

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Нижегородский государственный технический университет

им. Р.Е. Алексеева»

Кафедра «Производственная безопасность, экология и химия»

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕХНОГЕННЫЙ РИСК

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

по дисциплине «Надежность технических систем и техногенный риск»

для студентов направления подготовки 20.03.01 (240800.62)

«Техносферная безопасность» всех форм обучения

Нижегород 2015

УДК 676.08

Гейко И.В. Надежность технических систем и техногенный риск. Методические рекомендации к практическим занятиям. – Нижний Новгород: ФГБОУ НГТУ, 2015. – 31 с.

Утверждено на заседании кафедры “Производственная безопасность, экология и химия”, протокол № 2 от 22.09.15 г.

© Гейко И.В., 2015

© ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет», 2015

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Надежность технических систем и техногенный риск» изучает пути и методы наиболее эффективного использования технологического оборудования, а также обеспечения надежности его работы.

1.1. Целью изучения дисциплины является приобретение студентами знаний и навыков по расчету характеристик надежности работы технологического оборудования.

1.2. Задачи изучения дисциплины.

Изучив дисциплину, студент должен:

1.2.1. Иметь представление об основных терминах и понятиях повышения надежности работы технологического оборудования.

1.2.2. Знать общие и специальные критерии надежности технических систем, основы обработки и анализа статистических данных по надежности оборудования, вопросы оптимального резервирования элементов технологических установок, принципы инженерного проектирования с учетом надежности.

1.2.3. Уметь рассчитывать основные характеристики надежности работы элементов технологического оборудования по статистическим данным об их отказах, определять надежность системы при различном соединении ее элементов, определять среднее время восстановления и показатели ремонтпригодности. Владеть инженерными методами повышения надежности работы технических систем промышленных предприятий.

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Введение. Предмет и назначение дисциплины. Общие понятия теории надежности. Основные показатели надежности оборудования. Показатели надежности, характеризующие свойства безотказности: отказ, время безотказной работы, время наработки на отказ, частота отказов, интенсивность отказов. Показатели надежности, характеризующие свойство ремонтпригодности: время восстановления, интенсивность восстановления, средняя длительность ремонта, ремонтпригодность. Показатели надежности, характеризующие свойство долговечности оборудования: средний ресурс, полный ресурс. Комплексные показатели надежности: коэффициент готовности, коэффициент простоя.

2.2. Элементы теории вероятностей. Дискретная и непрерывная случайная величина. Функции распределения случайной величины, плотность распределения, математическое ожидание и дисперсия, квантили и доверительный интервал. Законы теории вероятностей. Вероятность безотказной работы и интенсивность отказов при известных законах распределения наработки на отказ. Нормальное распределение, логарифмическое распределение, экспоненциальное распределение. Распределение Пуассона. Оценка параметров надежности по эмпирическим данным.

2.3. Система как совокупность элементов. Ремонтируемые и неремонтируемые элементы. Надежность неремонтируемых элементов. Экспоненциальное распределение как статистическая модель для времени безотказной работы элемента. Интенсивность отказов, среднее время наработки на отказ. Эмпирические методы оценки этих величин.

2.4. Ремонтируемые элементы. Поток отказов, интенсивность потока отказов. Распределение Пуассона как статистическая модель для оценки надежности ремонтируемых элементов. Среднее время восстановления и показатели ремонтпригодности.

2.5. Надежность системы соединений элементов. Нерезервированные системы. Последовательное соединение элементов. Резервированные системы. Параллельное включение элементов. Сложные системы. Характеристики надежности сложных систем.

2.6. Аварийность промышленных установок. Причины отказов блоков. Обработка и анализ статистических данных по надежности технологического оборудования. Статистики отказов элементов систем: насосов, теплообменников, труб, арматур и т.п. Расчет характеристик надежности агрегатов. Оценка показателей надежности блоков технологического оборудования. Разработка компонентной схемы блока технологического оборудования. Разбивка системы на подсистемы. Расчет показателей готовности подсистем. Средства повышения надежности блоков технологического оборудования.

2.7. Методы повышения надежности сложных систем. Резервирование и секционирование как способы повышения надежности работы устройств. Резервирование питательных насосов блоков технологического оборудования. Эффективность блочной компоновки технологического оборудования. Решение прикладных задач.

В процессе усвоения дисциплины «Надежность технических систем и техногенный риск» студенты выполняют контрольную работу, состоящую из контрольных вопросов и индивидуальных задач.

ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

Контрольная работа состоит из ответов на 2 контрольных вопроса по курсу «Надежность технических систем и техногенный риск» и решения 7-ми задач: 3-х любых задач на определение количественных характеристик надежности (задание №1), 2-х любых задач на аналитическое определение количественных характеристик надёжности изделия (задание №2) и 2-х любых задач на последовательное соединение элементов в систему (задание №3).

Варианты контрольных вопросов указаны в приведенной ниже таблице. Номер варианта соответствует последней цифре шифра студента. Задачи снабжены методическими указаниями к их решению.

Ответы на контрольные вопросы должны быть краткими, но исчерпывающими, решения задач должны сопровождаться их объяснением, графики и

структурные схемы для расчета надежности следует приводить на отдельных листах.

	Последняя цифра шифра студента									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номера контрольных вопросов	3	4	6	5	7	9	11	2	1	6
	13	18	17	10	16	14	18	8	15	12

ПЕРЕЧЕНЬ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Понятие отказа оборудования. Виды отказов
2. Средства защиты от отказов.
3. Законы распределения случайных величин. Нормальное распределение. Экспоненциальное распределение как статистическая модель для времени безотказной работы оборудования.
4. Дайте определение следующих показателей надежности: вероятности безотказной работы, вероятности отказа, среднего времени наработки на отказ, интенсивности отказов оборудования.
5. Напишите формулы, по которым рассчитываются на практике по статистическим данным об отказах перечисленные в предыдущем вопросе характеристики.
6. Дайте определение следующих показателей надежности ремонтируемого оборудования: среднего времени восстановления, интенсивности восстановления, коэффициента готовности оборудования.
7. Напишите формулы, по которым определяются на практике по статистическим данным об отказах перечисленные в предыдущем вопросе характеристики.
8. Средства контроля отказов.
9. Способы структурного резервирования.
10. Система с последовательным соединением элементов. Расчет показателей надежности.
11. Система с параллельным соединением элементов. Расчет показателей надежности.
12. Виды резервирования систем.
13. Приведите формулы для расчета показателей надежности систем при резервировании с постоянно включенным резервом и целой кратностью резервирования.
14. Приведите формулы для расчета показателей надежности систем при резервировании с постоянно включенным резервом и дробной кратностью резервирования.
15. Средства предупреждения отказов.
16. Мероприятия, методы и средства обеспечения надежности технических систем на стадии эксплуатации технических систем.

17. Мероприятия, методы и средства обеспечения надежности технических систем на стадии проектирования технических систем.

18. Мероприятия, методы и средства обеспечения надежности технических систем на стадии изготовления технических систем.

Задание № 1

Определение количественных характеристик надежности по статистическим данным об отказах изделия.

Теоретические сведения

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением

$$P^*(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

где $n(t)$ - число изделий, не отказавших к моменту времени t ; N - число изделий, поставленных на испытания; $P^*(t)$ - статистическая оценка вероятности безотказной работы изделия.

Для вероятности отказа по статистическим данным справедливо соотношение

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (1.2)$$

где $N - n(t)$ - число изделий, отказавших к моменту времени t ; $q^*(t)$ - статистическая оценка вероятности отказа изделия.

Частота отказов по статистическим данным об отказах определяется выражением

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.3)$$

где $\Delta n(t)$ - число отказавших изделий на участке времени $(t, t + \Delta t)$; $f^*(t)$ - статистическая оценка частоты отказов изделия; Δt - интервал времени.

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

где $n(t)$ - число изделий, не отказавших к моменту времени t ; $\Delta n(t)$ - число отказавших изделий на участке времени $(t, t + \Delta t)$; $\lambda^*(t)$ - статистическая оценка интенсивности отказов изделия, Δt - интервал времени.

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

где t_i - время безотказной работы i -го изделия; N - общее число изделий, поставленных на испытания; m_t^* - статистическая оценка среднего времени безотказной работы изделия.

Для определения m_t^* по формуле (1.5) необходимо знать моменты выхода из строя всех N изделий. Можно определять m_t^* из уравнения

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cp.i} \quad (1.6)$$

где n_i - количество вышедших из строя изделий в i -ом интервале времени;

$t_{cp.i} = (t_{i-1} + t_i)/2$; $m = t_k/t$; $t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} - время начала i -го интервала; t_i - время конца i -го интервала; t_k - время, в течение которого вышли из строя все изделия; t - интервал времени.

