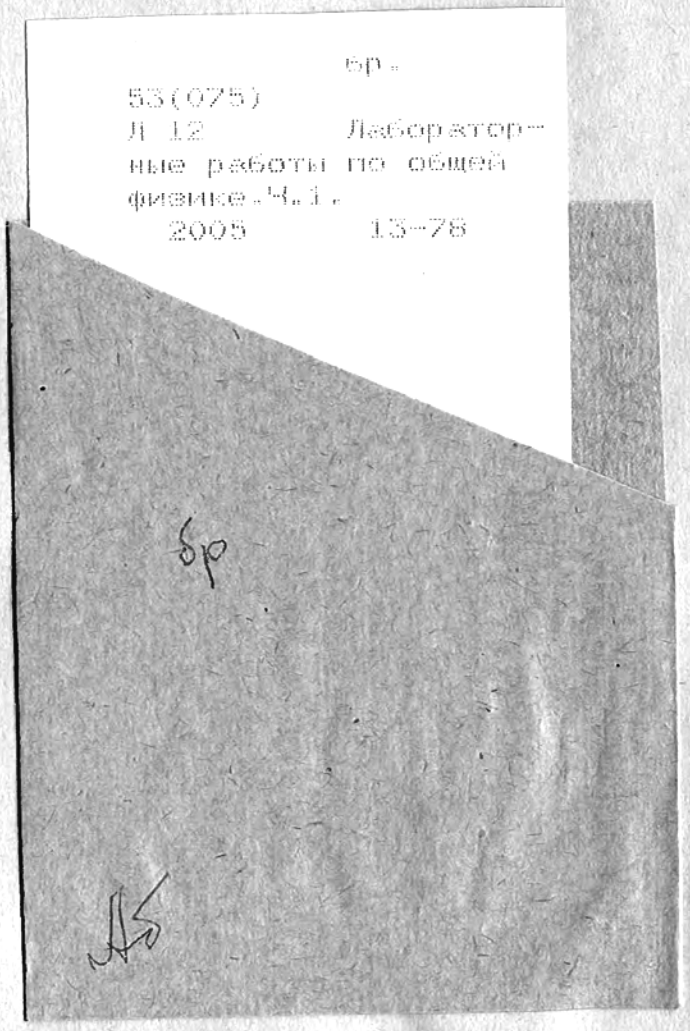
53(075)
Л-12

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

ЧАСТЬ 1

Нижний Новгород 2005


бр.
53(075)
Л 12 Лабораторные работы по общей физике.-Ч.1.
2005 13-78
бр
Л5

53(075)
Л-12

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Часть 1

БИБЛИОТЕКА
НГТУ

Нижний Новгород 2005

Лабораторные работы по общей физике. Ч. 1 / НГТУ. Н. Новгород, 2005. 122 с.: ил.

Описания лабораторных работ, заключенные в данный сборник, охватывают следующие разделы из механики, молекулярной физики и термодинамики:

1. Кинематика и динамика поступательного и вращательного движения.
2. Законы сохранения в механике.
3. Газовые законы, первое и второе начала термодинамики.
4. Неравновесные системы. Явление переноса.

В сборник включены также методические указания по статистической обработке результатов измерений, расчет погрешностей и образцы планов оформления отчетов по некоторым лабораторным работам.

Настоящий сборник необходим студентам всех специальностей и для успешного освоения материала должен стать настольной книгой каждого первокурсника.

Научный редактор С. Б. Раевский

Редактор И. И. Морозова

© Нижегородский государственный технический университет, 2005

СОДЕРЖАНИЕ

I. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума..... 5
2. Лабораторная работа № I-2. Определение модуля Юнга..... 3I
3. Лабораторная работа № I-2I. Механический удар..... 4I
4. Лабораторная работа № I-3. Определение момента инерции твердых тел методом трифилярного подвеса..... 47
5. Лабораторная работа № I-8. Изучение основного закона динамики вращательного движения..... 63
6. Лабораторная работа № I-9. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного физического маятника. Измерение моментов инерции этого маятника..... 77
7. Лабораторная работа № I-I4. Изучение законов идеального газа и определение показателя адиабаты..... 85
8. Лабораторная работа № I-22. Изучение фазовых превращений первого рода на примере плавления олова..... 95
9. Лабораторная работа № I-23. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул газа... I07
I0. Примерный образец плана отчета..... II9

УДК 53:519.2(075.5)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В ЛАБОРАТОРИЯХ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

В.И.Голубев, Г.Д.Павлова , В.П.Савченко

Студенты знакомятся с элементами теории погрешностей, с приемами статистической обработки результатов прямых и косвенных измерений, с графическими методами обработки результатов. В приложениях приведены конкретные примеры расчета погрешностей.

Введение

Физика- экспериментальная наука. Это значит, что установление и проверка физических законов осуществляется путем накопления и сопоставления экспериментальных данных.

Цель физического практикума заключается в изучении на опыте основных физических явлений путем измерения физических величин, математической обработки и оценки достоверности результатов этих измерений.

I. Основные понятия и определения теории погрешностей

Изучаемый в эксперименте физический объект (явление) характеризуется набором взаимосвязанных между собой физических величин, отражающих качественно и количественно свойства этого объекта (явления).

Измерить какую-либо величину - это значит узнать, сколько раз заключается в ней однородная с ней величина, принятая за единицу меры с помощью специально предназначенных для этого измерительных приборов.

Все измерения делятся на прямые и косвенные.

Прямые, или непосредственные измерения производятся с помощью приборов, градуированных в единицах измеряемой величины.

Косвенные измерения получают путем расчета по формуле, в которую входят одна или несколько непосредственно измеряемых величин.

При измерении длины, температуры, силы тока и т.д. мы получаем не истинное их значение, а лишь приближенную величину, содержащую некоторую погрешность.

Одной из задач математической обработки результатов эксперимента является вычисление приближенного значения измеряемой величины с возможно меньшей погрешностью.

Погрешности разделяются на три группы: промахи, систематические и случайные погрешности.

1.1. Промах - заведомо неправильный результат отдельного измерения, резко отличающийся по своей величине от остальных тождественных измерений. Промахи могут появиться вследствие неправильного отсчета по прибору, неверной записи результата, грубой неточности в юстировке приборов, нарушения условий, в

которых производится опыт и т.д.

1.2. Систематические погрешности вызываются причинами, действующими одинаковым образом при многократных повторениях одних и тех же измерений. Величина этих ошибок одинакова во всех измерениях, выполняемых одним и тем же методом с помощью одних и тех же измерительных приборов. Причины систематических погрешностей могут быть самые разнообразные: например, положение нуля термометра не соответствует нулевой температуре, стрелка амперметра не стоит на нуле при отсутствии тока в цепи и т.д. Само собой разумеется, что увеличение числа измерений влияния этих ошибок не уменьшит. Их можно избежать, если следить за исправностью приборов, критически относясь к самим методам измерений, строго придерживаясь выработанных практикой правил выполнения работы. Такие погрешности могут быть исключены введением соответствующих поправок (например, на «сбитый» нуль).

Погрешность прибора $\delta x_{пр}$, определяемая его точностью, также является систематической погрешностью. Об оценке и учете которой будет сказано ниже.

1.3. Случайные погрешности обусловливаются большим числом случайных причин, действующих при каждом отдельном измерении неизвестным заранее образом. Одной из таких причин является неточность отсчетов, которую совершенно непроизвольно может внести любой экспериментатор из-за несовершенства человеческих органов чувств. Другими причинами могут быть, например, случайные сотрясения фундамента здания в момент производства отсчета по прибору, небольшие колебания напряжения в сети, меняющаяся сила трения в подвижных частях прибора и т.д. Введение поправок здесь принципиально невозможно. Однако производя многократные измерения и используя теорию вероятностей, можно рассчитать наиболее вероятное значение измеряемой величины и ее случайную погрешность. Итак, случайные погрешности подчиняются вполне определенным законам вероятности. Скажем, если при каком-нибудь измерении результат получился больше истинного, то при каком-то другом из последующих измерений столь же вероятно может получиться результат, на такую же величину меньше истинного. Для

конкретности предположим, что мы измерили некоторую величину x, истинное значение которой x_0 нам известно, n раз одним и тем же измерительным прибором и получили ряд значений

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n,$$

вообще говоря, отличающихся друг от друга и от x_0.

Набор всех возможных в данных условиях результатов измерений (значений $\{x_i\}$ где $i = 1, \ldots, n$), называется генеральной совокупностью. Эта совокупностьь может быт как угодно велика.

Отклонение отдельного результата измерения x_i от истинного значения x_0 называется погрешностью отдельного измерения $\Delta x_i = x_i - x_0$.

Опыт показывает, что при достаточно большом числе измерений ($n \to \infty$) положительные и отрицательные отклонения Δx_i встречаются одинаково часто, т.е. равновероятны. Поэтому из большого числа результатов измерений x_i, несомненно, ближе всего к истинному значению x_0 подойдет среднее арифметическое

$$\langle x_n \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum x_i. \qquad (1)$$

Установлено также, что x_i с малыми отклонениями от x_0 (или от $< x_n >$) встречаются чаще (более вероятны), чем x_i, сильно отличающиеся от x_0 (вероятность мала). Таким образом, для генеральной совокупности $\{x_i\}$ существует закон распределения по значениям измеряемых величин. Обычно это нормальный закон распределения Гаусса, изображенный на рис. 1. По вертикальной оси графика откладывается плотность вероятности распределения результатов измерений.

$$\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2x}}\,\ell^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2)$$

где σ - стандарт генеральной совокупности; по горизонтальной оси откладываются значения измеряемой величины x.3

При $x = x_0$ функция Гаусса имеет максимум. Это означает, что значения x, лежащие вблизи x_0, встречаются при измерениях наиболее часто, т.е. с наибольшей плотностью вероятности.

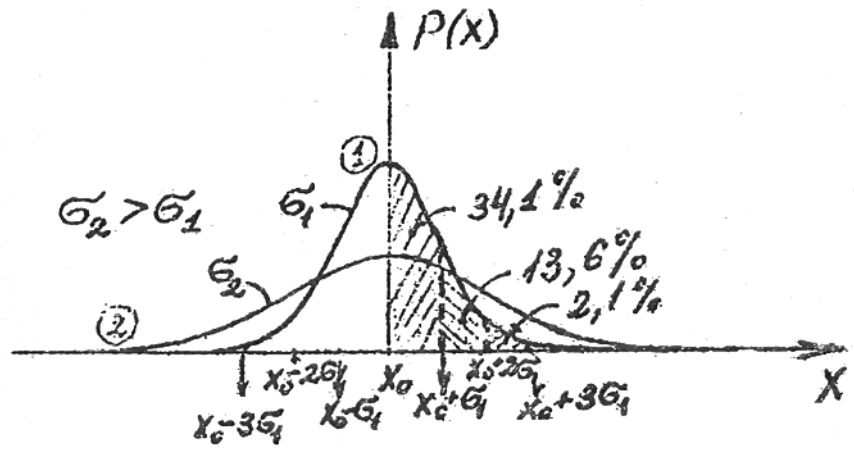


Рис. 1

Вероятность получения результата измерения в интервале, например, от x_0 до $x_0 + \sigma$ можно вычислит по формуле

$$p = \int_{x_0}^{x_0+\sigma} p(x)\,dx = 34{,}1\%, \qquad (3)$$

где $dp = p(x)dx$ – вероятность попадания x_i в интервал от x до $x + dx$ (см. на рис.1, площадь заштрихованной фигуры).

