и обеспечение их взаимодействия является центральной задачей указанного метода. Расчет на перекрывающихся сетках лишен ограничений на движение отдельно взятых границ, тем самым позволяет свести к минимуму вероятность катастрофического ухудшения качества расчетной сетки.

Метод расчета на сетках с перекрытиями при подготовке задачи требует определения нового граничного условия, такого как интерфейс. Интерфейсы обеспечивают связь и функционирование отдельных сеток как единого целого. Правильное определение интерфейсов напрямую влияет на точность результатов моделирования. Расположение интерфейсов в пространстве является входной информацией для метода сопряжения расчетной сетки, который состоит из этапа определения множества ячеек пригодных для расчета и этапа генерации интерполяционного шаблона между независимыми расчетными сетками (рис. 1).

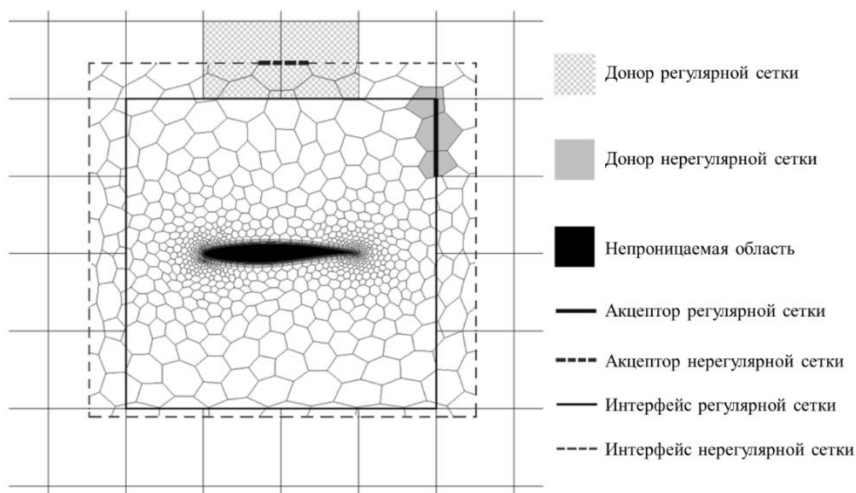


Рис. 1. Пример сетки с перекрытиями

Fig. 1. Example of a grid with overlaps

Качество получаемого решения, в первую очередь, зависит от свойств методов реконструкции данных на интерфейсах. С вычислительной точки зрения, подходы, гарантирующие консервативность реконструкции полей на интерфейсах, весьма дорогостоящие, и применение их для произвольных нерегулярных сеток затруднительно. Следует отметить, что в современных инженерных методиках, как правило, для повышения точности результатов моделирования используют алгоритмы интерполяции повышенного порядка [15].

Следовательно, для более полного описания процессов функционирования ЛА в полете модель ВС должна включать в себя описанные методики расчета на неструктурированных деформируемых сетках и сетках с перекрытиями с возможностью совместного использования. Данный подход к моделированию позволяет существенно расширить класс решаемых задач авиационной промышленности и сократить количество натурных экспериментов.

2. Цифровой двойник современного маневренного самолета

2.1. Дискретная модель цифрового двойника

В качестве объекта исследования выбрана модель маневренного ЛА [16] (рис. 2). В рамках исследования применимости виртуальной модели рассматривались два режима эксплуатации ЛА: выход из фигуры «Петля» и выполнение фигуры «Кобра». Выбранные сценарии определяет требуемый состав математических моделей для выполнения моделирования в 3D: геометрического, аэродинамического, газодинамического, кинематического, упруго-массового и 1D-моделирования: системы управления ЛА (органами и агрегатами, включая силовую установку с панелями воздухозаборников и соплами).

Для реализации цифрового двойника ЛА на основе исходных данных разработаны подробные и геометрические модели (рис. 3). Представлен общий вид расчетной сетки вблизи планера (рис. 3а, 3б), где каждый подвижный орган управления представлен отдельной дискретной моделью вместе с интерфейсными границами. Генерация неструктурированной рас-

четной сетки, состоящей из усеченных шестигранников, выполнена в препроцессоре ПП Логос [17, 18]. Для численных экспериментов построено 48 расчетных сеток, которые объединены в одну общую сетку с перекрытиями, состоящую из ~20 млн усеченных ячеек.