Дисперсия времени безотказной работы изделия по статистическим данным определяется формулой

$$D_t^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t^*)^2 \quad (1.7)$$

где D_t^* - статистическая оценка дисперсии времени безотказной работы изделия.

Решение типовых задач

Задача 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 3000 час. отказало 80 ламп. Требуется определить $P^*(t)$, $q^*(t)$ при $t = 3000$ час.

Решение. В данном случае $N = 1000$; $n(t) = 1000 - 80 = 920$; $N - n(t) = 1000 - 920 = 80$. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

$$q^*(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$$

или $q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08$.

Задача 1.2. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп, а за интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты отказов электронных ламп в промежутке времени 3000 - 4000 час.

Решение. В данном случае $N = 1000$; $t = 3000$ час; $t = 1000$ час; $\Delta n(t) = 50$; $n(t) = 920$.

По формулам (1.3) и (1.4) находим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} / \text{час}$$

Задача 1.3. На испытание поставлено $N = 400$ изделий. За время $t = 3000$ час отказало 200 изделий, т.е. $n(t) = 400 - 200 = 200$. За интервал времени $(t, t + t)$, где $t = 100$ час, отказало 100 изделий, т.е. $\Delta n(t) = 100$. Требуется определить $P^*(3000)$, $P^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

Решение. По формуле (1.1) находим

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0.5,$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0.25.$$

Используя формулы (1.3) и (1.4), получим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-3} \quad (1/\text{час})$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \quad (1/\text{час})$$

Задача 1.4. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i -го изделия): $t_1=280$ час; $t_2=350$ час; $t_3=400$ час; $t_4=320$ час; $t_5=380$ час; $t_6=330$ час.

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Решение. По формуле (1.5) имеем

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330}{6} = \frac{2060}{6} = 343,3 \quad \text{час.}$$

Задача 1.5. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 7 отказов. Время восстановления составило:

$t_1=12$ мин.; $t_2=23$ мин.; $t_3=15$ мин.; $t_4=9$ мин.; $t_5=17$ мин.; $t_6=28$ мин.; $t_7=25$ мин.; $t_8=31$ мин. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры m_{te}^* .

Решение.

$$m_{te}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{12 + 23 + 15 + 9 + 17 + 28 + 25 + 31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \quad \text{мин.}$$

Задача 1.6. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл. 1.1. Требуется определить m_e^* .

Таблица 1.1

t_i , час.	n_i	t_i , час.	n_i	t_i , час.	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0		
25-30	6	55-60	0		

Решение. В данном случае

$$t_{\Phi 1} = 2,5; t_{\Phi 2} = 7,5; t_{\Phi 3} = 12,5; t_{\Phi 4} = 17,5; t_{\Phi 5} = 22,5; t_{\Phi 6} = 27,5; t_{\Phi 7} = 32,5; t_{\Phi 8} = 37,5; t_{\Phi 9} = 42,5; \\ t_{\Phi 10} = 47,5; t_{\Phi 11} = 52,5; t_{\Phi 12} = 57,5; t_{\Phi 13} = 62,5; t_{\Phi 14} = 67,5; t_{\Phi 15} = 72,5; t_{\Phi 16} = 77,5; N = 45; m = 16.$$

Используя формулу (1.6), получим

$$m_t^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i \cdot t_{\Phi i} = \frac{1 \cdot 2,5 + 5 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + \dots}{45}$$

$$\frac{+3 \cdot 37,5 + 0 \cdot 42,5 + 1 \cdot 47,5 + 0 \cdot 52,5 + 0 \cdot 57,5 + 3 \cdot 62,5 + 3 \cdot 67,5 + 3 \cdot 72,5 + 1 \cdot 77,5}{45} = 31,7$$

ч.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.7. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. За интервал времени 4000 - 4100 час. отказало ещё 20 изделий. Требуется определить $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.8. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. Требуется определить $p^*(t)$ и $q^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.9. В течение 1000 час из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000 - 1100 час. отказал еще один гироскоп. Требуется определить $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=1000$ час.

Задача 1.10. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп. За интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить $p^*(t)$ и $q^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.11. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=1300$ час. вышло из строя 288 штук изделий. За последующий интервал времени 1300-1400 час. вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=1300$ час. и $t=1400$ час.; $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=1300$ час.

