

на правах рукописи



**Колосовская Ульяна Сергеевна**

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В  
ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ СЕТЕВОЙ СТРУКТУРЫ С ЗАТРАТАМИ И  
ПОГЛОЩЕНИЯМИ**

Специальность 05.13.01. – «Системный анализ, управление и обработка информации (в науке и промышленности)» по техническим наукам

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Нижний Новгород – 2018 г.

Работа выполнена на кафедре «Информатики и автоматизации научных исследований» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
**Прилуцкий Михаил Хаимович**

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
**Максимов Юрий Михайлович**,  
профессор кафедры «Экономическая теория и  
эконометрика» Института экономики и  
управления Нижегородского государственного  
технического университета им. Р.Е. Алексеева,  
г. Нижний Новгород

кандидат технических наук,  
**Шеянов Анатолий Владимирович**,  
ст. преп. кафедры информатики, систем  
управления и телекоммуникаций Волжского  
государственного университета водного  
транспорта, г. Нижний Новгород

Ведущая организация: **Федеральный исследовательский центр  
«Информатика и управление» Российской  
академии наук, г. Москва**

Защита диссертации состоится «17» мая 2018 года в 11:00 часов в ауд. 1315 на заседании диссертационного совета Д 212.165.05 при Нижегородском государственном техническом университете им. Р.Е. Алексеева по адресу: 603950, г. Нижний Новгород, ул. Минина, 24.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева и на сайте <http://www.nntu.ru/content/aspirantura-i-doktorantura/dissertacii>.

Автореферат разослан «   » \_\_\_\_\_ 2018 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Суркова Анна Сергеевна

## **Актуальность темы исследования**

Экономическая деятельность на протяжении всей своей истории была направлена на преобразование ресурсов в конечные объекты потребления. В условиях дефицита ресурсов и непрерывного роста масштабов их потребления важной является задача управления ресурсами, заключающаяся в их эффективном распределении.

Оптимальное распределение ресурсов составляет содержание большинства задач, решаемых в сфере планирования и управления сложными техническими и производственными системами. В диссертационной работе рассматривается вопрос повышения эффективности использования энергетических ресурсов в газотранспортных и нефтетранспортных системах, системах теплоснабжения, заключающийся в рациональном распределении газа, нефти и тепловой энергии. Также рассматривается вопрос распределения производственных ресурсов в системах объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, многопродуктовых транспортных системах, системах переработки газового конденсата и др. Особое внимание уделено газотранспортным системам, в которых некоторая часть распределяемого газа используется на технологические нужды, связанные с трубопроводным транспортом газа, а также системам объёмно-календарного планирования для подразделений предприятий микроэлектроники. Рассматриваемая в работе проблема оптимального распределения ресурсов решается с помощью математических моделей, направленных на обеспечение минимума затрат при ограничениях на объёмы ресурсов, которые могут циркулировать в системе.

Важной особенностью реальных промышленных объектов, для которых актуальны задачи распределения ресурсов, является большая размерность, что определяет необходимость применения системного подхода, связанного с представлением моделей технических и производственных объектов в виде многоуровневых иерархических систем. Такой подход позволяет упрощать структурный состав объектов и разделять вычислительные операции между различными вычисляющими устройствами.

В настоящее время разработано большое количество алгоритмов решения задач распределения ресурсов и реализующего их программного обеспечения. Однако особенности конкретных технических и производственных систем могут быть учтены только в специализированных алгоритмах и программном

обеспечении. В диссертационной работе рассматривается проблема распределения однородного ресурса в иерархических системах, элементами которых являются источники ресурса, передающие элементы и потребители ресурса (конечные пользователи). Основные особенности таких систем характеризуются наличием «поглощений» (потреблений) распределяемого ресурса элементами системы. Мы будем различать два класса иерархических систем, в которых происходит поглощение ресурса элементами. К первому относится случай, когда в системе весь ресурс, который распределяется источниками, в полном объёме поступает конечным пользователям. Такие системы мы будем называть системами с полным поглощением ресурса или системами без потерь. Второй класс систем предполагает, что часть ресурса потребляется передающими элементами в процессе распределения, и конечные пользователи получают ресурс не в полном объеме. Такие системы мы будем называть системами с частичными поглощениями или системами с потерями.

Другой особенностью рассматриваемых систем является выделение среди элементов системы «контролируемых» элементов, которые определяют эффективность функционирования всей системы. В зависимости от количества ресурса, который будет соответствовать контролируемым элементам, определяются «затраты» которые понесет вся система.

В диссертационной работе в качестве систем распределения ресурсов с затратами и частичными поглощениями рассматриваются: газотранспортные системы, в которых газоперекачивающие агрегаты компрессорных станций (передающие элементы) используют топливный газ для своей работы, а затраты определяются в зависимости от объема газа, поступившего потребителям; нефтетранспортные системы, в которых резервуары и транспортные ёмкости «теряют» часть нефти вследствие испарений, а затраты определяются ограничениями на объёмы нефти, поступающими в такие резервуары и ёмкости; системы теплоснабжения, в которых участки тепловой сети «теряют» часть транспортируемого тепла через тепловую изоляцию труб, а затраты определяются ограничениями на количества тепла, передаваемые по таким участкам сети и др. К системам распределения ресурсов с затратами и полными поглощениями относятся: системы объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия с затратами, определяемыми в зависимости от объёмов работ, которые должны быть выполнены по тактам планирования; многопродуктовые

транспортные системы с затратами, определяемыми в зависимости от объёмов продукции, которые могут быть размещены в промежуточных пунктах по тактам планирования; системы переработки газового конденсата с затратами, определяемыми в зависимости от количества готового продукта, получаемого с каждой технологической установки.

Диссертационная работа посвящена построению математических моделей, формализующих процессы распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями и затратами, постановке оптимизационных задач принятия решений, разработке эффективных алгоритмов их решения с использованием структурного подхода, аппарата математического программирования и теории систем.