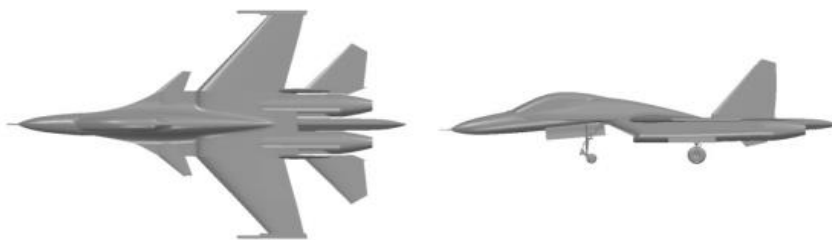


Рис. 2. Геометрическая модель современного маневренного самолета

Fig. 2. Modern maneuverable aircraft geometric model

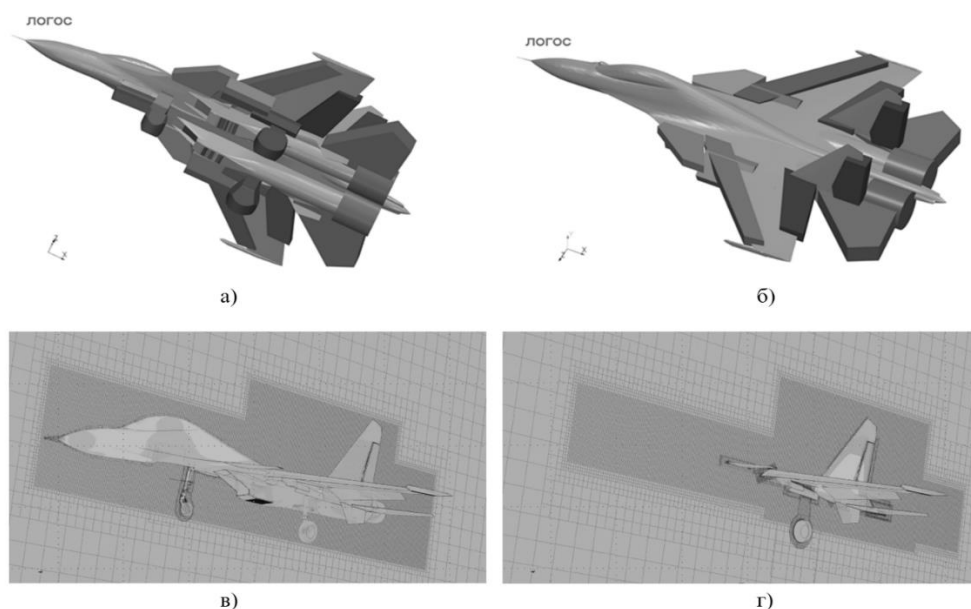


Рис. 3. Разработанная дискретная модель:

- а) вид снизу; б) вид сверху; в) сечение в плоскости симметрии;
г) сечение в плоскости симметрии левого шасси*

Fig. 3. The developed discrete model:

- a) bottom view; б) top view; в) section in the plane of symmetry;
г) section in the plane of symmetry of the left chassis*

Моделирование выбранных сценариев потребовало применения метода расчета на сетках с перекрытиями, а также метода расчета на деформируемых сетках. Все представленные результаты расчетов получены в ПП Логос [17].

2.2. Фигура пилотажа «Кобра»

Современные ЛА отличаются высокой маневренностью с возможностью осуществления фигур высшего пилотажа, характеризующихся сложной динамикой полета и точной координацией управления. Возможность выполнения таких фигур обусловлена не только опытом пилота, но и современными технологиями: высокоточными системами авионики, мощными двигателями, средствами прогноза и нивелирования ухудшения аэродинамического качества самолета. Фигура высшего пилотажа «Кобра» представляет собой кратковременный выход самолета на закритические углы атаки, совместно с резким снижением скорости полета

