МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»
(НГТУ)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

_______________ А.А. Куркин

« 30 » мая 20 22 г.

ПРОГРАММА

вступительных испытаний по специальной дисциплине
для поступающих в аспирантуру

Научная специальность: 1.1.6 Вычислительная математика

Нижний Новгород, 2022

Программа вступительного испытания по специальной дисциплине разработана в соответствии с паспортом научной специальности 1.1.6.

Вопросы к вступительному испытанию в аспирантуру по научной специальности 1.1.6

I. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1.1 Непрерывность функций одной и многих переменных, свойства непрерывных функций. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
1.2. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций. Криволинейные координаты на многообразии.
1.3. Первообразная, определенный интеграл. Формула Ньютона, условия интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции.
1.4. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства, компактность. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Принцип сходимости Коши, теорема Бэра.
1.5. Гильбертово пространства. Изоморфизм L2 и l2. Сходимость в среднем. Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье.
1.6. Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма.
1.7. Линейное пространства, их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронкера-Капелли.
1.8. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
1.9. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задание матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы, и собственные значения, присоединенные векторы, Жорданова форма матриц
1.10. Нормированные и эвклидовы пространства. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные, унитарные и самосопряженные преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.
1.11. Аффинные преобразования Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.
1.12. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизмах.
1.13. Дифференциальное уравнение и система уравнений в нормальной форме. Теорема о существовании и единственности решения. Непрерывная зависимость решения от параметров и начального условия. Понятие устойчивости по Ляпунову.
1.14. Динамические системы, их особенности, инвариантные многообразия, траектории. Предельные множества. Особые точки системы

дифференциальных уравнений на плоскости и их классификация. Предельные циклы.
1.15. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Фундаментальная матрица линейной системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского и формула Лиувилля. Общее решение уравнений с постоянными коэффициентами. метод вариации произвольных постоянных.
1.16. Линейные уравнения в частных производных второго порядка. Их классификация. Задача Дирихле и Неймана для оператора Лапласа. Задача Коши для уравнения струны. Первая краевая задача и задача Коши для уравнения теплопроводности.
1.17. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
1.18. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.
1.19. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.
1.20. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты. Применение к вычислению интегралов.
1.21. Простейшие задачи вариационного исчисления и оптимального управления. Уравнение Эйлера-Лангража и принцип максимума. Геодезические линии на поверхности. Интерполяционные и сглаживающие сплайны.
1.22. Дифференциальные формы на многообразиях. Общая теорема Стокса. Следствия для векторных полей в трехмерном пространстве. Дивергенция. Вихрь.
1.23. Простейшие задачи вариационного исчисления и оптимального управления. Уравнение Эйлера-Лангража и принцип максимума. Геодезические линии на поверхности. Интерполяционные и сглаживающие сплайны.
1.24. Дифференциальные формы на многообразиях. Общая теорема Стокса. Следствия для векторных полей в трехмерном пространстве. Дивергенция. Вихрь.

II. ЭЛЕМЕНТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

2.1. Основные понятия теории разностных схем. Аппроксимация, устойчивость, сходимость к решению. . Методы решения сеточных уравнений и систем. решение трех-диагональных систем методом прогонки.
2.2. Численные методы линейной алгебры (метод Зейделя, метод Гаусса, выбор главных элементов), численные методы в задачах на собственные значения. Итерационные методы решения нелинейных уравнений метод Ньютона, метод градиентного спуска, продолжение по параметру).
2.3. Разностные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Эйлера, методы Рунге-Кутта). Простейшие методы решения краевой задачи для уравнения 2-го порядка.

2.4. Разностные методы для уравнений с частными производными. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности. Метод характеристик и псевдовязкости для уравнений одномерной нестационарной газовой динамики в переменных Лагранжа.
2.5. Методы типа Галеркина для дифференциальных уравнений и вариационных задач.

Список литературы

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: Наука, Т. 1-4, 1974.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965. 431 с.
3.Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1971.
4. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970. 280 с.
5. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979. 392 с.
6. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексной переменной. М.: Наука,1977. 444 с.
7. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматлит, 1961. 288 с.
8.Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976. 543 с.
9. Погорелов А.В. Элементарная геометрия. М.: Наука, 1969.
10. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного. Части 1-2. М.: Наука, 1969
11. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного. Часть 3. М.: Наука, 1970
12. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
13. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 420 с.
14. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980. 400 с.
15. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1975.
16. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М. Наука.1980.