### **Степень теоретической разработанности темы**

Основы методов решения задач распределения ресурсов заложены в работах отечественных ученых Буркова В.Н., Зуховицкого С.И., Кантаровича Л.В., Корбута А.А., Мироносецкого Н.Б., Подчасовой Т.П., Сигала И.Х., Танаева В.С., Финкельштейна Ю.Ю., Шкурбы В.В., Юдина Б.Д., Гордона В.С. и других. Среди зарубежных ученых большой вклад в рассматриваемую проблему внесли Dantzig G., Bellman R.E., Mesarovic M.D., Maxwell W., Thompson G., Koopmans T.C., Giffler V., Conway R. и другие. Следует отметить школу Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и учёных Батищева Д.И., Прилуцкого М.Х., Костюкова В.Е., Когана Д.И., Федосенко Ю.С., которые рассматривали подобные проблемы.

### **Цель работы**

Целью работы является построение математических моделей распределения ресурсов в сетевых иерархических системах с затратами и поглощениями, исследование совместности систем ограничений построенных математических моделей, постановка оптимизационных задач с критериями, формализующими затраты систем на свое функционирование, разработка алгоритмов решения этих задач, а также создание на их основе диалоговой программной системы, позволяющей решать широкий класс прикладных задач распределения ресурсов в системах с затратами и поглощениями.

### **Задачи работы**

В соответствии с этой целью в диссертационной работе поставлены и решены следующие задачи:

- сформулирован класс задач распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями;
- разработана общая математическая модель распределения ресурсов в сетевых иерархических системах с поглощениями, в рамках которой формализован широкий класс важных прикладных задач, таких как: задачи транспорта природного газа, нефти и нефтепродуктов, тепловой энергии, производственная задача с отходами, задача объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, многопродуктовая транспортная задача с промежуточными пунктами, задача переработки газового конденсата и другие;
- поставлены многокритериальные задачи распределения ресурсов в сетевых иерархических системах с затратами и поглощениями, для которых проведено исследование и показана их NP-трудность;
- разработаны методы решения задач рассматриваемого класса;
- разработано программное средство решения задач распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями, которое применяется в учебном процессе, а также апробировано на задачах, возникающих в практике планирования и оперативного управления реальными предприятиями.

**Объект исследования** – процессы управления ресурсами в иерархических системах сетевой структуры.

**Предмет исследования** – методы оптимального распределения ресурсов в иерархических системах сетевой структуры.

**Область исследования** соответствует пунктам 2-5 паспорта специальности 05.13.01. – «Системный анализ, управление и обработка информации (в науке и промышленности)»: формализация и постановка (пункт 2), разработка критериев и моделей описания и оценки эффективности решения (пункт 3), разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления и принятия решений (пункт 4), разработка специального математического и алгоритмического обеспечения систем анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации (пункт 5).

### **Научная новизна**

1. Сформулирован новый класс задач распределения ресурсов в иерархических системах, который в отличие от существующих, учитывает возможность поглощения элементами системы некоторой части распределяемого ресурса.

2. Разработаны общая математическая модель и частные подмодели распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями, позволяющие описывать процессы распределения ресурсов в системах транспорта газа, нефти и нефтепродуктов, системах теплоснабжения, системах объёмно-календарного планирования и др.

3. Для всех моделей п.2 поставлены многокритериальные задачи распределения ресурсов, позволяющие учитывать затраты, которые понесет система в процессе функционирования.

4. Разработаны алгоритмы решения задач п.3, а также алгоритмы проверки совместности и поиска допустимого варианта распределения ресурсов, которые в отличие от классических методов, обладают более низкими оценками вычислительной сложности.

5. В случае лексикографического упорядочения критериев оптимальности разработан параллельный алгоритм решения, использование которого позволяет существенно уменьшить время решения задач рассматриваемого класса.

#### **Методология и методы диссертационного исследования**

Для решения поставленных задач в диссертационной работе применялись методы системного анализа, методы многокритериальной оптимизации, элементы теории графов, методы математического программирования, методы теории вычислительной сложности задач и алгоритмов, методы и средства объектно-ориентированного программирования.

#### **Теоретическая значимость**

Предложен новый подход к решению задач многокритериальной оптимизации, заключающийся в сведении многокритериальной задачи к задаче поиска решения на различных подмножествах вершин многомерного многозначного куба. Также предложен ряд теорем о необходимых и достаточных условиях совместности систем ограничений для некоторых частных подмоделей проблем распределения ресурсов с поглощениями.

#### **Практическая значимость и внедрение**

Теоретические исследования и научные результаты работы легли в основу программного обеспечения «ПО РЕСУРС», реализующего предложенные математические модели, методы и алгоритмы распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями.

Практическая ценность диссертационной работы состоит в разработке и реализации диалоговой программной системы решения поставленных задач. Программное обеспечение апробировано на задачах планирования производства электронных микросхем в ФГУП «ФНПЦ НИИИС им. Ю.Е. Седатова», а также при проектировании и реконструкции систем многониточных разветвленных газопроводов в АО «Гипрогазцентр».

Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского при преподавании курса «Теория систем и системный анализ» для студентов направления подготовки «Прикладная информатика».

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Общая математическая модель и оптимизационные задачи распределения ресурсов в иерархических системах, позволяющие учитывать такие особенности конкретных технических и производственных систем, как наличие поглощений распределяемого ресурса, а также наличие контролируемых элементов, определяющих затраты, которые понесет система в процессе функционирования.
2. Частные подмодели проблем распределения ресурсов, возникающих в практике планирования и управления сложными системами:
  - модели распределения ресурсов в иерархических системах произвольной и древовидной структуры с затратами и частичными поглощениями, в рамках которых описываются задачи транспорта газа, нефти и нефтепродуктов, тепловой энергии и производственная задача с отходами;
  - модели распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и полными поглощениями, в рамках которых ставятся задача объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, многопродуктовая транспортная задача с промежуточными пунктами, задача переработки газового конденсата и задача распределения ресурсов в многоиндексных иерархических системах древовидной структуры с горизонтальными связями и полными поглощениями.
3. Алгоритмы решения многокритериальных задач распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с поглощениями.
4. Программные средства решения задач распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями.