[19]. Ключевыми элементами управления являются цельноповоротное горизонтальное оперение (ЦПГО) и переднее горизонтальное оперение (ПГО), движение которых в начале маневра приводит к резкому увеличению угла тангажа, далее – к поддержанию пространственной ориентации ЛА и в конечном итоге к выходу в горизонтальный полет. Движение органов управления в рамках разработанного ВС осуществлялось подключением стороннего модуля [20]. В исходной геометрии ЛА шасси находится в выпущенном положении, створки шасси открыты. Для моделирования горизонтального полета необходимо убрать шасси и их створки. Эта операция выполняется на основе алгоритмов движения сеток [12]. Дополнительно к ЦПГО и ПГО выполнение фигуры «Кобра» требует работы силовой установки в номинальном режиме с неработающими створками подпитки, убранными панелями воздухозаборника и сжатыми соплами.

Численное моделирование фигуры «Кобра» состояло из двух этапов. На первом этапе получено стационарное решение, соответствующее горизонтальному полету. На втором этапе выполнено моделирование движения аэродинамических плоскостей. На рис. 4 приведено распределение коэффициента давления на поверхности ЛА, изменение угла тангажа и аэродинамические характеристики (АДХ) в процессе выполнения фигуры «Кобра»¹.

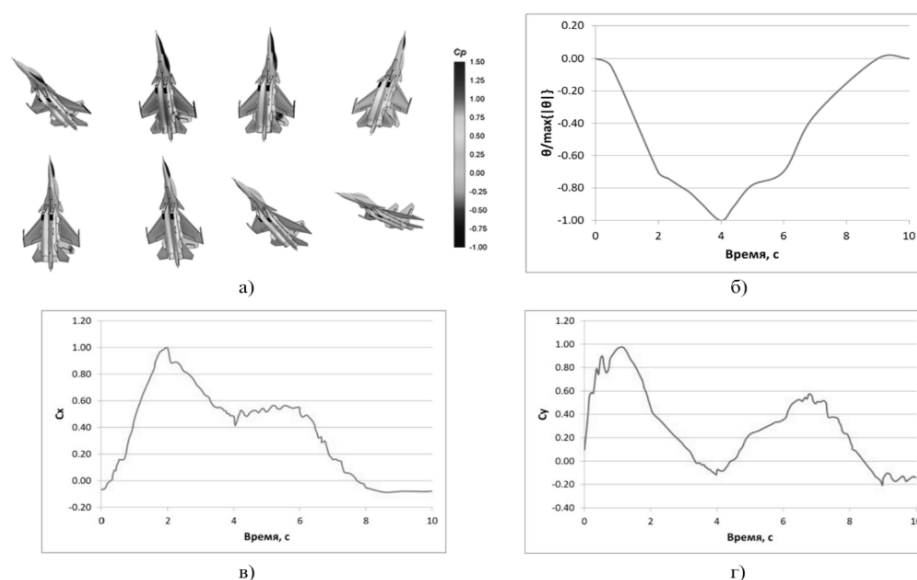


Рис. 4. Результаты моделирования фигуры пилотажа «Кобра»:

а) распределение коэффициента давления на поверхности ЛА; б) изменение угла тангажа ЛА; в) коэффициент лобового сопротивления; г) коэффициент подъемной силы

Fig. 4. Results of the Cobra maneuver simulation:

a) distribution of the pressure coefficient on the aircraft surface; б) change in the aircraft pitch angle; в) drag coefficient; г) lift coefficient

На первом этапе ЦПГО отклонено в максимальное положение для увеличения подъемной силы и удерживается в данном положении (рис. 4а). На завершающем этапе ЦПГО отклонено в отрицательном направлении для динамического торможения. На рис. 4б-г приведены графики изменения угла тангажа ЛА и АДХ с течением времени.

Представленные результаты позволяют проследить изменение АДХ ЛА в зависимости от угла тангажа в процессе выполнения фигуры высшего пилотажа. Анализ данных демонстрирует применимость разработанной комплексной математической модели ЛА для моделирования выполнения фигуры «Кобра» при различных параметрах полета и компоновки.

¹ По согласованию с ПАО «ОАК» «ОКБ Сухого» результаты расчетов приводятся без величин для обезразмеривания, таких как: напор, площадь Миделя, линейные размеры ЛА.