Задача 1.12. На испытание поставлено 45 изделий. За время $t=60$ час. вышло из строя 35 штук изделий. За последующий интервал времени 60-65 час. вышло из строя еще 3 изделия. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=60$ час. и $t=65$ час.; $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=60$ час.

Задача 1.13. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования, которые прошли предварительную 80-часовую приработку, получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл. 1.2. Необходимо определить m_i^* .

Таблица 1.2.

t_i , час.	n_i	t_i , час.	n_i	t_i , час.	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0		
20-30	8	50-60	1		

Задача 1.14. На испытание поставлено 8 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i -го изделия):

$t_1=560$ час.; $t_2=700$ час.; $t_3=800$ час.; $t_4=650$ час.; $t_5=580$ час.; $t_6=760$ час.; $t_7=920$ час.; $t_8=850$ час.
Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Задача 1.15. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зарегистрировано 6 отказов. Время восстановления составило: $t_1=15$ мин.; $t_2=20$ мин.; $t_3=10$ мин.; $t_4=28$ мин.; $t_5=22$ мин.; $t_6=30$ мин.

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры $^{***}t_e^*$.

Задача 1.16. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=11000$ час. вышло из строя 410 изделий. За последующий интервал времени 11000-12000 час. вышло из строя еще 40 изделий. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=11000$ час. и $t=12000$ час., а также $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=11000$ час.

Задание № 2

Аналитическое определение количественных характеристик надёжности изделия.

Теоретические сведения

Выпишем формулы, по которым определяются количественные характеристики надёжности изделия

$$p(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right) = 1 - \int_0^t f(t) dt, \quad (2.1)$$

$$q(t) = 1 - p(t); \quad (2.2)$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}; \quad (2.3)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}; \quad (2.4)$$

$$m_t = \int_0^{\infty} p(t) dt, \quad (2.5)$$

где $p(t)$ - вероятность безотказной работы изделия на интервале времени от 0 до t ; $q(t)$ - вероятность отказа изделия на интервале времени от 0 до t ; $f(t)$ -частота отказов изделия или плотность вероятности времени безотказной работы изделия T ;

$\lambda(t)$ - интенсивность отказов изделия; m_t - среднее время безотказной работы изделия.

Формулы (2.1) - (2.5) для экспоненциального закона распределения времени безотказной работы изделия примут вид

$$p(t) = e^{-\lambda t}; \quad (2.6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad (2.7)$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; \quad (2.8)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda; \quad (2.9)$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.10)$$

Формулы (2.1) - (2.5) для нормального закона распределения времени безотказной работы изделия примут вид

$$p(t) = 0,5 - \Phi(U); \quad U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}; \quad (2.11)$$

$$q(t) = 0,5 + \Phi(U); \quad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{-\frac{v^2}{2}} dv; \quad (2.12)$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}; \quad \varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{v^2}{2}}; \quad (2.13)$$

$$\lambda(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma(t)} \cdot \frac{1}{0,5 - \Phi(U)}, \quad (2.14)$$

где $\Phi(U)$ - функция Лапласа, обладающая свойствами

$$\Phi(0)=0; \quad (2.15)$$

$$\Phi(-U) = -\Phi(U); \quad (2.16)$$

$$\Phi(\infty)=0,5. \quad (2.17)$$

Значения функции Лапласа приведены в приложении П.7.13 [1] .

Значения функции (U) приведены в приложении П.7.17 [1] .

Здесь m_t - среднее значение случайной величины T; σ_t^2 - дисперсия случайной величины T; T- время безотказной работы изделия.

Формулы (2.1) - (2.5) для закона распределения Вейбулла времени безотказной работы изделия имеют вид

$$p(t) = e^{-at^k}; \quad (2.18)$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k}; \quad (2.19)$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t); \quad (2.20)$$

$$\lambda(t) = akt^{k-1}; \quad (2.21)$$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k} \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{\alpha^{\frac{1}{k}}}, \quad (2.22)$$

где a,k - параметры закона распределения Вейбулла. $\Gamma(x)$ - гамма-функция, значения которой приведены в приложении П.7.18 [1] .

Формулы (2.1) - (2.5) для закона распределения Релея времени безотказной работы изделия имеют вид

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.23)$$

$$q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.24)$$

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.25)$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^2}; \quad (2.26)$$

$$m(t) = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad (2.27)$$

где t - мода распределения случайной величины T; T - время безотказной работы изделия.