## **Достоверность и обоснованность**

Обоснованность и достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается корректным применением математического аппарата и подтверждается результатами экспериментальных исследований на реальных примерах.

## **Апробация результатов исследования**

Результаты исследования докладывались и обсуждались на 11 всероссийских и международных научных конференциях:

- XII, XIII Всероссийские конференции «Высокопроизводительные параллельные вычисления в кластерных системах» (**Н. Новгород, ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2012, 2013**);
- 23-я Всероссийская научно-практическая конференция по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2013» (**Н. Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2013**);
- Международная научная конференция «Numerical Computations: Theory and Algorithms» NUMTA-2013 (**Италия, г. Фалерна, 2013**);
- Всероссийская конференция «Российские Чтения-конкурс памяти Нижегородских ученых» (**Н. Новгород, ИПФ РАН, 2013**);
- XX международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии» ИСТ-2014 (**Н. Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014**);
- Всероссийская математическая конференция ИТМФ РФЯЦ-ВНИИЭФ (**Саров, СарФТИ, 2014**);
- Всероссийская научная конференция с международным участием «Интеллектуальные информационные системы» (**Воронеж, ВГТУ, 2017**);
- XVIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (**Иркутск, ИДСТУ СО РАН, 2017**).

Результаты исследования также обсуждались на научных семинарах кафедры информатики и автоматизации научных исследований факультета ВМК (ИТММ) ННГУ им. Н.И. Лобачевского (2011–2018 гг.).

## **Публикация результатов исследования**

Научные результаты диссертационной работы изложены в 17 работах, из них: 4 статьи, из которых 3 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для

публикации результатов диссертаций, одно свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ, одно учебное пособие, 11 докладов в сборниках трудов всероссийских и международных конференций.

### **Личный вклад автора**

Все выносимые на защиту результаты и положения, составляющие основное содержание диссертационной работы, разработаны и получены лично автором или при его непосредственном участии. Личный вклад автора заключается в построении математической модели и постановке оптимизационных задач, разработке алгоритмов решения поставленных задач и реализации алгоритмов решения в виде программного обеспечения, прошедшего апробацию на задачах, возникающих в практике управления реальными предприятиями. Лично автором подготовлены публикации [5-7], [9], [12-13], [15-16]. Автор принимал участие в постановке целей и задач исследования и апробации созданного программного обеспечения.

### **Структура и объем работы**

Диссертационная работа изложена на 166 страницах машинописного текста, состоит из введения, четырёх глав, заключения и приложения, содержит 34 рисунка. Библиографический список включает 201 наименование.

### **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** отражена актуальность задач распределения ресурсов в иерархических системах. Отражены цели и задачи исследования, показана научная новизна и практическая ценность диссертационной работы.

В **главе 1** рассматриваются классические задачи распределения ресурсов в иерархических системах.

В **разделе 1.1** задачи распределения ресурсов в иерархических системах рассматриваются как задачи математического программирования и исследования операций.

В **разделе 1.2** рассмотрены методы решения многокритериальных задач распределения ресурсов, проведена их классификация.

В **разделе 1.3** приводится содержательное описание актуальных задач распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями (задачи транспорта природного газа, нефти и нефтепродуктов, энергии в тепловых сетях, производственной задачи с отходами, задачи объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, многопродуктовой транспортной

задачи с промежуточными пунктами и др.). Для иерархической системы распределения ресурса конкретизируются понятия «затрат» и «поглощений», приводится содержательное описание общей проблемы распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями.

**Глава 2** посвящена рассмотрению математической модели проблемы распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с поглощениями.

В **разделе 2.1** разработаны частные подмодели распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с частичными и полными поглощениями.

В **разделе 2.1.1** разработана математическая модель распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с частичными поглощениями.

Пусть  $G = (V, A)$ ,  $A \subseteq V^2$  – связный ориентированный граф без петель и контуров, моделирующий иерархическую систему распределения однородного ограниченного ресурса. Множество вершин графа  $V$  соответствует элементам системы, множество дуг  $A$  – моделирует связи между элементами системы, посредством которых происходит передача ресурса. Полагается, что в системе присутствуют элементы трех типов: источники ресурса, передающие (промежуточные) элементы и потребители ресурса. Под источниками и потребителями ресурса подразумеваются элементы, которые не имеют предшествующих и последующих элементов соответственно, под передающими элементами – элементы, которые имеют и предшествующие, и последующие элементы. Не уменьшая общности, будем полагать, что система имеет один элемент, являющийся источником ресурса. Тогда разбиением множества  $V$  является совокупность множеств  $\{1\}, V_u, V_k$ , где  $1$  – номер источника ресурса,  $V_u$  – множество номеров потребителей (конечных пользователей),  $V_k$  – множество номеров передающих (промежуточных) элементов системы. Обозначим через  $Q(i) = \{j/(i,j) \in A, j \in V\}$  – множество номеров вершин графа, непосредственно следующих после вершины с  $i$ -ым номером,  $i \in V \setminus V_u$ ;  $R(i) = \{j/(j,i) \in A, j \in V\}$  – множество номеров вершин графа, непосредственно предшествующих вершине с  $i$ -ым номером,  $i \in V \setminus \{1\}$ .

В общем случае, в системе имеются передающие элементы, которые поглощают часть передаваемого им ресурса на обеспечение своего функционирования. Полагается, что объем поглощаемого ресурса зависит от номера этого элемента, а также от объема ресурса, который он передает. Пусть

известны  $f_i(x)$  – функции «поглощений», которые определяют объем ресурса, потребляемый  $i$ -ым промежуточным элементом системы при передаче своим потомкам ресурса в объеме  $x$  единиц,  $i \in V_k$ . Будем полагать, что функции поглощений непрерывные и  $f_i(x) \geq 0$ ,  $x \geq 0$ ,  $i \in V_k$ .