Стандарт генеральной совокупности σ или, по-другому, среднее квадратичное отклонение, количественно характеризующее рассеивание (разброс) результатов измерений относительно истинного значения x_0 (см. рис. 1), определяется по формуле

$$\sigma = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^2}. \qquad (4)$$

Чем больше σ, тем «шире» и «ниже» кривая Гаусса (кривая 2 на рис. 1). Величина σ характеризует качество процесса измерения и степень влияния на него случайных факторов.

На практике σ неизвестна, т.к. неизвестно x_0. Можно лишь найти ее приближенное значение, называемое выборочным средним квадратичным отклонением S.

Обычно экспериментатором производится конечное число измерений, в результате чего возникает ограниченный набор из значений величины x_i ($N \le n$), который представляет собой случайную выборку из генеральной совокупности. Число измерений N в выборке называется объемом выборки. По результатам обработки выборки можно узнать характеристики генеральной совокупности.

Найдем среднее выборочное или среднее арифметическое по формуле, аналогичной (1):

$$\langle x_N \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i, \tag{5}$$

где $< x_N > \to x_0$ при $N \to \infty$, т.е.

$$x_0 = \lim_{N \to \infty} \langle x_N \rangle.$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение

$$S_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \langle x_N \rangle)^2} \tag{6}$$

характеризует разброс результатов измерений относительно $< x_N >$ и является наилучшей оценкой σ.

Величина S^2_N называется выборочной дисперсией.

Средние значения $< x_N >$, получаемые в различных выборках одинакового объема N, будут отличаться друг от друга и от x_0. Они будут тоже распределены по нормальному закону (2) с параметром $\sigma_{\langle x_N \rangle}$ вместо σ, причем

$$\sigma_{\langle x_N \rangle} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение среднего определяется по формуле:

$$S_{\langle x_N \rangle} = \frac{S_N}{\sqrt{N}}. \tag{7}$$

Величина $S_{\langle x_N \rangle}$ характеризует разброс средних значений $< x_N >$ относительно x_0 в пределах ряда выборок объемом N.

Закон распределения результатов наблюдений позволяет количественно оценить величину доверительного интервала. Покажем это.

В интервал $\left[\langle x_N \rangle - S_{\langle x_N \rangle}, \langle x_N \rangle + S_{\langle x_N \rangle}\right]$, построенный относительно любого из $< x_N >$, полученных в серии выборок, истинное значение x_0 попадает с определенной вероятностью. Чем больше N, тем ближе $< x_N >$ к x_0 и указанная вероятность больше. Для увеличения этой вероятности при данном N (или не менять P при уменьшении N) можно расширить интервал $\left[\langle x_N \rangle - S_{\langle x_N \rangle}, \langle x_N \rangle + S_{\langle x_N \rangle}\right]$, взяв его равным

$$\left[\langle x_N \rangle - \Delta x_c, \langle x_N \rangle + \Delta x_c\right] \tag{8}$$

где $$\Delta x_c = S_{\langle x_N \rangle} \cdot t_{P,N}$$

называется случайной абсолютной погрешностью, $t_{p,N}$ – коэффициент Стьюдента $t = \left(\langle x_N \rangle - \langle x \rangle\right) / \left(S_{\langle x_N \rangle} \sqrt{N}\right)$, учитывающий конечное число измерений. Закон распределения t называется распределением Стьюдента (опубликовано У. С. Госсетом под псевдонимом «Студент»). Это распределение симметрично и внешне напоминает кривую нормального распределения, но максимум ее ниже. С увеличением N эти кривые сливаются. При выборке с $N < 30$ $t_{p,N}$ необходимо учитывать.

Коэффициент Стьюдента определяется по таблице 2, согласно наперед заданной вероятности P попадания истинного значения x_0 в интервал $< x_N > - \Delta x_C$, $< x_N > + \Delta x_C$ и числу N. Вероятность P в этом случае называется надежностью или доверительной вероятностью результата.

Оценку погрешности в обычных экспериментах производят при доверительной вероятности $P = 95\%$, а в особо ответственных случаях – при $P = 99\%$.

2. Статистическая обработка результатов прямых измерений

2.1. Выполняют N измерений какой-либо физической величины (время, длина и т.д.), результаты записывают в таблицу.

2.2. Оценивают погрешность приборов $\delta x_{пр.}$ (см. приложение I) и табличных величин (приложение 3), при ликвидации других систематических погрешностей, если они есть.

2.3. Из N измерений вычисляют среднее выборочное $\langle x_N \rangle$ по формуле (5).

2.4. Вычисляют выборочное среднее квадратичное отклонение S_N по формуле (6).

2.5. Проверяют результаты наблюдений на промахи следующим образом. Результат x_i, принадлежащий нормальному распределению, считается с вероятностью 95% промахом, если

$$|x_i - \langle x_N \rangle| \geqslant \alpha S_N, \qquad (9)$$

где α в зависимости от N принимает значения, приведенные в следующей табл. I.

Таблица I

N	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I5
α	1,4I	I,69	I,87	2,00	2,09	2,I7	2,24	2,29	2,34	2,39	2,49
N	20	30	I00								
α	2,62	2,80	3,20								

2.6. Исключив промахи, снова вычисляют среднее выборочное $\langle x_N \rangle$ по формуле (5) с измененным соответственно N.

2.7. Вычисляют среднее квадратичное отклонение по формуле (см. (6) и (7)

$$S_{\langle x_N \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum (x_i - \langle x_N \rangle)^2}; \qquad (I0)$$

Таблица 2

Коэффициенты Стьюдента

N \ P%	90	95	98	99
2	6,3I	I2,7I	3I,82	63,66
3	2,92	4,30	6,96	9,92
4	2,35	3,I8	4,54	5,84
5	2,I3	2,78	3,75	4,60
6	2,02	2,57	3,36	4,03
7	I,94	2,45	3,I4	3,7I
8	I,89	2,36	3,00	3,50
9	I,86	2,3I	2,90	3,36
I0	I,83	2,26	2,82	3,23
II	I,8I	2,23	2,76	3,I7
I2	I,80	2,20	2,72	3,II
I3	I,78	2,I8	2,68	3,05
I4	I,77	2,I6	2,65	3,0I
I5	I.76	2,I4	2,62	2,98
I6	I,75	2,I3	2,60	2,95
I7	I,75	2,I2	2,58	2,92
I8	I,74	2.II	2;57	2,90
I9	I,73	2,I0	2,55	2,88
20	I,73	2,09	2,54	2,86
60	I,67	2,00	–	2,66
I20	I,66	I,98	–	2,62
	I,65	I,96	2,33	2,58

здесь и далее N – объем выборки с исключенными промахами.

2.8. Задаваясь доверительной вероятностью P=0,9 ÷ 0,99, определяют по таблице (2) коэффициент Стьюдента $t_{P,N}$ и $t_{P,\infty}$.

2.9. Определяют абсолютную погрешность Δx по формуле

$$\Delta x = \sqrt{(t_{P,N} S\langle x_N\rangle)^2 + (\tfrac{1}{3} t_{P,\infty}\, \delta x_{пр})^2} \qquad (11)$$

в случае, если приборная и случайная погрешности одного порядка, т.е. при $\delta x_{пр} / S\langle x_N\rangle \simeq 1 \div 8$.

В предельных случаях:

1) если $\delta x_{пр} / S\langle x_N\rangle < 0{,}8$, то приборной погрешностью пренебрегают, тогда

$$\Delta x = \Delta x_c = t_{P,N} S\langle x_N\rangle$$

2) если $\delta x_{пр} / S\langle x_N\rangle > 8$, то пренебрегают случайной погрешностью, тогда

$$\Delta x = \delta x_{пр}.$$

2.10. Вычисляют относительную погрешность по формуле

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\langle x_N\rangle} \cdot 100\,\% . \qquad (12)$$

Относительная погрешность вводится для оценки точности измерений. Формула (12) удобна при сравнении точности измерений различных физических величин в одном эксперименте или одной величины разными приборами (или методами).

2.11. Округляют численные значения результата и погрешности, согласно прилож. 2.

2.12. Записывают окончательный результат в виде

$$x = \langle x\rangle \pm \Delta x, \quad P = \ldots\,\%, \quad \varepsilon_x = \ldots\,\% . \qquad (13)$$

3. Статистическая обработка результатов косвенных измерений

При косвенных измерениях результаты получаются путем вычисления по формулам, в которые входят результаты прямых измерений, табличные величины, справочные данные и т.д., определенные с конечной точностью (см.приложение 3).

Предположим, что мы определяем значение функции $\varphi(x, y, z, \ldots)$ от непосредственно измеряемых независимых величин (или найденных справочных, или заданных) x, y, z ...

Обозначим

$$\Phi_i = \Phi(x_i, y_i, z_i, \ldots). \qquad (14)$$

Пользуясь конкретным видом функции Ф и имеющимися значениями $x = \langle x\rangle \pm \Delta x$, $y = \langle y\rangle \pm \Delta y$, $z = \langle z\rangle \pm \Delta z$ ... необходимо оценить $\langle\Phi\rangle$ и величину погрешности $\Delta\Phi$, характеризующую разброс значений Φ_i относительно $\langle\Phi\rangle$. Для определения этих оценок удобно использовать два практически тождественных по результатам метода.

3.1. Метод выборок применяется в тех случаях, когда значения x_i, y_i, z_i, ... определяются из различных опытов и для данного i могут существенно отличаться от таких же величин для другого i. Статическое усреднение отдельных величин x, y, z, ... в этом случае не имеет смысла (см. приложение 4, пример 1). Тогда поступают следующим образом:

1. По формуле (14) определяют значения Φ_i для каждого опыта i.

2. По формуле (5) вычисляют среднее значение $\langle\Phi\rangle$.

3. Вычисляют абсолютную погрешность $\Delta\Phi$ так же, как в случае прямых измерений (см. пп. 2,4 – 2,9).

4. Вычисляют относительную погрешность по формуле, аналогичной (12):

$$\varepsilon_\Phi = \frac{\Delta\Phi}{\langle\Phi\rangle} 100\%. \qquad (15)$$

3.2. Метод, основанный на применении формулы полного дифференциала, используется в тех случаях, когда величины x_i, y_i, z_i, ... определяются из одного эксперимента и могут быть статистически обработаны до подстановки в формулу (14). Тогда среднее значение вычисляют по формуле

$$\langle\Phi\rangle = \Phi(\langle x\rangle, \langle y\rangle, \langle z\rangle, \ldots), \qquad (16)$$

а погрешности находят двумя способами (см. приложение 4. пример 2).