Решение типовых задач.

Задача 2.1. Время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону распределения с параметром $\lambda=2.5 \cdot 10^{-5}$ 1/час.

Требуется вычислить количественные характеристики надежности элемента $p(t), q(t), f(t), m_t$ для $t=1000$ час.

Решение. Используем формулы (2.6), (2.7), (2.8), (2.10) для $p(t), q(t), f(t), m_t$.

1. Вычислим вероятность безотказной работы:

$$p(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2.5 \cdot 10^{-5} t}$$

Используя данные таблицы П.7.14 [1] получим

$$p(1000) = e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0.025} = 0.9753$$

2. Вычислим вероятность отказа $q(1000)$. Имеем

$$q(1000) = 1 - p(1000) = 0.0247$$

3. Вычислим частоту отказов

$$f(t) = \lambda(t)p(t) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t}; \quad f(1000) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 0.9753 = 2.439 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час.}$$

4. Вычислим среднее время безотказной работы

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ час.}$$

Задача 2. 2. Время работы элемента до отказа подчинено нормальному закону с параметрами $m_t = 8000$ час, $\sigma_t = 2000$ час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности $p(t), f(t), \lambda(t), m_t$ для $t = 10000$ час.

Решение. Воспользуемся формулами (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) для $p(t), f(t), \lambda(t), m_t$.

1. Вычислим вероятность безотказной работы

$$p(t) = 0.5\Phi(U); \quad U = (t - m_t)/\sigma_t;$$

$$U = (10000 - 8000)/2000 = 1; \quad \Phi(1) = 0.3413;$$

$$p(10000) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587.$$

2. Определим частоту отказа $f(t)$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_t} \cdot \exp\left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right]$$

Введем обозначение

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}}; \quad \varphi(-U) = \varphi(U)$$

Тогда

$$f(t) = \varphi(U)/\sigma_t; \quad U = (t - m_t)/\sigma_t;$$

$$f(10000) = \varphi(1)/2000 = 0.242/2000 = 12.1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час.}$$

3. Рассчитаем интенсивность отказов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = f(t)/p(t);$$

$$\lambda(10000) = f(10000)/p(10000) = 12.1 \cdot 10^{-5} / 0.1587 = 76.4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час.}$$

4. Среднее время безотказной работы элемента

$$m_t = 8000 \text{ час.}$$

Задача 2.3. Время работы изделия до отказа подчиняется закону распределения Релея. Требуется вычислить количественные характеристики надежности изделия $p(t), f(t), \lambda(t), m_t$ для $t = 1000$ час, если параметр распределения $\tau = 1000$ час.

Решение. Воспользуемся формулами (2.23), (2.25), (2.27), (2.26) для $p(t), f(t),$

$m_t, \lambda(t)$.

1. Вычислим вероятность безотказной работы $p(t)$

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right);$$

$$p(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = e^{-0.5} = 0.606.$$

2. Определим частоту отказа $f(t)$

$$f(t) = tp(t)/t^2;$$

$$f(1000) = 1000 \cdot 0.606 / 1000^2 = 0.606 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

3. Рассчитаем интенсивность отказов

$$\lambda(t) = t/t^2;$$

$$\lambda(1000) = 1000 / 1000^2 = 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

4. Определим среднее время безотказной работы изделия

$$m_t = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1.253 = 1253 \text{ час.}$$

Задача 2.4. Время безотказной работы изделия подчиняется закону Вейбулла с параметрами $k=1.5$; $a=10^{-4}$ 1/час, а время работы изделия $t=100$ час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности изделия $p(t), f(t), \lambda(t), m_t$.

Решение. 1. Определим вероятность безотказной работы $p(t)$ по формуле (2.18). Имеем

$$p(t) = \exp(-at^k); p(100) = \exp(-10^{-4} 100^{1.5}); x = 100^{1.5};$$

$$\lg x = 1,5 \lg 100 = 3; x = 1000; p(100) = e^{-0.1} = 0,9048.$$

2. Определим частоту отказов $f(t)$

$$f(t) = akt^{k-1} p(t);$$

$$f(100) = 10^{-4} 1,5 100^{0.5} 0,9048 = 1,3510^{-3} \text{ 1/час.}$$

3. Определим интенсивность отказов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = f(t)/p(t);$$

$$\lambda(100) = f(100)/p(100) = 1,3510^{-3} / 0.9048 = 1,510^{-3} \text{ 1/час.}$$