Элементы системы характеризуются ресурсными ограничениями, определяющими объемы ресурсов, которые могут циркулировать в системе. Каждой вершине  $i$  поставим в соответствие пару  $A_i, B_i$ ,  $0 \leq A_i \leq B_i < \infty$ , где  $A_i$  и  $B_i$  соответственно нижняя и верхняя границы допустимых значений распределяемого ресурса,  $i \in V$ . Пусть  $x_{ij}$  – количество ресурса, распределённого от  $i$ -го элемента системы  $j$ -ому посредством связи  $(i, j) \in A$ . Тогда ограничения на допустимые значения распределяемого ресурса задаются следующей системой:

$$A_i \leq \sum_{j \in Q(i)} x_{ij} \leq B_i, \quad i \in V \setminus V_u, \quad (1)$$

$$A_i \leq \sum_{j \in R(i)} x_{ji} \leq B_i, \quad i \in V_u, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in R(i)} x_{ji} = \sum_{j \in Q(i)} x_{ij} + f_i\left(\sum_{j \in Q(i)} x_{ij}\right), \quad i \in V_k. \quad (3)$$

Ограничения (1)-(2) являются ограничениями на суммарные объемы распределяемого ресурса. Ограничения (3) определяют объёмы ресурса, распределённого передающими элементами системы. Эти ограничения учитывают частичные поглощения ресурса, присутствующие в системе, а также являются условиями баланса.

В разделе 2.1.2 разработана математическая модель проблемы распределения ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с частичными поглощениями.

Пусть граф  $G = (V, A)$  является корневым ориентированным деревом порядка  $N+1$ , при этом корень дерева соответствует единственному в системе источнику ресурса, листья – потребителям ресурсов, остальные вершины – передающим элементам. Для удобства обозначений будем считать, что  $Q(i) = \{i\}$ , если  $i \in V_u$ . Корневая древовидность иерархической системы предполагает, что:  $R(1) = \emptyset$ ,  $Q(j) \cap Q(i) = \emptyset$ ,  $j \neq i$ ,  $j, i \in V \setminus V_u$ . Пусть  $x_j$  – количество ресурса, которое поставим в соответствие элементу системы с номером  $j$ ,  $j \in V$ . Тогда ограничения на допустимые значения распределяемого ресурса задаются следующей системой:

$$A_j \leq \sum_{i \in Q(j)} x_i \leq B_j, \quad j \in V, \quad (4)$$

$$x_j = \sum_{i \in Q(j)} x_i + f_j\left(\sum_{i \in Q(j)} x_i\right), \quad j \in V_k. \quad (5)$$

В рамках построенных в разделах 2.1.1-2.1.2 подмоделей могут быть описаны проблемы транспорта природного газа, нефти и нефтепродуктов, энергии в тепловых сетях, определения плана производства с отходами и другое.

В **разделах 2.1.3-2.1.6** построены подмодели распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с полными поглощениями. В **разделах 2.1.3-2.1.5** построены математические модели проблемы объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, проблемы определения плана перевозок для многопродуктовой транспортной системы и проблемы переработки газового конденсата. Общим для всех таких задач является то, что варьируемые параметры математической модели являются многоиндексными, а ограничения математической модели представляют собой систему линейных алгебраических неравенств. Среди рассматриваемых задач выделены такие, для которых объем ресурса, распределённый некоторому элементу системы, зависит от объёма ресурса, распределённого другому элементу этого же уровня иерархии. Такие условия приводят к тому, что необходимо рассматривать дополнительные «горизонтальные» связи – связи между элементами одного уровня иерархии.

В **разделе 2.1.6** разработана математическая модель проблемы распределения ресурсов в многоиндексных иерархических системах древовидной структуры с горизонтальными связями и полными поглощениями.

В **разделе 2.2** разработана общая математическая модель проблемы распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с поглощениями. Исходя из ресурсных и технологических ограничений на объёмы распределяемого ресурса, а также условия наличия «поглощений», в системе присутствуют следующие ограничения:

$$b_i \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq c_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (6)$$

$$x_i = \tilde{\Phi}_i(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n), \quad i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, m\}, \quad (7)$$

где:

- $b_i, c_i$  – соответственно, нижняя и верхняя границы допустимых значений распределяемого ресурса,  $0 \leq b_i \leq c_i < \infty, i = \overline{1, m}$ ;

- $a_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ;
- $x_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  – искомые показатели объёмов распределяемого ресурса;
- $\tilde{\Phi}_i(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$  – функция, определяющая зависимость между величиной  $x_i$  распределяемого ресурса и другими величинами ресурса, распределяемого в системе,  $i \in I \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ .

Тогда общая математическая модель проблемы распределения однородного ограниченного ресурса с поглощениями имеет вид (6)-(7), где ограничения (6) являются ограничениями на суммарные объёмы распределяемого ресурса, а ограничения (7) являются условиями баланса, учитывающие поглощения ресурса, присутствующие в системе.

В **разделе 2.3** проведено исследование построенной математической модели проблемы распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с поглощениями. Показано, что проверка существования допустимого решения для построенной математической модели относится к классу NP-трудных задач. В **разделах 2.3.1-2.3.2** рассмотрены методы решения задачи проверки совместности и поиска решения систем нелинейных и линейных неравенств.

В **разделе 2.4** рассматриваются различные постановки многокритериальных задач распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с поглощениями на основе разработанных математических моделей.