2.3. Выход из фигуры «Петля»

Качественное описание АДХ ЛА, выполняющего ту или иную фигуру пилотажа, требует учета деформирования конструкции под действием аэродинамических нагрузок. Наибольшее воздействие на планер оказывается в момент выхода из «Петли». Поскольку данная задача является междисциплинарной, для ее решения применяется связанное моделирование [21]. Это подразумевает применение дополнительного расчетного модуля. Для моделирования деформации конструкции самолета ввиду действия аэродинамических нагрузок в качестве модуля расчета напряженно-деформированного состояния применялся ПП Логос.Прочность. Взаимодействие ПП Логос.Аэрогидромеханика и Логос.Прочность осуществлено в ПП Логос.Платформа [22]. С его помощью в каждом модуле сформирована интерфейсная поверхность, посредством которой обеспечивается взаимодействие расчетных модулей аэродинамики и напряженно-деформированного состояния на каждый шаг по времени. Моделирование выхода ЛА из «Петли» проводится в два этапа, первый из которых – предварительный стационарный расчет в модуле Логос.Аэрогидромеханика для получения начального распределения полей. На втором этапе совместно с методами расчета на сетках с перекрытиями проводится расчет на деформируемых дискретных моделях. Используемая модель для расчета напряженно-деформированного состояния содержит 4000 оболочечных и 1700 балочных элементов. На рис. 5 представлена конечно-элементная модель самолета.

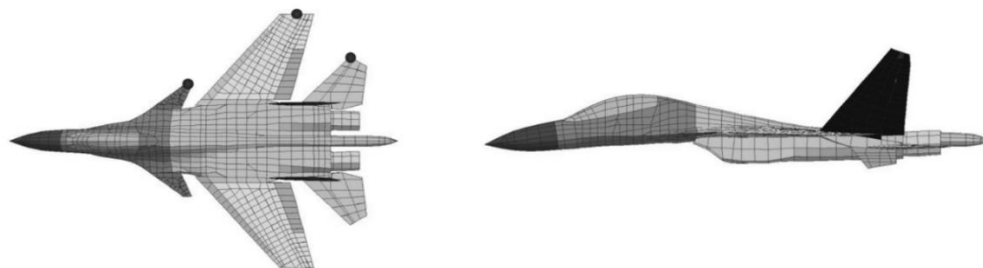


Рис. 5. Конечно-элементная модель современного маневренного самолета

Fig. 5. Finite element model of a modern maneuverable aircraft

Модели материалов рассматривались в упругом приближении. Напряженно-деформированное состояние рассчитывалось статическим решателем Логос.Прочность. Для лучшего согласования постановки задачи с условиями эксперимента применялась инерциальная нагрузка. Выход из фигуры «Петля» сопровождается деформацией планера ввиду действующих на ЛА аэродинамических нагрузок. Поэтому интерфейсными поверхностями между расчетными модулями являются поверхности планера каждой дискретной модели. Поскольку наибольшим искажениям подвержены крылья, ЦПО, ЦПГО и вертикальное оперение (ВО), поверхностные сетки расчетных методик должны хорошо согласоваться друг с другом для указанных элементов управления. После приведения конфигурации ЛА в полетный режим проводился связанный расчет, в котором применялась стандартная модель атмосферы для характерной высоты и числа Маха. В численном эксперименте оценивается отклонение крыла, ЦПО, ЦПГО в состоянии аэроупругого равновесия. Для качественного анализа смещения частей планера рассматриваются контрольные узлы (рис. 5).

На рис. 6 приведены результаты моделирования выполнения ЛА выхода из фигуры пилотажа «Петля»¹. Параметр L – максимальное смещение рассматриваемых контрольных точек (рис. 6б) на поверхности ЛА. Анализ полученных результатов показывает, что аэроупругое равновесие достигнуто через шесть шагов обмена. Изменение координат на поверхностях ЛА, принадлежащих разным расчетным модулям (Логос.Аэрогидромеханика и Логос.Прочность),

¹ По согласованию с ПАО «ОАК» «ОКБ Сухого», результаты расчетов приводятся без величин для обезразмеривания, таких как: напор, площадь Миделя, линейные размеры ЛА.