1 способ. На основании формулы полного дифференциала

$$d\Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial x}dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y}dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z}dz + \ldots \qquad (17)$$

и процедуры квадратичного усреднения для погрешности (с учетом того, что она достаточно мала) можно получить следующее выражение

$$\Delta\Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}\Delta z\right)^2 + \ldots} \qquad (18)$$

где индексы $\langle x\rangle$, $\langle y\rangle$, $\langle z\rangle$, … у частных производных указывают на то, что численные значения этих производных берутся при $x = \langle x\rangle$, $y = \langle y\rangle$, $z = \langle z\rangle$, а Δx, Δy, Δz, … - соответствующие погрешности прямых измерений или табличных, справочных величин. Формула (18) может применяться и тогда, когда значения N при измерениях x, y, z, … (например, за счет промахов) различны.

Зная абсолютную погрешность $\Delta\Phi$, легко найти относительную погрешность по формуле (12) и записать результат (13).

2 способ. Разделив обе части (18) на $\langle\Phi\rangle$ и учитывая, что

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\langle\Phi\rangle}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots} &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}\ln\Phi\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}, \\
\frac{1}{\langle\Phi\rangle}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots} &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial y}\ln\Phi\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}, \qquad (19) \\
\frac{1}{\langle\Phi\rangle}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots} &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial z}\ln\Phi\right)\Big|_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots}
\end{aligned}$$

и т.д., получим формулу для относительной погрешности

$$\varepsilon_\Phi = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial x}\ln\Phi\right)^2 \Delta x^2_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots} + \left(\frac{\partial}{\partial y}\ln\Phi\right)^2 \Delta y^2_{\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle,\ldots} + \ldots} \qquad (20)$$

Если функция Ф имеет логарифмируемый вид (независимые переменные входят как сомножители), то формула (20 приводит к более простым выкладкам, чем формула (18). В этом случае:

1. Выражение для Ф сначала логарифмируют (тем самым разделяют независимые переменные).

2. Затем берут частные производные по x, y, z, … и подставляют их значения при при $x = \langle x\rangle$, $y = \langle y\rangle$, $z = \langle z\rangle$ в формулу (20).

3. Определив ε_Φ, нетрудно найти и абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta\Phi = \frac{\varepsilon_\Phi \langle\Phi\rangle}{100\%}. \qquad (21)$$

3.3. Каким бы методом мы не пользовались выше, остается только записать окончательный результат с учетом правил округления (см. приложение 2):

$$\Phi = \langle\Phi\rangle \pm \Delta\Phi, \quad p = \ldots\%, \quad \varepsilon_\Phi = \ldots\%. \qquad (22)$$

4. Графические методы обработки результатов измерений

4.1. Для чего нужны графики

В экспериментальной физике графиками пользуются:

а) для наглядности, когда по таблицам экспериментальных данных трудно на глаз выявить характерные особенности изучаемых процессов и явлений (нарушение пропорциональности, экстремальные точки, периодичность и т.д.), а также когда требуется провести сравнение результатов измерений с теоретической кривой.

б) для установления ампирических соотношений между величинами, т.е. для нахождения функции $y = f(x)$ и определения ее параметров.

в) для графической интерполяции, т.е. определения промежуточных значений аргумента, при которых измерения не проводились. Интерполяция дает хорошие результаты для достаточно гладких кривых.

г) для графической экстраполяции, когда значение искомой величины, меняющейся по линейному закону, лежит за пределами проведенных измерений. При этом экспериментальную кривую продолжают в область, где измерения не проводились.

БИБЛИОТЕКА
НГТУ

4.2. Выбор масштаба и единиц измерений

Для построения графиков используются линейный, полулогарифмический и логарифмический масштабы, исходя из характера зависимости между откладываемыми на графиках величинами.

Линейный масштаб применяется для функций вида $y = kx + b$, полулогарифмический – для функций типа $y = a^x$ и логарифмический – для $y = x^p$.

При выборе масштаба следует руководствоваться следующими правилами:

а) масштаб должен быть простым, чтобы одно деление шкалы (например 1 см) соответствовало $1, 2, 5, 10, 10^2, 10^{-1}, 10^{-2}$ и т.д. единиц измеряемой величины;

б) масштаб по осям выбирается таким, чтобы точки не сливались друг с другом, а располагались с разумным интервалом;

в) в соответствии с масштабом график должен занимать все координатное поле, а пересечение координатных осей может не совпадать с нулевыми значениями координат. На рис. 2 приведены примеры правильного и неправильного выбора масштаба.

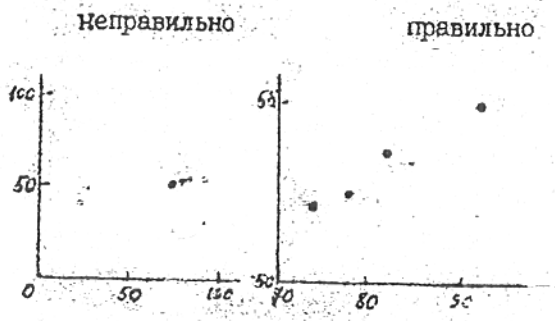


Рис. 2

На осях координат следует указывать название или символ величины, а десятичный множитель относить к единице измерения. Тогда деления на графике можно помечать цифрами 1, 2, 3...10, 20, 30..., а не 10000, 20000 и т.д. или 0,0001, 0,0002 и т.д.

Пример оформления результатов измерения приведен на рис. 3.

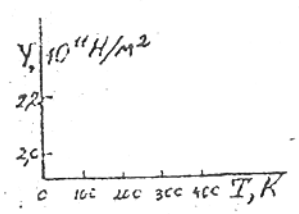


Рис. 3

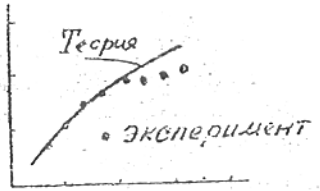


Рис. 4

4.3. Построение графика

а) Построение графика начинается с нанесения координатных осей. В физике принято по оси абсцисс откладывать значение аргумента, а по оси ординат – значения функции в соответствии с выбранным масштабом.

б) Экспериментальные данные изображаются на графиках в виде хорошо выделяющихся точек, через которые следует проводить наилучшую плавную кривую. Кривая проводится таким образом, чтобы точки отступали от нее не более чем на стандартную ошибку. (Соединять точки ломаной линией не следует, т.к. это свидетельствует о скачкообразном характере зависимости изучаемых величин, что маловероятно).

в) При наличии на графике теоретической кривой кривая через экспериментальные точки не проводится, чтобы не мешать прямому сравнению эксперимента с теорией (рис. 4).

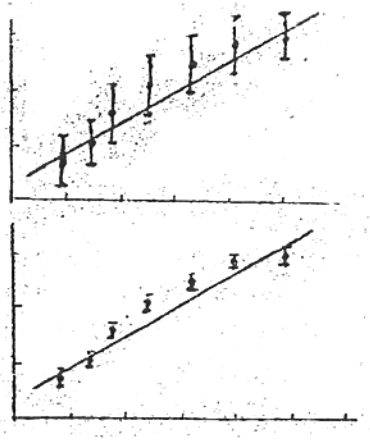
г) Экспериментальные данные, относящиеся к разным веществам или условиям эксперимента обозначаются различными значками (кружки, крестики, треугольники и пр.)

д) На график наносятся погрешности измерений, если от них может зависеть интерпретация результатов.

Погрешности указываются для одной или обеих измеряемых величин в виде отрезков, полуразмеры которых соответствуют величинам абсолютных погрешностей.

На рис. 5 приведены примеры влияния погрешностей на трактовку результатов измерений.

Недопустимо наносить на координатные оси точки, отражающие значения самих измеряемых величин!



– правильно

– неправильно

Рис. 5

5. ПРИЛОЖЕНИЕ I

ПРИБОРНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Погрешность измерительного прибора $\delta x_{пр}$ указывается либо в паспорте, либо непосредственно на самом приборе. Например, на микрометре указана погрешность 0,01 мм, на штангенциркуле – 0,05 или 0,1 мм.

Если погрешность измерения на приборе не указана, то она принимается равной половине цены наименьшего деления. Например, погрешность при измерении миллиметровой линейкой составляет 0,5 мм, погрешность при измерении температуры термометром с ценой деления $0,1^{\circ}C$ равна $0,05^{\circ}C$, погрешность при взвешивании соответствует половине веса наименьшей гирьки, при отсчете числа колебаний – половине одного колебания и т.д.

Погрешность стрелочных электроизмерительных приборов определяется несколько иначе. По ГОСТ 13600-68 существует 9 классов точности электроизмерительных приборов: 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Класс точности указан в правом нижнем углу шкалы прибора соответствующей цифрой в кружочке или в центре с указанием пределов измерения величины. Зная класс точности, можно найти приборную погрешность $\delta x_{пр}$. Например, если

класс точности вольтметра равен 0,5, а предел шкалы, по которой производится измерение напряжения – 75 В, то $\delta U / 75 = 0,5\%$, где $\delta x_{пр} = \delta U$. Откуда следует, что $\delta U = 75 \times 0,5 / 100 = 0,375$ В $\approx$ 0,4 В – приборная погрешность на шкале с пределом измерений 75 В. На другой шкале, например, 300 В, приборная погрешность

$$\delta U / 300 = 0,5\%, \quad \delta U = 300 \cdot 0,5 / 100 = 1,5 В \approx 2 В.$$

Из рассмотренных примеров видно, что приборная погрешность возрастает с увеличением предела измеряемой величины. Поэтому следует всегда пользоваться шкалой с наименьшим возможным пределом измерений.

Относительная погрешность измеряемой по прибору физической величины

$$\varepsilon_u = \frac{\delta U}{U_{изм}} \cdot 100\%.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРАВИЛА ОКРУГЛЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Точность измеряемых физических величин зависит не от количества значащих цифр, а от количества верных значащих цифр, которое определяется погрешностью.

В окончательном результате погрешность округляется, как правило, до одной значащей цифры в сторону ее увеличения. Само же измеряемая величина округляется с учетом общих правил округления. Причем последняя значащая цифра результата должна находиться в том же десятичном разряде, что и значащая цифра погрешности. Например, $t = (12,5 \pm 0,3)^{\circ} C$ или $\ell = (20,56 \pm 0,07)$ м. В промежуточных расчетах в погрешности оставляют две значащие цифры и соответственно округляют промежуточный результат.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ПОГРЕШНОСТИ СПРАВОЧНЫХ И ТАБЛИЧНЫХ ВЕЛИЧИН

Очень часто при вычислениях приходится пользоваться физическими величинами, взятыми из справочников и таблиц, например, число π, ускорение свободного падения g и т.д. Их погрешность принимается равной половине единицы последнего

десятичного разряда. Например, π =3.14 ± 0,005, g = (9.81 ± 0,005) м/с^2. При выборе точности (числа знаков) табличных данных необходимо руководствоваться тем, чтобы их относительная погрешность по порядку величины не отличалась значительно от относительной погрешности остальных физических величин, входящих в эту же формулу.