В **разделе 2.4.1** приведена общая постановка задачи оптимального распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями на основе общей математической модели, имеющей вид (6)-(7). Для общей постановки среди ресурсных ограничений системы выделим так называемые «контролируемые» ограничения, которые определяют условия «эффективного» функционирования рассматриваемых систем. К таким ограничениям будем относить только ограничения типа (6). Пусть  $K$  – множество номеров «контролируемых» ограничений,  $K \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $|K| = q_0$ . Известны  $\chi_i(b_i, c_i, x)$ ,  $i \in K$  – функции «затрат», определенные на множестве  $[b_i, c_i]$ , определяющие затраты (доход), которые понесёт система, если на соответствующем контролируемому ограничению сегменте  $[b_i, c_i]$  будет распределено ресурса в объёме  $x$  единиц. Далее сегмент  $[b_i, c_i]$ , на котором определена функция затрат  $\chi_i(b_i, c_i, x)$ , будем называть «контролируемым сегментом»,  $i \in K$ . Тогда задача

распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями будет заключаться в определении такого допустимого решения системы (6)-(7), при котором функции затрат принимают экстремальные значения:

$$\chi_i(b_i, c_i, \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j) \rightarrow opt, \quad i \in K. \quad (8)$$

Полученная задача является  $q_0$ -критериальной задачей с нелинейными (в общем случае) ограничениями и частными критериями оптимальности, вид которых зависит от вида функций затрат.

В **разделах 2.4.2-2.4.7** рассмотрены постановки многокритериальных задач распределения ресурсов с затратами и поглощениями на основе частных подмоделей, разработанных в разделе 2.1.

В **главе 3** приводится описание алгоритмов решения многокритериальных задач распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с различными функциями затрат и поглощений.

В **разделе 3.1** рассмотрены схемы компромисса для задач рассматриваемого класса. В **разделе 3.1.1** рассматривается случай аддитивной схемы компромисса и линейных функций затрат, в **разделе 3.1.2** – случай лексикографического упорядочивания частных критериев оптимальности.

В **разделе 3.2** строится алгоритм нахождения лексикографически оптимального решения многокритериальной задачи распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями.

В **разделе 3.2.1** приведена постановка задачи поиска лексикографически оптимального решения многокритериальной задачи распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями. Для каждого критерия

$\chi_i(b_i, c_i, \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j), \quad i \in K$  введем совокупности из  $p+1$  вложенных друг в друга

сегментов  $s_i^{(v)}, \quad v = \overline{0, p}$ . При этом  $s_i^{(v)} \subseteq s_i^{(v+1)}, \quad v = \overline{0, p-1}, \quad s_i^{(p)} = [b_i, c_i], \quad i \in K$ . В качестве функции затрат рассмотрим кусочно-постоянную функцию

$\chi_i(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j, s_i^0, s_i^1, \dots, s_i^{(p)})$ , принимающую значение  $t$ , если  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \in s_i^{(t)}$  и

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \notin s_i^{(t-1)}, \quad i \in K.$$

Рассмотрим  $(p+1)$ -ичный (количество вложенных сегментов)  $q_0$ -мерный (количество контролируемых ограничений) куб, на котором зададим линейный порядок  $\pi$ . Каждой вершине куба  $\vec{v}$  поставим в соответствие систему  $D(\vec{v})$ , содержащую не зависящие от вершины куба ограничения из (6)-(7), и  $q_0$  ограничений, зависящих от вершины  $\vec{v}$  следующим образом: если  $v_q = t$ , то ограничение с номером  $i$  преобразуется в ограничение  $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \in s_i^{(t)}$ , где  $i = k_q$ ,  $k_q \in K$ ,  $q = \overline{1, q_0}$ . На множестве вершин куба зададим монотонную функцию  $g(\vec{v})$ , принимающую значение 1, если система  $D(\vec{v})$  совместна и 0 в противном случае. В качестве порядка  $\pi$  выберем лексикографическое отношение порядка:  $\vec{v}^1 \pi \vec{v}^2$  тогда и только тогда, когда для некоторого  $l$ ,  $l \in \{1, 2, \dots, q_0\}$  выполняется условие  $v_l^1 < v_l^2$  и одновременно  $v_r^1 = v_r^2$  для  $r = \overline{1, l-1}$ .

Тогда задача распределения однородного ограниченного ресурса заключается в поиске оптимальной вершины куба  $\vec{v}^0$  такой, что  $g(\vec{v}^0) = 1$  и выполняются условия:  $\vec{v}^0 \pi \vec{v}$  для всех вершин куба, для которых  $g(\vec{v}) = 1$ .

В разделе 3.2.2 предлагается алгоритм решения поставленной задачи, при этом поиск осуществляется на различных подмножествах вершин куба, которые определяются из условий постановок исходных задач. Согласно предложенному алгоритму, каждая из компонент оптимальной вершины куба находится при помощи бинарного поиска на множестве  $\{0, 1, \dots, p\}$  или некотором его подмножестве. Алгоритм включает в себя порядка  $q_0 \log_2(p+1)$  проверок совместности систем вида  $D(\vec{v})$ . Для проверки совместности системы  $D(\vec{v})$  предлагается использовать методы, предложенные в разделе 3.3.

В разделе 3.3 рассмотрен вопрос идентификации допустимости вершин многомерного многозначного куба, т.е. решается проблема определения совместности системы, описывающей ограничения на допустимые значения распределяемого ресурса в иерархических сетевых структурах с поглощениями.

В разделе 3.3.1 исследуется математическая модель (4)-(5) проблемы распределения однородного ограниченного ресурса в древовидных иерархических структурах с частичными поглощениями. Предлагается конструктивная схема проверки на существование допустимых решений системы (4)-(5), выводятся



необходимые и достаточные условия совместности системы ограничений типа (4)-(5). Предложенная процедура имеет линейную вычислительную сложность относительно переменных рассматриваемой задачи.

В разделе 3.3.2 рассмотрена модификация релаксационного метода ортогональных проекций Агмона-Мощкина на случай линейных двусторонних неравенств транспортного типа. Рассмотренный модифицированный метод может применяться для определения совместности систем ограничений типа (6) задачи распределения ресурсов с полными поглощениями.