хорошо согласуется между собой. Как и следовало ожидать, максимальному отклонению подвержено крыло, которое принимает наибольшие нагрузки по сравнению с прочими участками планера.

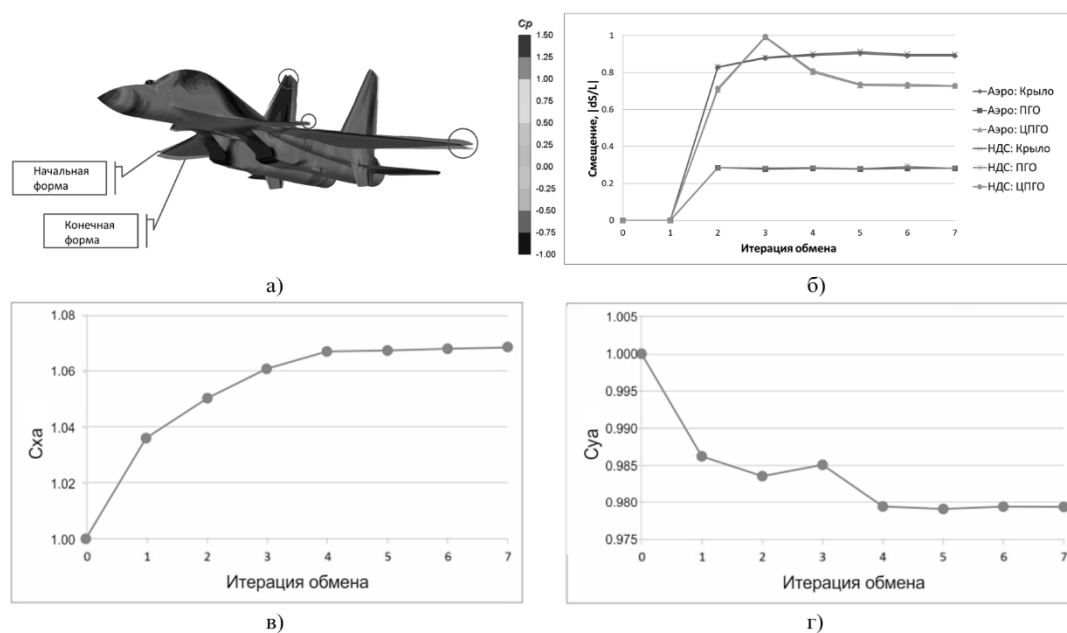


Рис. 6. Результаты моделирования выхода из фигуры пилотажа «Петля»:

а) распределение коэффициента давления на поверхности ЛА; б) относительные смещения контрольных точек; в) коэффициент лобового сопротивления; г) коэффициент подъемной силы

Fig. 6. Results of the exit from the loop maneuver simulation:

a) distribution of the pressure coefficient on the aircraft surface; б) relative displacements of control points; в) drag coefficient; г) lift coefficient

Деформация маневренного самолета влияет на его интегральные аэродинамические характеристики. Рис. бв, бг демонстрируют ухудшение аэродинамического качества ЛА вследствие приложения нагрузок набегающего потока на упругую конструкцию планера (C_{xa} увеличилось на 7 %, а C_{ya} уменьшилось на 2 %). Это еще раз подтверждает важность учета в ходе моделирования изменения формы обтекаемого объекта для правдоподобного описания протекающих процессов.

Таким образом, разработанный ВС позволяет получить прогноз относительно деформации и АДХ в случае приложения аэродинамических нагрузок к планеру для различных параметров начальных и граничных условий.

Заключение

Предложенные в настоящей работе математические модели и методы расчета составляют основу концепции ВС, предназначенной для высокоточного моделирования ЛА. Применение современных подходов к моделированию современных маневренных ЛА дает возможность выявить недостатки существующих образцов техники без проведения дорогостоящих натурных экспериментов, а также снизить вероятность их появления уже на этапе проектирования перспективных образцов авиационной техники. Демонстрация применимости концепции ВС для авиационной промышленности показана на типовой модели современного маневренного самолета. В качестве характерных режимов эксплуатации ЛА выбраны два сценария функционирования, а именно: выход из фигуры «Петля» и выполнение фигуры «Кобра». Численное моделирование каждого из сценариев потребовало определенное сочетание аэродина-

мических, прочностных, кинематических и управляющих математических моделей. Результаты расчетов по определению АДХ при выполнении указанных фигур позволили на новом качественном уровне оценить аэродинамическое качество ЛА.