Если физическая величина, определяемая по таблице, сама является функцией другой физической величины (например, плотность жидкости ρ зависит от температуры t, показатель преломления стекла n – от длины световой волны λ и т.д.), то погрешности, допускаемые при измерении t или λ определяют, соответственно, погрешности $\Delta\rho$ и Δn. Например, чтобы вычислить погрешность для ρ воды при $t=(t_0 \pm \Delta t)^\circ C$, по таблице находят значения ρ при $t=t_0{}^\circ C$, $t=(t_0-1)^\circ C$ и $t=(t_0+1)^\circ C$. Затем вычисляют погрешность $\Delta\rho$ по формуле

$$\Delta\rho = \frac{|\rho_{t_0} - \rho_{t_0+1}| + |\rho_{t_0-1} - \rho_{t_0}|}{2} \Delta t .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ

П4.1. К работе I-I4. Определение $\frac{C_p}{C_v}$ воздуха методом Клемана-Дезорма.

В этой работе определяется коэффициент Пуассона

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2} ,$$

где h_1; h_2 – разности уровней жидкости в коленах U-образной трубки на разных этапах эксперимента. Для повышения точности определения коэффициента γ опыт проводится несколько раз и затем вычисляется среднее $\langle\gamma\rangle$. При этом абсолютная погрешность измерений h_1 и h_2 определяется в основном систематической погрешностью, которая равна двум половинам цены деления шкалы, так как для определения h необходимо отметить уровень жидкости в двух коленах манометрической трубки. Поскольку указанная шкала равномерна и каждый раз измеряется одна и та же величина γ при накачивании в колбу

различных количеств воздуха, погрешность измерения можно уменьшить путем повторных измерений одной и той же величины γ. Воспользовавшись методом выборок 3.I, определяют:

1) $\gamma_i = \frac{(h_1)_i}{(h_1)_i - (h_2)_i}$ (i =I,2,3,...);

2) среднее выборочное значение $\langle\gamma\rangle = \frac{1}{N}\sum \gamma_i$ по формуле (5);

3) доверительную погрешность по методике пп.2.4–2.9

$$\Delta\gamma = t_{p,N}\sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(\gamma_i - \langle\gamma\rangle)^2} ;$$

4) относительную погрешность

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\langle\gamma\rangle}\cdot 100\% ;$$

5) окончательный результат (с учетом правил округления – приложение 2) в виде

$$\gamma = \langle\gamma\rangle \pm \Delta\gamma , P = \cdots\% , \varepsilon_\gamma = \cdots\% .$$

П 4.2. К работе I-2I. Механический удар

В работе определяют скорости шарика до удара v_1 и после удара v_2 о металлическую плиту, время удара τ, среднюю силу удара $\bar{F}$, константу удара ($\varepsilon = v_2/v_1$) для различных начальных углов α_1.

Исходные данные

1. Длина нити $l \pm \Delta l$, м.
2. Масса шарика $m \pm \Delta m$, кг.
3. Ускорение свободного падения $g \pm \Delta g$, м/с^2.

Заданы приборные погрешности:

1. Для ЦИВ: $\delta\tau$ = ± 0,0I мкс.
2. Для шкалы отсчета углов: $\delta\alpha$ = ± I/2 цены деления шкалы.

Для каждого заданного угла α_1 измеряют N (N =I0) раз угол α_{2i} отскока шарика после удара и τ_i – время удара.

Тогда методика обработки результатов предлагается следующая.

П 4.2.1. Находят по формуле (5) среднее выборочное значение:

1) $\langle \alpha_2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \alpha_{2i}$;

2) $\langle \tau \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \tau_i$.

П 4.2.2. По формуле (16) находят средние значения функций:

1) $v_1 = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha_1}{2}$;

2) $\langle v_2 \rangle = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\langle \alpha_2 \rangle}{2}$,

3) $\langle \bar{F} \rangle^{*} = \frac{m(v_1 + \langle v_2 \rangle)}{\langle \tau \rangle}$;

4) $\langle \varepsilon \rangle = \frac{\langle v_2 \rangle}{v_1}$.

П 4.2.3. Расчет погрешностей исходных данных:

1) $l \pm \Delta l$, $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l} \cdot 100\%$;

2) $m \pm \Delta m$, $\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} \cdot 100\%$,

3) $g \pm \Delta g$, $\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%$,

Δg берут как описано в приложении 3.

П 4.2.4. Расчет погрешностей прямых измерений по методике 2.4 – 2.9. После того, как решен вопрос о промахах, выбирают общую для всех результатов доверительную вероятность $P = \ldots\ \%$ и для нее находят коэффициенты Стьюдента $t_{P,N} = \ldots$ и $t_{P,\infty} = \ldots$ по таблице 2.

---

* Здесь среднее по выборке обозначено, как и выше, скобками $\langle F \rangle$, а среднее по времени значение силы удара обозначено чертой над $\bar{F}$.

1) $\alpha_1 \pm \delta\alpha_1$, $\varepsilon_{\alpha_1} = \frac{\delta\alpha_1}{\alpha_1} \cdot 100\%$ - случай 3 из п. 2.9;

2) $\Delta\alpha_2 = \sqrt{\left(t_{p,N} S_{\langle \alpha_2 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} t_{p,\infty} \delta\alpha_2\right)^2}$ - случай 2 или 1 из п. 2.9, формула (11), где $S_{\langle \alpha_2 \rangle}$ считают по формуле (10)

$$S_{\langle \alpha_2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (\alpha_{2i} - \langle \alpha_2 \rangle)^2},$$

а $\delta\alpha_2$ берут такое же, как в предыдущем случае (для $\delta\alpha_1 = \delta\alpha$), так как шкала определения угла α одна и та же. Записывают с округлением результат

$$\alpha_2 = \langle \alpha_2 \rangle \pm \Delta\alpha_2, \quad \varepsilon_{\alpha_2} = \frac{\Delta\alpha_2}{\langle \alpha_2 \rangle} \cdot 100\%, \quad p = \ldots\%.$$

3. Аналогично вычисляют погрешности времени удара:

$S_{\langle \tau \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (\tau_i - \langle \tau \rangle)^2}$ по формуле (10);

$\Delta\tau = \sqrt{\left(t_{p,N} S_{\langle \tau \rangle}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} t_{p,\infty} \delta\tau\right)^2}$ по формуле (11);

$$\Delta\tau = \langle \tau \rangle \pm \Delta\tau, \quad \varepsilon_\tau = \frac{\Delta\tau}{\langle \tau \rangle} \cdot 100\%, \quad p = \ldots\%.$$

П 4.2.5. Расчет погрешностей косвенных измерений

1. Погрешности скорости $v_1 = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha_1}{2}$.

Все величины g, l, α_1 входят как сомножители, поэтому удобно воспользоваться вторым способом метода 3.2. Логарифмируют выражение v_1:

$$\ln v_1 = \ln 2 + \frac{1}{2}\ln g + \frac{1}{2}\ln l + \ln\sin\frac{\alpha_1}{2}.$$

Берут частные производные по g, l, α_1 и подставляют в формулу (20). Тогда

$$\varepsilon_{v_1} = \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_g^2 + \varepsilon_l^2 + \left(\operatorname{ctg}\frac{\alpha_1}{2}\Delta\alpha_1\right)^2},$$

где $\Delta\alpha_1$ выражена в радианах, а ε_g, ε_l ** уже найдены. Находят абсолютную погрешность $\Delta v_1 = \varepsilon_{v_1} v_1$ и записывают результат

$$v_1 = v_1 \pm \Delta v_1; \quad \varepsilon_{v_1} = ...\%.$$

2. Аналогично находят погрешности скорости $\langle v_2\rangle = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\langle\alpha_2\rangle}{2}$

$$\varepsilon_{v_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_g^2 + \varepsilon_l^2 + \left(\operatorname{ctg}\frac{\langle\alpha_2\rangle}{2}\cdot\Delta\alpha_2\right)^2},$$

где $\Delta\alpha_2$ выражено в радианах **.
Результат:

$$v_2 = \langle v_2\rangle \pm \Delta v_2, \quad \varepsilon_{v_2} = ...\%.$$

3. Погрешности константы удара $\langle\varepsilon\rangle = \frac{\langle v_2\rangle}{v_2}$

$$\ln\langle\varepsilon\rangle = \ln\langle v_2\rangle - \ln v_1,$$

$$\varepsilon_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{v_1}^2 + \varepsilon_{v_2}^2} \qquad \text{(по формуле 20),}$$

ε_{v_1} и ε_{v_2} - уже найдены выше,

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_\varepsilon \cdot \langle\varepsilon\rangle.$$

Результат: $\varepsilon = \langle\varepsilon\rangle \pm \Delta\varepsilon, \quad \varepsilon_\varepsilon = ...\%.$

4. Погрешности средней силы удара

$$\langle\overline{F}\rangle = \frac{m}{\langle\tau\rangle}(v_1 + \langle v_2\rangle);$$

$$\ln\langle\overline{F}\rangle = \ln m - \ln\langle\tau\rangle + \ln(v_1 + \langle v_2\rangle).$$

По формуле (20)** находят:

$$\varepsilon_{\overline{F}} = \sqrt{\varepsilon_m^2 + \varepsilon_{\langle\tau\rangle}^2 + \varepsilon_{(v_1+\langle v_2\rangle)}^2}.$$

** При расчете погрешностей проанализировать, какие величины дадут наибольший вклад в погрешности $\varepsilon_{\tau_1}, \varepsilon_{v_2}, \varepsilon_\varepsilon, \varepsilon_{\overline{F}}$; вкладом малых погрешностей пренебречь.

Здесь ε_m и $\varepsilon_{\langle\tau\rangle}$ уже найдены,

$$\varepsilon^2(v_1 + \langle v_2\rangle) = \frac{\Delta^2(v_1 + \langle v_2\rangle)}{(v_1 + \langle v_2\rangle)^2},$$

$\Delta^2(v_1 + \langle v_2\rangle)$ вычисляют по способу 1 метода 3.2. По формуле (18) находят:

$$\Delta^2(v_1 + \langle v_2\rangle) = (\Delta v_1)^2 + (\Delta v_2)^2,$$

а Δv_1 и Δv_2 уже найдены. Рассчитав $\Delta^2(v_1 + \langle v_2\rangle)$, $\varepsilon^2(v_1 + \langle v_2\rangle)$, находят ε_F, а затем и $\Delta\overline{F} = \varepsilon_F - \langle\overline{F}\rangle$.
Результат:

$$\overline{F} = \langle\overline{F}\rangle \pm \Delta F, \quad \varepsilon_F = ...\%.$$

Такую процедуру обработки экспериментальных данных следует повторить для различных углов α_1 (по заданию преподавателя).