В разделах 3.3.3-3.3.4 решается проблема определения совместности многоиндексных систем линейных неравенств транспортного типа, описывающих ограничения для задач распределения ресурсов с полными поглощениями. В разделе 3.3.3 для определения совместности системы ограничений задачи объёмно-календарного планирования предлагается процедура приведения границ, имеющая линейную вычислительную сложность относительно переменных задачи. Для многопродуктовой транспортной задачи предлагается использование потоковых алгоритмов, имеющих вычислительную сложность  $O(nm \log n)$ , где  $n$  – число вершин соответствующей транспортной сети, а  $m$  – число дуг.

В разделе 3.3.4 решается проблема определения совместности системы ограничений задачи распределения ресурсов в многоиндексных иерархических системах древовидной структуры с горизонтальными связями и полными поглощениями. Предложена схема построения приведённых границ, выведены необходимые и достаточные условия совместности соответствующей системы ограничений. Предложенная процедура требует линейного числа операций относительно переменных рассматриваемой задачи.

В разделе 3.4 строится алгоритм решения многокритериальной задачи распределения ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с частичными поглощениями в случае аддитивной схемы компромисса.

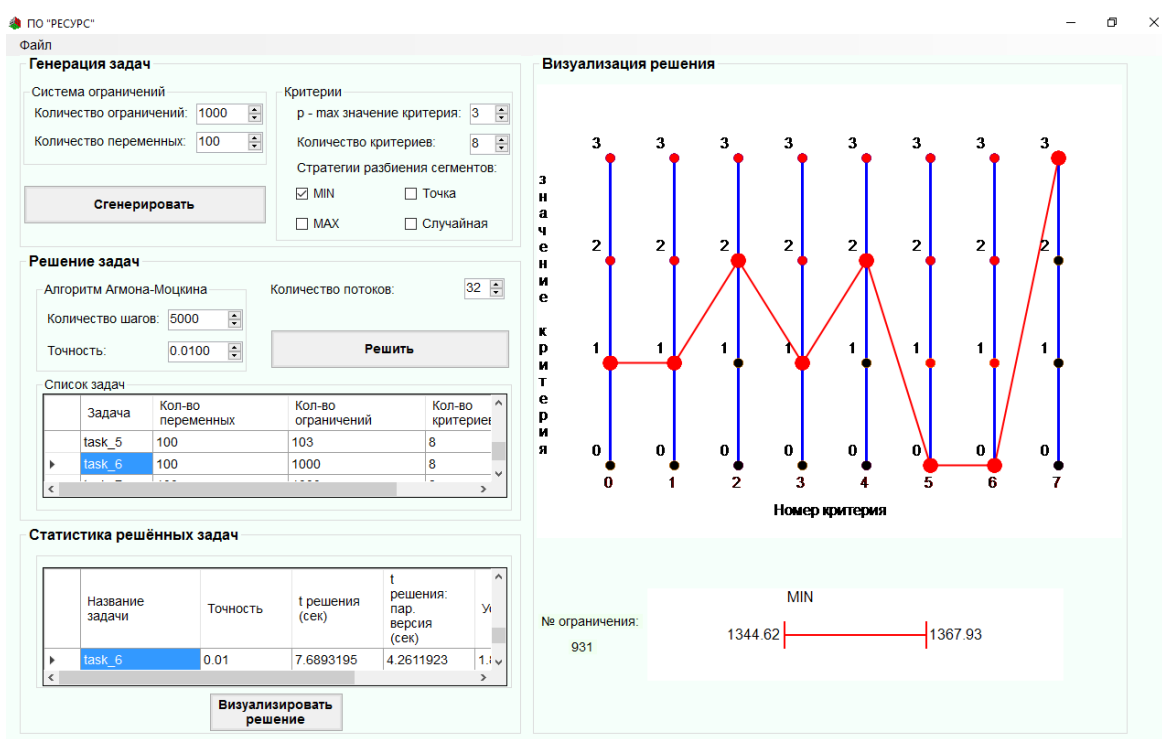
В разделе 3.5 разработана параллельная версия алгоритма поиска оптимальной вершины многомерного многозначного куба. Использование параллельного алгоритма позволяет сократить время решения задачи в  $O(\log_2 n)$  раз, где  $n$  – количество доступных процессоров.

В главе 4 рассматривается созданное диалоговое программное средство и приводятся результаты его работы.

В разделе 4.1 рассматривается назначение и структура разработанного программного обеспечения «ПО РЕСУРС», приводится обзор его возможностей и системные требования.

В разделе 4.2 описан типовой сценарий решения задачи распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями с использованием «ПО РЕСУРС». Разработанное программное обеспечение предоставляет возможность сохранять и считывать в оперативную память ЭВМ данные, параметры и характеристики, необходимые для решения конкретной прикладной задачи или генерировать задачи рассматриваемого класса с учетом задаваемых параметров, а также получать решение при указанных пользователем исходных данных и параметрах работы алгоритма решения.

На Рисунке 1 представлен интерфейс программного обеспечения.



**Рисунок 1. Интерфейс разработанного программного обеспечения**

В разделе 4.3 приводятся примеры решения многокритериальных задач распределения ресурсов в иерархических сетевых структурах с затратами и поглощениями с использованием созданного программного средства.