4. Определим среднее время безотказной работы изделия m_t

$$m_t = \frac{1}{k} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{1/k}} = \frac{1}{1,5} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{1,5}\right)}{(10^{-4})^{1/1,5}} = \frac{0,666 \cdot \Gamma(0,666)}{10^{-2,666}}$$

Так как $z\Gamma(z) = \Gamma(z+1)$, то

$$m_t = \frac{\Gamma(1,666)}{10^{-2,666}};$$

$$x = 10^{-2,666}; \lg x = -2,666; \lg 10 = -2,666 = \bar{3},333; x = 0,00215.$$

Используя приложение П.7.18 [1], получим

$m_t = 0,90167/0,00215 = 426$ час.

Задача 2.5. В результате анализа данных об отказах аппаратуры частота отказов получена в виде

$$f(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Требуется определить количественные характеристики надежности: $p(t)$, $f(t)$, m_t .

Решение. 1. Определим вероятность безотказной работы. На основании формулы (2.1) имеем

$$\begin{aligned} p(t) &= 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \left[\int_0^t c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^t c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt \right] = 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} \Big|_0^t - c_2 e^{-\lambda_2 t} \Big|_0^t \right] = \\ &= 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_1 - c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_2 \right] = 1 - (c_1 + c_2) + c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}. \end{aligned}$$

Вычислим сумму $C_1 + C_2$ Так как $\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$, то

$$\int_0^{\infty} c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^{\infty} c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt = c_1 + c_2 = 1$$

Тогда

$$P(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}$$

2. Найдем зависимость интенсивности отказов от времени по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}$$

3. Определим среднее время безотказной работы аппаратуры. На основании формулы (2.5) будем иметь

$$m_t = \int_0^{\infty} p(t) dt = c_1 \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} dt + c_2 \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}$$

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 2.6. Вероятность безотказной работы автоматической линии изготовления цилиндров автомобильного двигателя в течении 120 час равна 0.9. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется рассчитать интенсивность отказов и частоту отказов линии для момента времени $t=120$ час., а также среднее время безотказной работы.

Задача 2.7. Среднее время безотказной работы автоматической системы управления равно 640 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение 120 час., частоту отказов для момента времени $t=120$ час и интенсивность отказов.

Задача 2.8. Время работы изделия подчинено нормальному закону с параметрами $m_t = 8000$ час., $\sigma_t = 1000$ час. Требуется вычислить количественные характеристики надежности $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t для $t=8000$ час.

Задача 2.9. Время безотказной работы прибора подчинено закону Релея с параметром $\sigma_t = 1860$ час. Требуется вычислить $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 1000$ час и среднее время безотказной работы прибора.

Задача 2.10. Время исправной работы скоростных шарикоподшипников подчинено закону Вейбулла с параметрами $k=2,6$; $a= 1,65*10^{-7}$ 1/час.

Требуется вычислить количественные характеристики надежности $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t=150$ час. и среднее время безотказной работы шарикоподшипников.

Задача 2.11. Вероятность безотказной работы изделия в течение $t=1000$ час. $P(1000)=0,95$. Время исправной работы подчинено закону Релея. Требуется определить количественные характеристики надежности $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Задача 2.12. Среднее время исправной работы изделия равно 1260 час. Время исправной работы подчинено закону Релея. Необходимо найти его количественные характеристики надежности $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t=1000$ час.

Задача 2.13. В результате анализа данных об отказах изделия установлено, что частота отказов имеет вид $f(t)=2e^{-t}(1-e^{-t})$. Необходимо найти количественные характеристики надежности $P(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Задача 2.14. В результате анализа данных об отказах изделий установлено, что вероятность безотказной работы выражается формулой $P(t)=3e^{-t}-3e^{-2t}+e^{-3t}$.

Требуется найти количественные характеристики надежности $P(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Задача 2.15. Определить вероятность безотказной работы и интенсивность отказов прибора при $t = 1300$ часов работы, если при испытаниях получено значение среднего времени безотказной работы $m_t=1500$ час. и среднее квадратическое отклонение $\sigma_t= 100$ час.

Задание №3

Последовательное соединение элементов в систему.

Теоретические сведения

Соединение элементов называется последовательным, если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы. Система последовательно соединенных элементов работоспособна тогда, когда работоспособны все ее элементы.