Далее результаты эксперимента с учетом погрешностей (см. раздел 4) отразить на графиках зависимостей $\tau(v_1)$; $\overline{F}(v_1)$; $\varepsilon(v_1)$ на миллиметровой бумаге.

6. Оформление протокола измерений при выполнении лабораторной работы

Во время работы в лаборатории студент заполняет протокол измерений, в котором содержатся все экспериментальные данные, полученные при выполнении конкретной лабораторной работы. Оформить его можно один на двоих (если работу делают двое студентов на одной установке) с целью экономии «лабораторного» времени, следующим образом:

1. Лабораторная работа № _____

2. Название работы.

3. Фамилии студентов, выполнявших работу.

4. Исходные данные, необходимые для проведения эксперимента и расчета его результатов.

5. Табличные величины и параметры установки, приведенные в описании к лабораторной работе или на рабочем месте.

6. Спецификация приборов и инструментов. Указать класс точности измерительных приборов, предельные значения измеряемых величин

и т.д. Эти данные будут использованы при оценке погрешностей измерений.

7. Таблица измерений, в которую следует внести аккуратным образом все полученные экспериментальные данные прямых измерений.

После выполнения лабораторной работы протокол измерения проверяется и подписывается преподавателем или дежурным лаборантом.

Далее по данному протоколу измерений каждый студент пишет отчет о проделанной работе, который является его творческой работой, поэтому допускаются отклонения от следующих ниже рекомендаций.

7. Оформление письменного отчета о выполненной лабораторной работе

На титульном листе должны быть приведены данные о лабораторной работе (№, название) и исполнителе-студенте (факультет, группа, Ф.И.О.).

Непосредственно отчет должен содержать следующие разделы.

1. Постановка задачи.

2. Краткая теория по данному вопросу, в которой выясняется смысл всех физических величин, используемых в работе; функциональные связи между ними; указываются законы, из которых эти связи вытекают. Хорошо, если студент может предсказать, какие результаты (качественные) следует ожидать в данной работе.

3. Экспериментальная часть работы, в которой должна быть изложена методика эксперимента, получены все расчетные формулы, включены разделы 4-7 протокола измерений. Далее производится расчет определяемых величин и погрешностей к ним. Если требуется, результаты оформляются графически. Записываются результаты с указанием погрешностей.

В заключение проводится анализ полученных экспериментальных результатов, сравнение с ожидаемыми теоретическими предсказаниями, объяснение причин расхождения теории и эксперимента и делается вывод по работе. Отчет должен быть достаточно кратким, но в то же время четким настолько, чтобы любой интересующийся данной работой, смог понять и цель работы, и способ достижения этой цели, и, конечно, достоверность полученных результатов.

8. Литература

I. Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. М.: Наука, любой год издания.
2. Сквайрс Дж. Практическая физика. М.: Мир, любой год издания.
3. Зайдель А.Н. Ошибки измерений физических величин. М.: Наука, 1974.
4. Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, любой год издания.

УДК 531(076.5)

Лабораторная работа № I-2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

В.И.Голубев, А.Б.Федотов, Т.С.Царевская

В работе, выполняемой студентами всех специальностей, изучается деформация стальной проволоки в области линейной упругости. Описывается устройство прибора для определения модуля Юнга.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Под действием силы или системы сил тело изменяет свою форму или, как говорят, твердое тело деформируется. Основные виды деформации: растяжение, сжатие, изгиб, сдвиг, кручение. Все возможные виды деформаций можно свести к двум основным: растяжение (сжатие) и сдвиг. В данной работе изучаются деформации растяжения.

Рассмотрим простейший вид деформации - однородное растяжение. Величину деформации можно характеризовать относительным удлинением

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \qquad (1)$$

где Δl - удлинение произвольного элемента стержня, имевшего первоначальную длину l ($\varepsilon > 0$ в случае растяжения и $\varepsilon < 0$ при сжатии). Так как деформация стержня однородна, то в любой его части величина ε одинакова и определяется величиной растягивающей силы $\vec{F}$. Под действием силы $\vec{F}$ в стержне возникают внутренние силы, с которыми действуют друг на друга части стержня. На рис.I(сплошная кривая) качественно изображена зависимость потенциальной энергии взаимодействия двух соседних атомов в кристаллической решетке от расстояния r между ними. Расстояние r_0, соответствующее минимуму этой функции, называется равновесным расстоянием. Параметр $U_{св}$ - энергия связи, численно равная работе, которую необходимо затратить, чтобы развести взаимодействующие атомы на бесконечно большое расстояние.

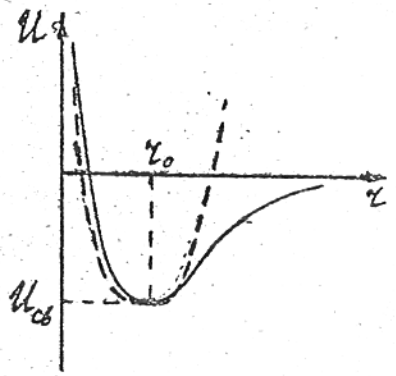


Рис.I

Мысленно выделим отрезок стержня (рис.2). Из условия равновесия следует, что силы, приложенные к его концам со стороны соседних частей стержня, равны по величине и противоположны по направлению. Так как это справедливо для любого отрезка стержня, в поперечном сечении стержня возникают силы, равные $\vec{F}$.

Избыток потенциальной энергии взаимодействия в произвольном слое стержня толщиной $\Delta r_0 = r - r_0$ (рис.2), где r - расстояние между атомами в деформируемом стержне,

$$W(r) = n\,[U(r) - U(r_{св})] \cdot S, \qquad (2)$$

где S - площадь поперечного сечения стержня (см.рис.2), n - число деформированных атомных связей, приходящихся на единицу площади. Возвращающая сила $\vec{F}$ связана с избытком потенциальной энергии соотношением

$$\vec{F} = -\,\vec{\mathrm{grad}}\; W(r). \qquad (3)$$

В случае малой деформации функцию $U(r)$ вблизи $r = r_0$ можно аппроксимировать параболой (пунктирная кривая на рис.I):

$$U(r) \cong \frac{\beta}{2}(r - r_0)^2 + U(r_0),$$

где β - параметр, определяемый кривизной функции $U(r)$ в точке $r = r_0$.
Тогда

$$W(r) \approx n\,S\,\frac{\beta}{2}(r - r_0)^2,$$

$$\vec{F} = -\,\vec{\mathrm{grad}}\left[n\,S\,\frac{\beta}{2}(r - r_0)^2\right]. \qquad (4)$$

В проекции на ось стержня

$$F = -\,n\,S\,\frac{\beta}{2}\,\frac{d}{dr}(r - r_0)^2 = -\,n\,S\beta(r - r_0) = -\,nS\beta r_0\varepsilon, \qquad (5)$$

где $\varepsilon = \frac{r - r_0}{r_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$ - относительная деформация стержня; производная в (5) берется в т. r.

Величину силы, действующей на единицу площади поперечного сечения, называют напряжением в данном сечении и обозначают σ. В рассматриваемом примере направление внешней силы нормально к выбранной площадке. Возникающее в этом случае внутреннее напряжение называется нормальным. Таким образом,

$$\sigma_n = |\vec{F}|/S = E\,\varepsilon, \qquad (6)$$

где параметр $E = n\beta r_0$ называется модулем Юнга для деформации растяжения. Нетрудно видеть, что он определяется внутренней структурой вещества - межатомными расстояниями и типом взаимо-

действия между соседними атомами. Формула (6), устанавливающая пропорциональность величин σ_n и ε при малых деформациях, называется законом Гука. Приведенный здесь вывод этого закона не является строгим. В частности, при детальном анализе необходимо учитывать деформацию межатомных связей, ориентированных перпендикулярно к оси стержня. Эта деформация приводит к тому, что при растяжении стержня площадь его поперечного сечения уменьшится.

В случае больших деформаций аппроксимация $U(r)$ формулой (4) становится неправомерной; кроме того, важное значение приобретают дефекты структуры вещества. Перемещение этих дефектов приводит к появлению так называемой остаточной деформации - деформации, остающейся после снятия внешней деформирующей силы.

Опытным путем была установлена связь между относительным удлинением ε и нормальным напряжением σ_n в широком интервале деформации. Например, для стали эта зависимость имеет вид, показанный на рис.3.

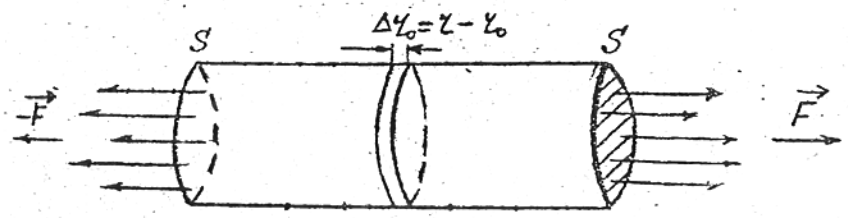


Рис.2

Начальный участок кривой $\sigma_n(\varepsilon)$ представляет собой прямую линию.

Область деформаций (или напряжений), в которой имеет место закон Гука, называется областью пропорциональности. Численные значения модуля Юнга для некоторых материалов приведены в табл.I.

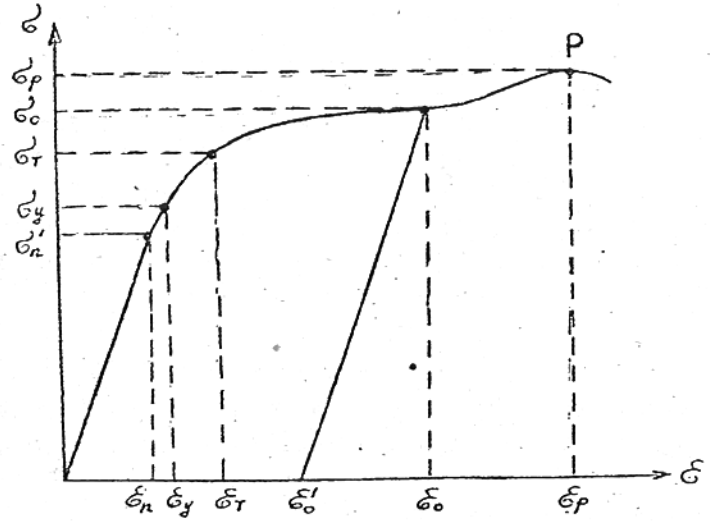


Рис.3

Таблица I

Материал	E, ГПа	Материал	E, ГПа
Алюминий	63-70	Сталь легированная	206
Константан	I60	Сталь углеродистая	I95-205
Латунь	89-97	Титан	II6
Никель	204	Чугун белый, серый	II3-II6
Серебро	82,7	Чугун кованный	I50

При $\varepsilon > \varepsilon_n$ зависимость между ε и σ_n становится нелинейной. Это область так называемой нелинейной упругости. Однако и здесь при снятии внешних сил форма тела полностью восстанавливается. Значение нормального напряжения σ_n', после которого нарушается линейная зависимость между ε и σ_n, называется пределом линейной упругости.