Изложенные подходы к моделированию могут быть полезны для широкого класса задач численной аэродинамики с подвижными границами и позволяют повысить достоверность результатов математического моделирования, т.е. приблизиться к пониманию понятия «виртуальный самолет». Разработанные численные методы и алгоритмы внедрены в пакет программ *Логос* [17] и апробированы на ряде задач авиационной промышленности [19].

Результаты получены при поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2024-0001 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания течений жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах экса- и зеттапроизводительности»).

Библиографический список

1. **Погосян, М.А.** Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники / М.А. Погосян, Е.П. Савельских, Р.М. Шагалиев [и др.]. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2013. – Т. 2. – С. 3-17.
2. **Ландау, Л.Д.** Теоретическая физика: гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – Т. VI. – 736 с.
3. **Ferziger, J.H.** Computational methods for fluid dynamics / J.H. Ferziger, M. Peric. – 3rd ed. – Berlin; Heidelberg: Springer, 2002. – 423 p.
4. **Spalart, P.R.** Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach / P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets, S.R. Allmaras // Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES. – 1997.
5. **Travin, A.** Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows / A. Travin, M. Shur, M. Strelets, P.R. Spalart // Fluid Mechanics its Application, Vol. 65. Advances in LES of Complex Flows / Editors R. Friedrich, W. Rodi. – Proceedings of Euromech Coll. 412. – Boston; London: Kluwer, 2002. – P. 239-245.
6. **Strikwerda, J.C.** Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations / J.C. Strikwerda // Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1998. – Vol. 88.
7. **Zienkiewicz, O.C.** Finite Element Method / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. – Butterworth-Heinemann Limited, 2000. – 1440 p.
8. **Jasak, H.** Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flow: thesis submitted for the degree of doctor / H. Jasak. – London: Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, 1996.
9. **Farhat, C.** The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids / C. Farhat, P. Geuzaine, C. Grandmonty // Journal of Computational Physics. – 2001. – Vol. 174, № 2. – P. 669-694.
10. **Roe, P.L.** Introduction to computational fluid dynamics / P.L. Roe // Lecture Notes to a Short Course at Cranfield Institute of Technology. – May 27-29, 1986.
11. **Kim, K.H.** Methods for the accurate computations of hypersonic flows. I. AUSMPW+ scheme / K.H. Kim, Ch. Kim, O.H. Rho // Journal of Computational Physics. – 2001. – Vol. 174. – P. 38-80.
12. **Luke, E.** A fast mesh deformation method using explicit interpolation / E. Luke, E. Collins, E. Blades // Journal of Computational Physics. – 2012. – Vol. 231, № 2. – P. 586-601.
13. **Исаев, С.А.** Развитие многоблочных вычислительных технологий на композитных сетках, сравнение пакетов VP2/3 и SigmaFlow, верификация разноуровневых моделей турбулентности при расчете до- и трансзвукового обтекания толстых несущих поверхностей с вихревыми ячейками / С.А. Исаев, П.А. Баранов, А.Г. Судаков [и др.]. // Модели и методы аэродинамики. Шестнадцатая Международная школа-семинар. – Российская Академия наук, Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского. – 2016. – С. 83-84.
14. **Wang, Z.J.** A Fully Automated Chimera Methodology for Multiple Moving Body Problems / Z.J. Wang, V. Parthasarathy // International Journal for Numerical Methods in Fluids. – 2000. – Vol. 33, № 7. – P. 919-938.