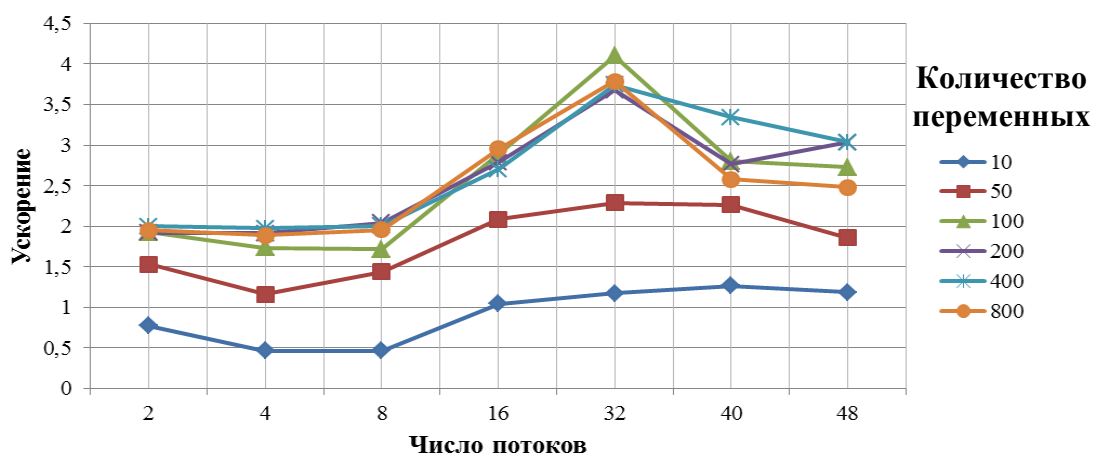
Для анализа параллельной версии алгоритма поиска оптимальной вершины многомерного многозначного куба были решены задачи распределения ресурсов с полными поглощениями и кусочно-постоянными функциями затрат со следующими характеристиками: количество ограничений системы – 200, количество критериев  $q_0 = 10$ ,  $p = 3$ . В Таблице 1 представлены результаты

вычислительных экспериментов, где  $n$  – количество переменных,  $t$  – время выполнения последовательного алгоритма (сек).

$n$	$t$ , сек	Ускорение параллельного алгоритма						
		2 потока	4 потока	8 потоков	16 потоков	32 потока	40 потоков	48 потоков
10	0.143	0.775	0.463	0.467	1.043	1.170	1.265	1.184
50	0.991	1.529	1.160	1.440	2.086	2.291	2.263	1.859
100	8.739	1.924	1.735	1.714	2.888	4.100	2.803	2.728
200	31.826	1.917	1.914	2.040	2.787	3.674	2.762	3.035
400	26.526	1.998	1.972	2.008	2.704	3.740	3.340	3.035
800	45.332	1.952	1.889	1.958	2.956	3.788	2.576	2.481

**Таблица 1. Результаты вычислительных экспериментов**

Анализируя полученные результаты (см. Рисунок 2), отметим, что применение параллельного алгоритма при небольшом количестве переменных нецелесообразно. Наибольшее ускорение достигается при 32 запускаемых потоках, при этом полученные результаты с учетом вычислительных затрат на переключение контекста между потоками соответствуют теоретической оценке и подтверждают, что использование параллельной версии алгоритма существенно уменьшает время решения задач достаточно большой размерности.



**Рисунок 2. Зависимость ускорения параллельного алгоритма от числа потоков и количества переменных**

В Таблице 2 приведены результаты решения задач планирования процесса изготовления интегральных схем с субмикронными проектными нормами (ФГУП «ФНПЦ НИИС им. Ю.Е. Седакова» (г. Н. Новгород)). Для решения использовалась параллельная версия алгоритма поиска оптимальной вершины куба при условии, что  $p = 3$ . Число потоков выбрано равным 32 по количеству доступных логических процессоров в среде исполнения на используемой машине, а также в силу результатов вычислительных экспериментов (см. Рисунок 2).

Задача №	Количество переменных	Количество ограничений	Количество критериев	Время решения, часы:мин:сек
1	50000	51070	5	00:23:58
2	100000	101070	5	00:56:07
3	100000	102100	10	08:07:01
4	200000	202100	10	20:16:43
5	200000	201070	5	02:11:01
6	300000	301070	5	05:04:37
7	500000	501070	5	12:31:34

**Таблица 2. Результаты решения задач планирования производства**

Учитывая, что процедура планирования процесса производства интегральных схем осуществляется один раз на весь период планирования (месяц, квартал), а также принимая во внимание низкую стоимость вычислительных ресурсов в сравнении с экономическими последствиями неэффективного планирования производства, целесообразно использовать разработанное программное средство для решения прикладных задач достаточно большой размерности.

В **заключении** изложены основные научные и практические результаты диссертационной работы.

В **приложении** содержатся документы, подтверждающие апробацию и внедрение результатов работы.

### **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

1. Сформулирован новый класс задач распределения ресурсов с затратами и поглощениями.
2. Разработаны частные подмодели распределения ресурсов в иерархических системах с затратами и поглощениями, учитывающие специфические особенности целого ряда прикладных задач, таких как:
  - задачи транспорта газа, нефти и нефтепродуктов, тепловой энергии, производственная задача с отходами (случай частичного поглощения);
  - задача объёмно-календарного планирования для подразделений предприятия, многопродуктовая транспортная задача с промежуточными пунктами, задача переработки газового конденсата (случай полного поглощения).
3. Разработана общая математическая модель проблемы распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями. Проведено исследование построенных математических моделей.

4. В рамках построенных моделей поставлены многокритериальные задачи распределения ресурсов, заключающиеся в минимизации функций затрат на множестве допустимых вариантов распределения ресурсов. Для решения поставленных многокритериальных задач применены схемы компромисса.

5. Разработаны методы решения задач, описываемых построенной математической моделью.

- В случае лексикографического упорядочивания и кусочно-постоянных функций затрат разработан алгоритм решения поставленных задач (последовательная и параллельная версии), основанный на поиске на различных подмножествах вершин многомерного многозначного куба. Так как в основе предлагаемого алгоритма лежит процесс проверки на совместность системы, описывающей ограничения на допустимые значения распределяемого ресурса, разработаны алгоритмы (более эффективные по сравнению с общими методами исследования моделей данного класса) проверки совместности для некоторых частных подмоделей распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями.

- В случае аддитивной схемы компромисса и линейных функций затрат разработан алгоритм решения задачи распределения ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с частичными поглощениями.

6. Разработана диалоговая программная система решения рассматриваемых задач. Проведены вычислительные эксперименты, показывающие применимость разработанных алгоритмов при решении большеразмерных прикладных задач. Разработанное программное средство апробировано на задачах, возникающих в практике планирования и оперативного управления реальными предприятиями.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### **Публикации в изданиях, входящих в Перечень ВАК РФ:**

1. Прилуцкий, М.Х. Иерархические системы древовидной структуры с затратами [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Кулакович (Колосовская) // Системы управления и информационные технологии. – Воронеж. – 2015. – № 2(60). – С. 61–67.