Значение σ_y, после которого в теле появляются остаточные деформации, называется пределом нелинейной упругости. Для стали предел линейной упругости лежит очень близко к пределу нелинейной упругости.

Участок кривой за пределом упругости называется областью пластических деформаций. Если довести величину деформации до значения ε_0, лежащего в области пластических деформаций, и полностью снять нагрузку, величина остаточной деформации ε_0' будет почти такая же, как ε_0.

В этой области обычно различают две характерные точки: предел текучести $\sigma_т$ и предел прочности $\sigma_р$. При $\sigma_n > \sigma_т$ материал "течет". Это означает, что нагрузка не возрастает, а деформация продолжает расти. Предел прочности $\sigma_р$ – максимальное напряжение, при котором образец еще не разрушается; превышение этого предела ведет к разрушению испытываемого образца.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Для изучения закона Гука и определения модуля Юнга применяется прибор, устройство которого изображено на рис.4 и рис.5, а,б.

Верхний конец проволоки длиной l жестко закреплен в кронштейне, а нижний – в цилиндре $Д$, к концу которого подвешена площадка $П$. На площадку $П$ помещают грузы, растягивающие проволоку. Величину удлинения измеряют с помощью циферблатного индикатора смещений $ИС$, опирающегося на рычаг $г$. Он находится на расстоянии l_2 от т.0 (рис.5,а). На верхнее основание цилиндра $Д$ опирается расположенный на расстоянии l_1 от т.0 другой конец рычага. Рычаг $г$ свободно вращается вокруг горизонтальной оси 0 при вертикальном перемещении цилиндра $Д$.

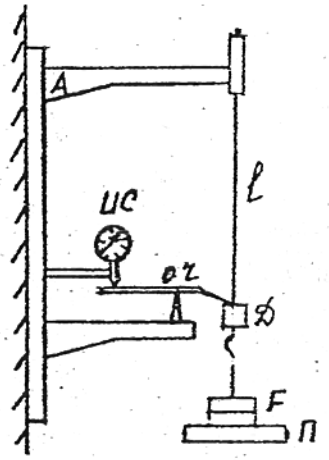


Рис.4

Пусть под действием некоторой силы $\vec{F}$ произошло удлинение проволоки на Δl (рис.5,б). При этом показания $ИС$ изменяются на величину n, пропорциональную Δl:

$$\frac{\Delta l}{l_1} = \frac{n}{l_2}.$$

Таким образом, $\Delta l = \frac{l_1}{l_2} n$; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 n}{l_2 l}$. (7)

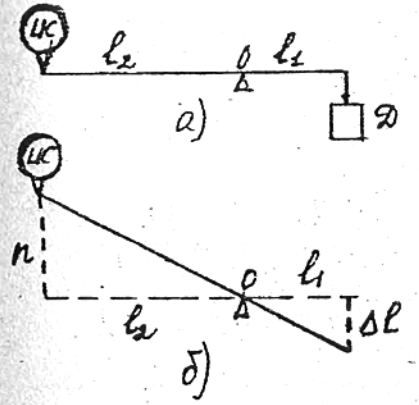


Рис.5

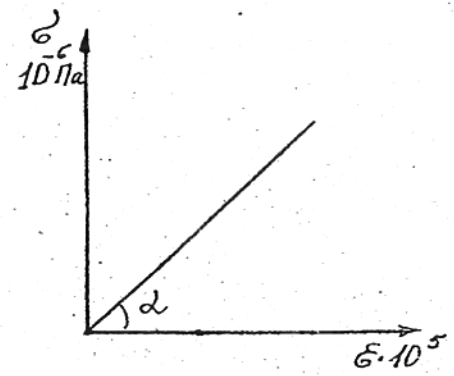


Рис.6

Подставив это выражение в формулу (6) и учитывая, что площадь поперечного сечения проволоки $S = \pi d^2/4$ (d –диаметр проволоки), получим рабочую формулу для модуля Юнга

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F}{S}\,\frac{l}{\Delta l} = \frac{4F l_2 l}{\pi d^2 l_1 n}. \qquad (8)$$

Здесь F – вес нагрузки, l – длина проволоки, l_1 и l_2 – длины плеч рычага (указаны на лабораторном стенде), d – диаметр проволоки, n – показания индикатора, м.

Если построить график зависимости σ от ε (здесь $\sigma = 4F/\pi d^2$ и $\varepsilon = l_1 n/l_2 l$), то в области действия закона Гука должна получиться прямая линия, выходящая из начала координат (рис.6).

Поскольку $E = \sigma/\varepsilon$, то очевидно, что численное значение E равно $K\,tg\alpha$, где K имеет размерность Па и определяется выбором масштаба по оси абсцисс и ординат на рис.6.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

I. С помощью микрометра измеряют диаметр проволоки. Измерения производят в десяти различных местах проволоки и вычисляют среднее арифметическое.

2. Измеряют линейкой длину проволоки (расстояние между верхним и нижним зажимами).

3. Проверяют нуль индикатора смещения, в случае необходимости выставляют его поворотом циферблата.

4. Помещают один из грузов F на площадку $П$ и отсчитывают показания прибора. Такие отсчеты последовательно производят для всех грузов.

5. Повторяют те же отсчеты в обратном порядке, постепенно снимая грузы с площадки.

6. Сняв последний груз, вновь отсчитывают нулевую точку прибора. Иногда оказывается, что новый отсчет нулевой точки не совпадает с ее начальным значением. В этом случае нулевой точкой считают среднее арифметическое ее обоих значений. Точно так же поступают, если показания прибора оказываются различными при одинаковых нагрузках.

Показания прибора заносят в табл.2.

7. Строят график зависимости σ от ε в масштабных единицах, указанных на рис.6.

8. Модуль Юнга находят как тангенс угла наклона экспериментальной прямой σ от ε. Для масштабных единиц, указанных на рис.6, E будет выражаться в ГПа (IГПа = 10^9 Па). Коэффициент K в формуле $E = K \operatorname{tg}\alpha$ будет иметь размерность ГПа.

9. Подсчитывают абсолютную и относительную ошибки определения модуля Юнга по указанию преподавателя.

Таблица 2

N	F,Н	$n_{дел}$	n,м	d,м	Δl,м	l,м	$\sigma = \frac{4F}{\pi d^2}$, Па	$\varepsilon = \frac{\Delta n}{l_0 l}$	E ГПа

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

I. Деформация растяжения. Основные характеристики.
2. Закон Гука.
3. Начертить диаграмму растяжения упруго-пластического материала и пояснить ее особенности.
4. Модуль Юнга и его физический смысл.
5. Устройство прибора для определения модуля Юнга.

Литература

I. Савельев И.А. Курс общей физики. Т.I.–М.: Наука, I989.
2. Астахов А.В. Курс физики. Т.I.–М.: Наука, I982.
3. Стрелков С.П. Механика.–М.: Наука, I975. С.282–296.

УДК 537.85

Лабораторная работа № I-2I

МЕХАНИЧЕСКИЙ УДАР

Т.С.Царевская, Ю.Н.Шутов, В.П.Савченко

Приведены определения характеристик механического удара, показано применение законов сохранения импульса и механической энергии для определения характеристик удара системы соударяющихся тел. Описаны экспериментальная установка для определения времени удара и порядок работы на ней.

Цель работы: Ознакомиться с элементами теории механического удара и экспериментально определить время удара τ, среднюю силу удара F, коэффициент восстановления ε.

Практическая ценность работы. В работе студенты изучают основные характеристики удара и знакомятся с цифровыми приборами для измерения временных интервалов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

I.I. Основные характеристики удара

Ударом называется изменение состояния движения тела вследствие кратковременного взаимодействия его с другим телом. Во время удара оба тела претерпевают изменения формы (деформацию).

Сущность упругого удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел за короткое время преобразуется в энергию упругой деформации и в той или иной степени в энергию молекулярного движения. В процессе удара происходит перераспределение энергии между соударяющимися телами.

Процесс удара, начинающийся с момента соприкосновения соударяющихся поверхностей, можно разделить на две фазы. В течение первой фазы происходит сближение соударяющихся тел. При этом кинетическая энергия системы тел уменьшается, а относительная скорость убывает до нуля. Вслед за этим наступает вторая фаза удара: тела начинают удаляться друг от друга, частично или полностью восстанавливая свою форму, а кинетическая энергия и относительная скорость их возрастает. Когда площадь поверхности соприкосновения тел обращается в нуль, тела прекращают контакт, процесс удара заканчивается.

Наблюдения показывают, что относительная скорость тел после удара не достигает своего прежнего численного значения. Это объясняется тем, что на практике мы никогда не имеем дело с идеально упругими деформациями тел.

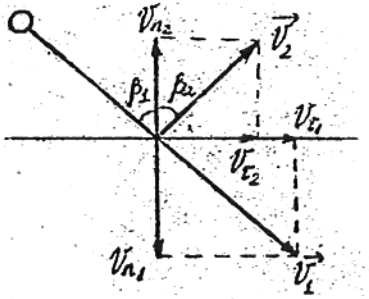


Рис.I

Пусть на плоскую поверхность массивной пластины падает шар с некоторой скоростью $\vec{v}_1$ и отскакивает от нее со скоростью $\vec{v}_2$ (см.рис.I).

Обозначим: v_{n_1}, v_{τ_1}, v_{n_2}, v_{τ_2} – нормальные и тангенциальные составляющие скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, а β_1 и β_2 – соответственно углы падения и отражения. В идеальном случае при абсолютно упругом ударе, нормальные составляющие скоростей падения и отражения и их касательные составляющие были бы равны $v_{n_1} = v_{n_2}$; $v_{\tau_1} = v_{\tau_2}$. Это означало бы, что скорость шара до удара равна его скорости после удара $v_1 = v_2$, а также угол падения равен углу отражения $\beta_1 = \beta_2$. В условиях реального удара всегда происходит частичная потеря механической энергии, вследствие чего как нормальные, так и тангенциальные составляющие скорости после удара уменьшаются: $v_{n_2} < v_{n_1}$; $v_{\tau_2} < v_{\tau_1}$. Отношение числового значения нормальной составляющей относительной скорости после удара к ее величине до удара есть физическая характеристика, зависящая от природы сталкивающихся тел,

$$\varepsilon = \frac{v_{n_2}}{v_{n_1}} \qquad (I)$$

Эту характеристику ε называют коэффициентом восстановления. Числовое значение его лежит между 0 и I.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

2.I. Определение средней силы удара, начальной и конечной скоростей шарика при ударе.