15. **Саразов, А.В.** Повышение точности САЕ-моделирования задач аэродинамики с использованием технологии расчета на трехмерных неструктурированных сетках с перекрытиями / А.В. Саразов, А.С. Козелков // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. – 2024. – № 2. – С. 43-58.
16. Облачная среда GrabCAD для работы с CAD-файлами [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://grabcad.com/library/sukhoi-su-30-mk-i-1> (дата обращения: 01.03.2026).
17. Пакет программ Логос [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://logos.vniief.ru/products/Logos> (дата обращения: 01.03.2026).
18. **Смолкина, Д.Н.** Автоматический генератор неструктурированных многогранных сеток в препроцессоре пакета программ «Логос» / Д.Н. Смолкина, О.Н. Борисенко, М.В. Черенкова [и др.]. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2018. – Т. 2. – С. 25-39.
19. **Саразов, А.В.** Моделирование динамики полета летательного аппарата с учетом работы силовой установки и органов управления / А.В. Саразов, А.С. Козелков, А.А. Уткина [и др.]. // Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации. – 2022. – Т. 1. – С. 203-204.
20. **Карташов, Б.А.** Среда динамического моделирования технических систем SimInTech / Б.А. Карташов, А.М. Щекатуров, О.С. Козлов [и др.]. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 424 с.
21. **Горбенко, Г.В.** Методика ГЕПАРД для моделирования связанных задач аэрогидроупругости / Г.В. Горбенко, Ю.В. Янилкин, А.В. Городничев [и др.]. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2005. – Т. 4. – С. 3-14.
22. **Надуев, А.Г.** Архитектура программного модуля «Логос ПЛАТФОРМА» / А.Г. Надуев, А.Д. Черевань, А.С. Лебедева // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2022. – Т. 4. – С. 55-63.

References

1. Pogosyan M.A., Savel'evskikh E.P., Shagaliev R.M., Koz prefA.S., Strelets D.Yu., Ryabov A.A., Kornev A.V., Deryugin Yu.N., Spiridonov V.F., Tsiberev K.V. Primenenie otechestvennykh superkomp'yuternykh tekhnologiy dlya sozdaniya perspektivnykh obraztsov aviatsionnoy tekhniki [Application of domestic supercomputer technologies for creating advanced aircraft]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov* [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical Modeling of Physical Processes]. 2013; 2: 3-17. (in Russian).
2. Landau L.D., Lifshits E.M. Teoreticheskaya fizika: gidrodinamika [Theoretical physics: hydrodynamics]. 3rd ed. Vol. 6. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit.; 1986. 736 p. (in Russian).
3. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics. 3rd ed. Berlin, Heidelberg: Springer; 2002. 423 p.
4. Spalart P.R., Jou W.H., Strelets M., Allmaras S.R. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In: Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES; 1997.
5. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P.R. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows. In: Friedrich R., Rodi W., editors. Fluid Mechanics its Application. Vol. 65. Advances in LES of Complex Flows. Proceedings of Euromech Coll. 412. Boston, London: Kluwer; 2002. p. 239-245.
6. Strikwerda J.C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. Society for Industrial and Applied Mathematics. 1998;88.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite Element Method. Butterworth-Heinemann Limited; 2000. 1440 p.
8. Jasak H. Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flow [dissertation]. London: Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science; 1996.
9. Farhat C., Geuzaine P., Grandmonty C. The Discrete Geometric Conservation Law and the Nonlinear Stability of ALE Schemes for the Solution of Flow Problems on Moving Grids. *Journal of Computational Physics*. 2001;174(2):669-694.
10. Roe P.L. Introduction to computational fluid dynamics. Lecture Notes to a Short Course at Cranfield Institute of Technology; 1986 May 27-29.
11. Kim K.H., Kim Ch., Rho O.H. Methods for the accurate computations of hypersonic flows. I. AUSMPW+ scheme. *Journal of Computational Physics*. 2001;174:38-80.
12. Luke E., Collins E., Blades E. A fast mesh deformation method using explicit interpolation. *Journal of Computational Physics*. 2012;231(2):586-601.