Вероятность безотказной работы системы за время t определяется формулой

$$P_c(t) = P_1(t) * P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t), \quad (3.1) \quad \text{где } P_i(t) - \text{вероятность безотказной работы } i\text{-го элемента за время } t.$$

Если $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_c(t) = P^n(t). \quad (3.2)$$

Выразим $P_c(t)$ через интенсивность отказов $\lambda_i(t)$ элементов системы.

Имеем:

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right) \quad (3.3)$$

или

$$P_c(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_c(t) dt\right), \quad (3.4)$$

где

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t). \quad (3.5)$$

Здесь $\lambda_i(t)$ - интенсивность отказов i -го элемента; $\lambda_c(t)$ - интенсивность отказов системы. Вероятность отказа системы на интервале времени $(0, t)$ равна

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n \lambda_i(t). \quad (3.6)$$

Частота отказов системы $f_c(t)$ определяется соотношением

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} \quad (3.7)$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} \quad (3.8)$$

Среднее время безотказной работы системы:

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt. \quad (3.9)$$

В случае экспоненциального закона надежности всех элементов системы имеем

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const} \quad (3.10)$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda_c \quad ; \quad (3.11)$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t) \quad ; \quad (3.12)$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} \quad ; \quad (3.13)$$

$$f_c(t) = \lambda_c * e^{-\lambda_c t} \quad ; \quad (3.14)$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t} \quad ; \quad (3.15)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad ; \quad (3.16)$$

$$m_{ti} = \frac{1}{\lambda_i} \quad , \quad (3.17)$$

где m_{ti} - среднее время безотказной работы i -го элемента.

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета, возводить их в степень и извлекать корни. При значениях $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнять по следующим приближенным формулам:

$$\left. \begin{aligned} P_1(t)P_2(t)\dots P_n(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t), \\ P_i^n(t) &= 1 - Nq_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} &= 1 - q_i(t) / n, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

где $q_i(t)$ -- вероятность отказа i -го элемента.

Решение типовых задач

Задача 3.1. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна $\lambda_1=0,16*10^{-3}$ 1/час = const. Интенсивности отказов двух электромеханических устройств линейно зависят от времени и определяются следующими формулами

$$\lambda_2=0,23*10^{-4}t \text{ 1/час}, \lambda_3=0,06*10^{-6}t^{2,6} \text{ 1/час}.$$

Необходимо рассчитать вероятность безотказной работы изделия в течение 100 час.

Решение. На основании формулы (3.3) имеем

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0,23*10^{-4} \frac{t^2}{2} + 0,06*10^{-6} * \frac{t^{3,6}}{3,6}\right)\right].$$

Для $t=100$ час

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0,16*10^{-3} * 100 + 0,23*10^{-4} * \frac{100^2}{2} + 0,06*10^{-6} * \frac{100^{3,6}}{3,6}\right)\right] \approx 0,33$$

Задача 3.2. Система состоит из трех блоков, среднее время безотказной работы которых равно : $m_{t1}=160$ час; $m_{t2}=320$ час; $m_{t3}=600$ час.

Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Решение. Воспользовавшись формулой (3.17) получим

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160}; \lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320}; \lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

Здесь λ_i - интенсивность отказов i -го блока. На основании формулы (3.11) имеем

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0,011 \text{ 1/час}.$$

Здесь λ_c - интенсивность отказов системы.

На основании формулы (3.16) получим:

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,011} \approx 91 \text{ час}.$$

Задача 3.3. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{cp}=0,32*10^{-6}$ 1/час. Требуется определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc} , для $t=50$ час.

Здесь $P_c(t)$ - вероятность безотказной работы системы в течение времени t ;

$q_c(t)$ - вероятность отказа системы в течение времени t ;

$f_c(t)$ - частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы;

m_{tc} - среднее время безотказной работы системы.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$$\lambda_c = \lambda_{cp} * n = 0,32 * 10^{-6} * 12600 = 4,032 * 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Из (3.13) имеем

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}; P_c(50) = e^{-4,032 * 0,001 * 50} = 0,82.$$