Экспериментальная установка состоит из стального шарика А, подвешенного на проводящих нитях, и неподвижного тела В большой массы, с которым шарик соударяется (см.рис.2). Угол отклонения подвеса α измеряется по шкале. В момент удара на шар массой m действует сила тяжести со стороны Земли $m\vec{g}$, сила реакции со стороны нити $\vec{N}$ и средняя сила удара $\vec{F}$ со стороны тела В. На основании теоремы об изменении импульса материальной точки

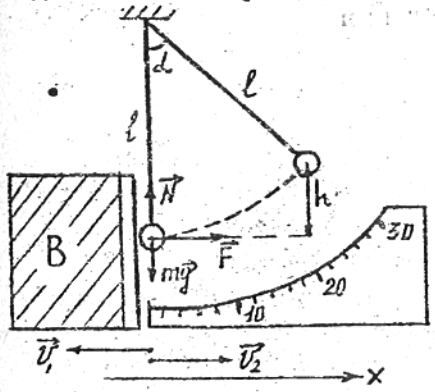


Рис.2

$$m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = (m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F})\tau, \qquad (2)$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – векторы скоростей шара до и после удара; τ – длительность удара.

После проектирования уравнения (2) на горизонтальную ось определим среднюю силу удара:

$$F = \frac{m(v_2 + v_1)}{\tau} \qquad (3)$$

Скорости шарика v_1 и v_2 определяются на основании закона сохранения и превращения энергии. Изменение механической энергии системы, образованной шариком А и неподвижным телом В, в поле тяготения Земли определяется суммарной работой всех внешних и внутренних непотенциальных сил. Поскольку внешняя сила $\vec{N}$ перпендикулярна перемещению и нить нерастяжима, то эта сила работы не совершает, внешняя сила $m\vec{g}$ и внутренняя сила упругого взаимодействия $\vec{F}$ – потенциальны. Если эти силы много больше других непотенциальных сил (например, ответственных за неупругие деформации), то полная механическая энергия выбранной системы не меняется. Поэтому уравнение баланса энергии можно записать в виде:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \qquad (4)$$

Из чертежа (рис.2) следует, что $h = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2}$.

Тогда из уравнения (4) получим значения начальной v_1 и конечной v_2 скоростей шарика:

$$v_{1,2} = 2\sin\frac{\alpha_{1,2}}{2}\sqrt{gl}, \qquad (5)$$

где α_1 и α_2 – углы отклонения шара А до и после соударения.

2.2. Метод определения длительности удара.

В данной работе длительность удара шарика о плиту определяется частотомером Ч3-54, функциональная схема которого представлена на рис.3. С генератора подается на вход системы управления СУ импульсы с периодом T. Когда в процессе соударения металлической плиты В, электрическая цепь, образованная СУ, проводящими нитями подвеса шара, шаром А, плитой В и счетчиком импульсов Сч, оказывается замкнутой, и система управления СУ пропускает на вход счетчика Сч импульсы электрического тока только в интервале времени τ, равном времени длительности удара (времени соприкосновения шара А с плитой В). Число импульсов, зарегистрированных за время τ, равно $n = \tau/T$, откуда $\tau = n \cdot T$.

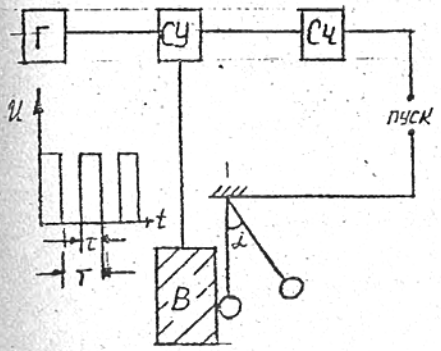


Рис.3

Таким образом, чтобы определить длительность удара τ, необходимо число импульсов, зарегистрированных счетчиком, умножить на период импульсов, снимаемых с генератора Г. Сброс показаний частотомера осуществляется нажатием кнопки ПУСК.

2.3. Порядок выполнения работы

1. Включить шнур питания частотомера Ч3-54 в сеть переменного напряжения 220 В.

2. Нажать кнопку ПУСК, при этом показания частотомера устанавливаются в нулевое положение.

3. Соблюдая осторожность в обращении с шариком и нитями подвеса, отвести нить с шариком на заданный угол α_1.

4. Отпустить шарик и отметить угол максимального отклонения нити α_2 после удара. При этом рукой следует поймать шарик, чтобы исключить возможность повторного удара его о тело В.

5. Для каждого из пяти значений α_1 (20°, 30°, 40°, 50°, 60°) проделать опыт по 10 раз, результаты занести в таблицу I.

Таблица I

	20°		30°		40°		50°		60°	
№ опыта	τ_1	α_{21}	τ_i	α_{2i}	τ_i	α_{2i}	τ_i	α_{2i}	τ_i	α_{2i}

Примечание: буквой τ_i обозначено время удара в i -ом опыте.

6. Рассчитать для каждого значения α_1 :
   а) скорости шарика до удара - v_1 и после удара - v_2 ,
   б) среднее значение силы удара $\langle F \rangle$,
   в) среднюю длительность удара $\langle \tau \rangle = \sum_{i=1}^{N} \tau_i / N$, где N -число опытов,
   г) коэффициент восстановления ε ,
   д) погрешности измеренных и вычисляемых величин, используя методические указания (см. с.20).
7. Результаты расчетов занести в таблицу 2.

Таблица 2

α_1	$\langle F \rangle$	v_1	$\langle \tau \rangle$	ε	ΔF	Δv_1	$\Delta \tau$	Δv_2
20^0								
-"-								
60^0								

8. По полученным результатам построить графики зависимостей $\langle F \rangle$; $\langle \tau \rangle$; ε от v_1 .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Правила сложения и вычитания векторов.
2. Две формулировки 2-го закона Ньютона.
3. Закон сохранения импульса системы тел.
4. Консервативные и неконсервативные системы.
5. Закон сохранения механической энергии.
6. Удар упругий и неупругий.
7. В чем заключается метод определения времени и силы взаимодействия при ударе?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.I.-М.: Наука, 1987.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.I.-М.: Наука, 1989.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковский Л.Б. Курс физики. Т.I.- М.: Высшая школа, 1977.
4. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума / НГПИ. Н.Новгород, 1991.

УДК 537.85

Лабораторная работа № I-3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ ТРИФИЛЯРНОГО ПОДВЕСА

Н.И.Кузикова, Л.Г.Рудоясова, Г.И.Шишков

Дано краткое описание методов измерения моментов инерции твердых тел с помощью трифилярного подвеса. Представлена экспериментальная установка и порядок работы на ней.

Введение

Актуальность работы. В природе и технике весьма распространённым является вращательное движение, которое описывается в физике основным законом динамики вращательного движения. Этот закон в случае неподвижной оси вращения можно рассматривать как аналог II закона Ньютона, в котором роль меры инертности играет момент инерции абсолютно твердого тела. Расчет момента инерции твердого тела относительно произвольной оси является в общем случае сложной математической задачей. Для решения этой задачи часто удобнее использовать экспериментальные методы.

Цель работы. Экспериментальное определение момента инерции диска, цилиндра, кольца и параллелепипеда относительно главных осей инерции этих твердых тел; исследование зависимости момента инерции от распределения массы тела относительно оси вращения; экспериментальная проверка теоремы Штейнера.

Практическая ценность. В работе изучается используемый в практике метод измерения момента инерции твердых тел. В процессе работы студенты получают навыки измерения момента инерции твердых тел методом крутильных колебаний трифилярного подвеса и умение рассчитывать момент инерции относительно осей симметрии тела.

I. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Рассмотрим твердое тело, которое может вращаться около оси OO_1. Разобьем его на большое число (n) малых объемов ΔV_i с массами Δm_i и будем рассматривать каждый такой элемент в виде материальной точки. Через r_i обозначим соответствующее расстояние от материальной точки до оси OO_1 (рис.I). Величина $\Delta m_i r_i^2$ называется моментом инерции данной материальной точки относительно оси вращения OO_1. Момент инерции всего тела относительно OO_1 будет равен сумме моментов инерции всех материальных точек, на

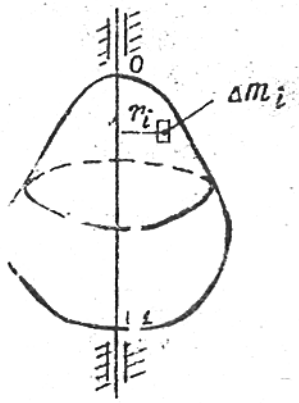


Рис. I

которые мы разбили твердое тело:

$$J = \Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots \Delta m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 .$$

Следует заметить, что величина момента инерции твердого тела зависит не только от величины массы тела, но также от распределения массы тела относительно оси вращения. Если вещество в теле распределено непрерывно, то сумма заменяется интегралом и момент инерции тела относительно оси OO_1 запишется:

$$J = \int r^2 dm, \qquad (1)$$

где r - расстояние от элементарной массы dm до оси вращения.

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс J_C, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Гюйгенса – Штейнера

$$J = J_C + ma^2, \qquad (2)$$

где J_C - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; m - масса тела; a - расстояние между осями.

Вычисление момента инерции тела относительно оси часто можно упростить, вычислив предварительно вспомогательную величину момент инерции тела относительно точки. Моментом инерции тела относительно точки O называется сумма произведений масс материальных точек, из которых состоит тело, на квадрат их расстояний R до этой точки O:

$$\theta = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 .$$

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$\theta = \int R^2 dm.$$

Если в качестве точки O выбрать точку, в которой пересекаются три взаимно перпендикулярные оси, например X, Y и Z, то справедливо следующее соотношение (приводим без доказательства):

$$J_x + J_y + J_z = 2\theta, \qquad (3)$$

т.е. сумма моментов инерции тела относительно трех взаимно перпендикулярных осей, пересекающихся в одной точке O, равна удвоенному моменту инерции того же тела относительно этой точки.

Другое следствие можно получить для плоского распределения

масс. Пусть имеется бесконечно тонкая пластинка произвольной формы. Можно считать, что вещество распределено бесконечно тонким слоем по математической плоскости XOY. При этом будет справедливо соотношение

$$J_x + J_y = J_z . \qquad (4)$$

(Оси X, Y, Z пересекаются в точке O, ось Z перпендикулярна плоскости XOY.)

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

2.1. Выбор метода эксперимента

В данной работе момент инерции тела определяется при помощи трифилярного подвеса (рис. 2). Трифилярный подвес представляет собой круглую платформу, подвешенную на трех симметрично расположенных проволоках, укрепленных у краев платформы. Наверху эти проволоки также симметрично прикреплены к трем точкам треноги, расположенным по окружности меньшего радиуса. Платформа может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через ее середину: центр тяжести платформы при этом перемещается по оси вращения. Период колебаний определяется моментом инерции платформы (см. прил. I). Он будет другим, если платформу нагрузить каким-либо телом. Этим и пользуются в настоящей работе.