13. Isaev S.A., Baranov P.A., Sudakov A.G., Usachov A.E., Gavrilov A.A., Dekterev A.A., Mazo A.B., Demidov D.E., Kalinin E.I. Razvitie mnogoblastochnykh vychislitel'nykh tekhnologiy na kompozitnykh setkakh, sravnenie paketov VP2/3 i SigmaFlow, verifikatsiya raznourovnevykh modeley turbulentsnosti pri raschete do- i tranzvukovogo obtekaniya tolstykh nesushchikh poverkhnostey s vikhrevymi yacheykami [Development of multi-block computational technologies on composite grids, comparison of VP2/3 and SigmaFlow packages, verification of multi-level turbulence models for subsonic and transonic flow around thick lifting surfaces with vortex cells]. In: Modeli i metody aerodinamiki. Shestnadtsataya Mezhdunarodnaya shkola-seminar [Models and methods of aerodynamics. Sixteenth International School-Seminar]. Russian Academy of Sciences, Central Aerohydrodynamic Institute named after prof. N.E. Zhukovsky; 2016. p. 83-84. (in Russian).
14. Wang Z.J., Parthasarathy V. A Fully Automated Chimera Methodology for Multiple Moving Body Problems. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2000;33(7):919-938.
15. Sarazov A.V., Kozelkov A.S. Povyshenie tochnosti CAE-modelirovaniya zadach aerodinamiki s ispol'zovaniem tekhnologii rascheta na trekhmernykh nestrukturirovannykh setkakh s perekrytiyami [Improving the accuracy of CAE simulation of aerodynamics problems using the technology of calculation on three-dimensional unstructured overlapping grids]. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva* [Transactions of NNSTU n.a. R.E. Alekseev]. 2024;2:43-58. (in Russian).
16. Oblachnaya sreda GrabCAD dlya raboty s CAD-faylami [GrabCAD cloud environment for working with CAD files]. Available from: <https://grabcad.com/library/sukhoi-su-30-mk-i-1> [accessed 2026 March 1]. (in Russian).
17. Paket programm Logos [Logos software package]. Available from: <http://logos.vniief.ru/products/logos> [accessed 2026 March 1]. (in Russian).
18. Smolkina D.N., Borisenko O.N., Cherenkova M.V., Giniyatullina A.G., Kuz'menko M.V., Chukhmanov N.V., Potekhina E.V., Popova N.V., Turusov M.R. Avtomaticheskiiy generator nestrukturirovannykh mnogogrannykh setok v preprotsessore paketa programm «Logos» [Automatic unstructured polyhedral mesh generator in the preprocessor of the Logos software package]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov* [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical Modeling of Physical Processes]. 2018; 2: 25-39. (in Russian).
19. Sarazov A.V., Kozelkov A.S., Utkina A.A., Kornev A.V. Modelirovanie dinamiki poleta letatel'nogo apparata s uchetom raboty silovoy ustanovki i organov upravleniya [Simulation of aircraft flight dynamics taking into account the operation of the power plant and control surfaces]. *Aerokosmicheskaya tekhnika, vysokie tekhnologii i innovatsii* [Aerospace engineering, high technologies and innovations]. 2022;1:203-204. (in Russian).
20. Kartashov B.A., Shchekaturov A.M., Kozlov O.S., Shabaev E.A. Sreda dinamicheskogo modelirovaniya tekhnicheskikh sistem SimInTech [SimInTech dynamic modeling environment for technical systems]. Moscow: DMK Press; 2017. 424 p. (in Russian).
21. Gorbenko G.V., Yanilkin Yu.V., Gorodnichev A.V., Smolyakov A.A., Golovko E.A., Kolobyanin V.Yu., Loginov P.B., Razumkov A.S., Tarasov V.I., Chistyakova I.N., Khovrin N.A. Metodika GEPARD dlya modelirovaniya svyazannykh zadach aerogidrouprugosti [GEPARD method for simulation of coupled aero-hydro-elasticity problems]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov* [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical Modeling of Physical Processes]. 2005; 4: 3-14. (in Russian).
22. Naduev A.G., Cherevan' A.D., Lebedeva A.S. Arkhitektura programmnoy modulya «Logos PLATFORMA» [Architecture of the Logos PLATFORM software module]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov* [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical Modeling of Physical Processes]. 2022; 4: 55-63. (in Russian).

**Дата поступления
в редакцию: 23.03.2026**

**Дата принятия
к публикации: 05.05.2026**