Из (3.15) получим

$$q_c(t) = 1 - P_c(t) = \lambda_c P_c(t); q_c(50) = 1 - P_c(50) = 0,18.$$

Из (3.14) имеем

$$f_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = \lambda_c P_c(t); f_c(50) = 4,032 * 10^{-3} * 0,82 = 3,28 * 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Из (3.16) получим

$$m_{tc} = 1 / \lambda_c = 1 / (4,032 * 10^{-3}) \text{ час.}$$

Задача 3.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени $t = 100$ час равны: $P_1(100) = 0,95$; $P_2(100) = 0,97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы изделия:

$$P_c(100) = P_1(100) * P_2(100) = 0,95 * 0,97 = 0,92.$$

Найдем интенсивность отказов изделия, воспользовавшись формулой

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}$$

или

$$P_c(100) = 0,92 = e^{-\lambda_c 100}.$$

По таблице П.7.14[1] имеем

$$\lambda_c * 1000,083 \text{ или } \lambda_c = 0,83 * 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Тогда

$$m_{tc} = 1 / \lambda_c = 1 / (0,83 * 10^{-3}) = 1200 \text{ час.}$$

Задача 3.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t) = 0,9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из $n = 100$ таких же элементов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна $P_c(t) = P^n(t) = (0,9997)^{100}$.

Вероятность $P_c(t)$ близка к единице, поэтому для ее вычисления воспользуемся формулой (3.18). В нашем случае $q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0,9997 = 0,0003$.

Тогда $P_c(t) = 1 - nq(t) = 1 - 100 * 0,0003 = 0,97$.

Задача 3.6. Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_c(t) = 0,95$.

Система состоит из $n = 120$ равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение. Очевидно, что вероятность безотказной работы элемента будет $P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}$.

Так как $P(t)$ близка к единице, то вычисления $P(t)$ удобно выполнить по формуле (3.18).

В нашем случае $q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Тогда

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0,05}{120} \approx 0,9996.$$

Задача 3.7. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{cp} = 0,32 * 10^{-6}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение $t = 50$ час.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$$\lambda_c = \lambda_{cp} * n = 0,32 * 10^{-6} * 12600 = 4,032 * 10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Тогда на основании (3.13)

$$P_c(t) = e^{-\lambda c t}$$

или

$$P_c(50) = e^{-4,032 * 0,001 * 50} = 0,82.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.8. Аппаратура связи состоит из 2000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{cp} = 0,33 * 10^{-5}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течении $t = 200$ час и среднее время безотказной работы аппаратуры.

Задача 3.9. Невосстанавливаемая в процессе работы электронная машина состоит из 200000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda = 0,2 * 10^{-6}$ 1/час . Требуется определить вероятность безотказной работы электронной машины в течении $t = 24$ часа и среднее время безотказной работы электронной машины.

Задача 3.10. Система управления состоит из 6000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{cp} = 0,16 * 10^{-6}$ 1/час. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течении $t = 50$ час и среднее время безотказной работы.

Задача 3.11. Прибор состоит из $N = 5$ узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна: $P_1(t)=0,98$; $P_2(t)=0,99$; $P_3(t)=0,998$; $P_4(t)=0,975$; $P_5(t)=0,985$. Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

Задача 3.12. Система состоит из пяти приборов, среднее время безотказной работы которых равно: $m_{t1}=83$ час; $m_{t2}=220$ час; $m_{t3}=280$ час; $m_{t4}=400$ час; $m_{t5}=700$ час . Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы системы.

Задача 3.13. Прибор состоит из пяти блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени $t = 50$ час равна: $P_1(50)=0,98$; $P_2(50)=0,99$; $P_3(50)=0,998$; $P_4(50)=0,975$; $P_5(50)=0,985$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы прибора.

Перечень литературы

Основная литература

1. Акимов В.А. Надежность технических систем и техногенный риск. - Москва: Деловой экспресс, 2002.

Дополнительная литература

1. Половко А.М. Основы теории надежности. - СПб.; БХВ-Петербург. 2006г.

2. Острейковский В.А. Теория надежности. - М., Высшая школа, 2003г.

3. Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. - М.; Наука, 1982г.

4. Статистические задачи отработки систем и таблицы для расчетов показателей надежности. Под ред. Судакова Р.С. - М.; Высшая школа. 1975г.

5. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. Учебник для вузов. - М.; Высшая школа. 1985г.

6. Сборник задач по теории надежности. Под ред. А.М. Маликова.- М.; Советское радио. 1972г.

Справочно-информационная литература

1. ГОСТ 27.002-83. Надежность в технике. Термины и определения.