2. Прилуцкий, М.Х. Распределение ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с горизонтальными и вертикальными связями [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Кулакович (Колосовская) // Системы управления и информационные технологии. – Воронеж. – 2015. – № 3.1(61). – С. 166–171.

3. Прилуцкий, М.Х. Распределение ресурсов в иерархических системах транспортного типа с интервальными значениями критериев оптимальности [Электронный ресурс] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Колосовская // Электронный журнал «Инженерный вестник Дона». – 2015. – № 3. – Режим доступа: [http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_163\\_prilutskii\\_kolosovskaia.pdf\\_23fc160a08.pdf](http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_163_prilutskii_kolosovskaia.pdf_23fc160a08.pdf)

#### **Учебные пособия:**

4. Прилуцкий, М.Х. Распределение ресурсов в иерархических системах транспортного типа с интервальными значениями критериев оптимальности [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.Х. Прилуцкий, У.С. Колосовская. – Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского. – 2015. – 22 с. – Режим доступа: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/Pril.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Pril.pdf)

#### **Публикации в других изданиях, трудах и материалах конференций:**

5. Кулакович (Колосовская), У.С. Распределение ресурсов в древовидных иерархических структурах с затратами [Текст] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Сборник трудов V Всероссийской студенческой научно-технической конференции «Прикладная информатика и математическое моделирование». – М.: Издательство МГУП им. И. Федорова, 2011. – С. 24–32.

6. Кулакович (Колосовская), У.С. Распределение ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с затратами [Электронный ресурс] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Электронный журнал «Исследовано в России». – 2012. – № 13. – С. 139–147.

7. Кулакович (Колосовская), У.С. Распределение однородного ограниченного ресурса в иерархических сетевых структурах [Текст] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Сборник трудов VI Всероссийской студенческой научно-технической конференции «Прикладная информатика и математическое моделирование». – М.: Издательство МГУП им. И. Федорова, 2012. – С. 44–52.

8. Прилуцкий, М.Х. Распределение ресурсов в сетевых структурах с активными элементами с использованием параллельной вычислительной среды [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Кулакович (Колосовская) // Сборник «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы XII Всероссийской конференции» / под ред. проф. В.П. Гергеля. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2012. – С. 335–336.

9. Кулакович (Колосовская), У.С. Распределение однородного ограниченного ресурса в иерархических системах линейной структуры [Текст] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Материалы XXIII Всероссийской научно-практической конференции по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ-2013». – Н. Новгород: Изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2013. – С. 147–149.
10. Prilutskii, M. Hierarchical tree structure systems with costs [Text] / M. Prilutskii, U. Kulakovich (Колосовская) // Proceedings of the International Conference «Numerical Computations: Theory and Algorithms» (Falerna (CZ), Italy). – Cosenza: Luigi Pellegrini Editore, 2013. – P. 89.
11. Прилуцкий, М.Х. Многокритериальное распределение однородного ограниченного ресурса в иерархических системах с использованием параллельной вычислительной среды [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Кулакович (Колосовская) // Сборник «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы XIII Всероссийской конференции» / под ред. проф. В.П. Гергеля. – Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. – С. 221–224.
12. Кулакович (Колосовская), У.С. Решение задач многокритериального распределения однородного ограниченного ресурса в иерархических системах на суперкомпьютере [Текст] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Труды Всероссийской конференции «Российские Чтения-конкурс памяти Нижегородских ученых». – Н. Новгород: ИПФ РАН, 2013. – С. 130–133.
13. Кулакович (Колосовская), У.С. Многокритериальные задачи распределения однородного ограниченного ресурса в иерархических системах сетевой структуры с затратами и поглощениями [Текст] / У.С. Кулакович (Колосовская) // Материалы XX Международной научно-технической конференции «Информационные Системы и Технологии (ИСТ-2014)». – Н. Новгород: Изд-во НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2014. – С. 304–305.
14. Прилуцкий, М.Х. Распределение ресурсов в транспортных системах с горизонтальными связями [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Колосовская // Труды Всероссийской конференции с международным участием «Интеллектуальные информационные системы». – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017. – Ч.2. – С. 18–22.

15. Колосовская, У.С. Программные средства решения задач распределения ресурсов в иерархических системах с затратами [Текст] / У.С. Колосовская // Труды Всероссийской конференции с международным участием «Интеллектуальные информационные системы». – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017. – Ч.2. – С. 78–82.

16. Колосовская, У.С. Аддитивная и лексикографическая схемы компромисса для многокритериальной задачи распределения ресурсов в иерархических системах сетевой структуры с затратами и поглощениями [Текст] / У.С. Колосовская // Материалы XVIII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям. – Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2017. – С. 77–78.

**Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:**

17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017662959. Программное обеспечение решения задач распределения ресурсов в иерархических системах с поглощениями «ПО РЕСУРС» [Текст] / М.Х. Прилуцкий, У.С. Колосовская // Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ Федеральной службы по интеллектуальной собственности от 20.11.2017.

**В работах, опубликованных в соавторстве, лично соискателю принадлежат:**

- в [1] – разработка математической модели проблемы распределения ресурсов в иерархических системах древовидной структуры с частичными поглощениями;
- в [2, 14] – разработка математической модели проблемы распределения ресурсов с горизонтальными связями;
- в [3-4] – постановка оптимизационной задачи в случае возникновения дополнительных условий функционирования и разработка алгоритма её решения;
- в [8, 11] – разработка параллельной схемы алгоритма решения поставленной оптимизационной задачи;
- в [10] – разработка алгоритма решения поставленной оптимизационной задачи;
- в [1, 2, 10] – разработка алгоритма проверки на совместность системы ограничений рассматриваемой задачи.

Подписано в печать 15.03.2018. Формат 60x84<sup>1</sup>/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ 124.