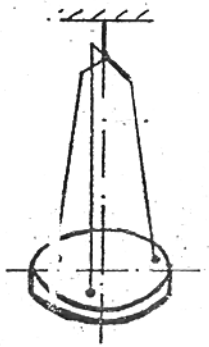


Рис. 2

Если платформа массой m, вращаясь в одном направлении, поднялась на высоту h, то ее потенциальная энергия в крайнем верхнем положении

$$\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения тела.

Вращаясь в другом направлении, платформа придет в положение равновесия с кинетической энергией, равной

$$T = J\omega_0^2/2,$$

где J – момент инерции платформы; ω_0 – угловая скорость в момент достижения ею положения равновесия.

Пренебрегая работой сил трения, на основании закона сохранения механической энергии имеем

$$\frac{1}{2} J\omega_0^2 = mgh. \qquad (5)$$

Считая, что платформа совершает гармонические колебания, можно написать зависимость угла поворота платформы от времени (см. прил. I):

$$\alpha = \alpha_0 \sin\frac{2\pi}{T} t,$$

где α – мгновенное значение угла поворота платформы; α_0 – амплитудное значение угла поворота; T – период полного колебания; t – время.

Угловая скорость ω является первой производной от угла поворота α по времени:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi}{T}\alpha_0 \cos\frac{2\pi}{T} t.$$

В момент прохождения через положение равновесия абсолютное значение угловой скорости будет максимальным:

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha_0}{T}. \qquad (6)$$

Подставляя это значение в уравнение (5), получим

$$mgh = \frac{1}{2} J\left(\frac{2\pi\alpha_0}{T}\right)^2. \qquad (7)$$

Чтобы найти момент инерции J платформы из этого соотношения, выразим высоту подъема платформы h через известные величины.

При повороте платформы на угол α_0 центр тяжести ее переместится из точки O в точку O_1 (рис. 3), причем

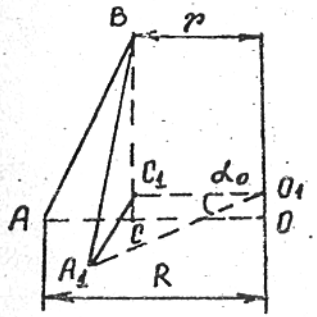


Рис. 3

$$h = OO_1 = BC - BC_1 =$$

$$= BC - BC_1\frac{BC+BC_1}{BC+BC_1} = \frac{(BC)^2-(BC_1)^2}{BC+BC_1}.$$

Так как $(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R-r)^2$

и $(BC_1)^2 = (A_1B)^2 - (A_1C_1)^2 =$

$$= l^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha_0),$$

получим

$$h = \frac{2Rr(1-\cos\alpha_0)}{BC+BC_1} =$$

$$= \frac{4Rr\sin^2\frac{\alpha_0}{2}}{BC + BC_1}.$$

При малых углах поворота α (а только в этом случае колебания можно считать гармоническими) можно положить

$$\sin\frac{\alpha_0}{2} \approx \frac{\alpha_0}{2},$$

а сумму

$$(BC + BC_1) \approx 2l.$$

Учитывая это, получаем $h = Rr\alpha_0^2/2l$,

где R – расстояние от оси платформы до точек закрепления проволок на платформе; r – расстояние от оси платформы до точек закрепления проволок на треноге; l – длина проволок подвеса.

Подставляя это выражение h в (7), получим

$$mg\frac{Rr\alpha_0^2}{2l} = \frac{1}{2}J\left(\frac{2\pi\alpha_0}{T}\right)^2,$$

откуда

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 l}T^2. \qquad (8)$$

По этой формуле может быть определен момент инерции платформы и тела, положенного на нее, так как все величины в правой части могут быть непосредственно измерены. В случае нагруженной платформы массу m берут равной сумме масс платформы и тела. Вычисленный момент инерции системы $J_{сист}$ складывается из момента инерции пустой платформы и тела:

$$J_{сист} = J_0 + J_T, \qquad (9)$$

где J_0 – момент инерции платформы; J_T – момент инерции тела.

Из соотношения (9) определяется момент инерции тела

$$J_T = J_{сист} - J_0. \qquad (10)$$

2.2. Описание экспериментальной установки

Платформа в нерабочем положении арретирована, т.е. покоится на столике, который можно опускать и поднимать, закрепляя на нужной высоте с помощью специального винта на штативе. Вращательный импульс, необходимый для начала крутильных колебаний, сообщается платформе путем поворота треноги вокруг ее оси с помощью шнура, приводящего в движение рычажок, связанный с треногой. Этим достигается почти полное отсутствие других, некрутильных

колебаний, затрудняющих измерения.

2.3. ЗАДАНИЕ I. Определение момента инерции ненагруженной платформы

I. Разарретировав платформу (опустив столик под платформой), плавным натяжением шнура сообщают ей вращательный импульс; в результате чего платформа придет в колебательное движение.

2. Секундомером измеряют время $(t)n = 30 \div 50$ (по указанию преподавателя) полных колебаний. Измерения повторяют N раз (по указанию преподавателя).

3* Усредняют результат измерения времени:

$$\langle t\rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i) \qquad (11)$$

и находят период колебаний $\langle T\rangle$ ненагруженной платформы по формуле

$$\langle T\rangle = \frac{\langle t\rangle}{n}. \qquad (12)$$

4* По формуле (8) рассчитывают момент инерции пустой платформы J_0.

5* Рассчитывают абсолютную и относительную погрешности измерения J_0 (см. прил. 3).

2.4. ЗАДАНИЕ 2. Определение моментов инерции конкретных тел опытным путем

I. Нагружают платформу таким образом, чтобы конкретное тело (диск, цилиндр, кольцо или параллелепипед выбирается по указанию преподавателя) вписалось в соответствующие контуры, изображенные на платформе трифилярного подвеса.

2. Нагруженную платформу разарретируют и измеряют время 30 ÷ 50 полных колебаний. Измерение повторяют N раз.

3* Аналогично из соотношений (II, I2) определяют средний период колебаний нагруженной платформы.

4* Рассчитывают момент инерции нагруженной платформы $J_{сист}$ по формуле (8).

5* По формуле (I0) находят момент инерции конкретного тела J_T.

6* Рассчитывают абсолютную и относительную погрешности из-

* Все задания со звездочкой выполняются дома.

мерения $J_{сист}$ и затем $J_т$ (см. прил. 3).

2.5. ЗАДАНИЕ 3. Определение моментов инерции конкретных тел теоретическим путем

1. Измеряют штангенциркулем все необходимые размеры предложенных тел (диска, цилиндра, кольца, параллелепипеда, пустой платформы).

2*. По формулам прил. 2 рассчитывают момент инерции конкретного тела $J_т^{теор}$ и пустой платформы $J_0^{теор}$.

3*. Находят абсолютную и относительную погрешности измерения (см. прил. 3).

4*. Результаты расчетов для анализа сводят в следующую таблицу.

Конкретное тело	$J_т$	$\Delta J_т$	ε_J, %	$J_т^{теор}$	$\Delta J_т^{теор}$	$\varepsilon_{J_{теор}}$, %	$\frac{J_т - J_т^{теор}}{J_т} \cdot 100\%$
пустая платформа							
диск							
кольцо							
параллелепипед							

Последняя графа дает возможность оценить относительное расхождение теоретических и экспериментальных результатов. Проанализируйте и объясните полученные результаты.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Крутильные колебания твердого тела являются частным случаем вращательного движения. Гармонические крутильные колебания могут совершать твердые тела, подвешенные на упругой нити. Если тело, например, круглый диск (рис. П I), подвесить на проволоке так, чтобы линия подвеса проходила через центр тяжести диска, и, закрутив его на некоторый угол α, отпустить, то диск будет совершать крутильные колебания.

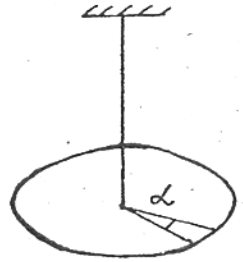


Рис. П I

Уравнение движения диска

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}, \qquad (П\ I.1)$$

где $\vec{M}$ – момент упругих сил, действующих со стороны проволоки. При небольших деформациях (углах закручивания) момент упругих сил пропорционален величине деформации:

$$M = -K\alpha, \qquad (П\ I.2)$$

где K – коэффициент пропорциональности, зависящий от упругих свойств материала проволоки; α – угол закручивания проволоки. В этом случае

$$J\varepsilon = -K\alpha. \qquad (П\ I.3)$$

Так как

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \qquad (П\ I.4)$$

то

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{K}{J}\alpha = 0. \qquad (П\ I.5)$$

Это уравнение описывает крутильные гармонические колебания вида

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t, \qquad (П\ I.6)$$

где $\omega = \sqrt{K/J}$ называется угловой или циклической частотой колебания.

Период таких колебаний

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{J/K}, \qquad (П\ I.7)$$

т.е. зависит от момента инерции относительно оси, вокруг которой происходят колебания.

Отсюда, зная упругость нити и измерив период крутильных колебаний, можно определить момент инерции диска.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ

Момент инерции тела относительно какой-либо оси можно найти вычислением интеграла

$$J = \int r^2 dm, \qquad (\text{П } 2.1)$$

в котором r – расстояние от элемента массы dm до оси вращения.

Интегрирование должно проводиться по всей массе тела. Аналитическое вычисление таких интегралов возможно только в простейших случаях тел правильной геометрической формы.

Вычисление моментов инерции во многих случаях можно упростить, используя соображения подобия и симметрии, теорему Гюйгенса – Штейнера, а также некоторые другие общие соотношения.

Вычисление моментов инерции конкретных тел

П 2.1. Момент инерции однородного прямоугольного параллелепипеда (a , b , c).

Найдем момент инерции прямоугольного параллелепипеда относительно его геометрической оси, которая проходит через центр основания с длиной сторон a и b (на рис. П 2 эта ось Z перпендикулярна плоскости рисунка). Пусть две другие координатные оси x и y проходят через центр основания и параллельны его сторонам. Тогда для дифференциально малого элемента массы $dm = \rho dV = \rho c dx dy$,

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

где ρ – плотность вещества.

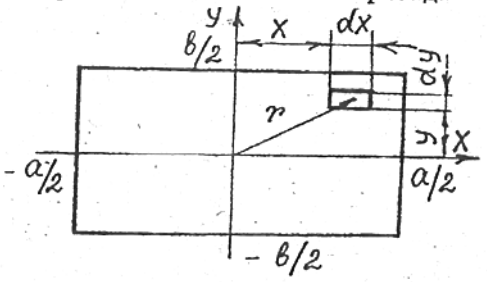


Рис. П 2

Момент инерции параллелепипеда согласно формуле (П 2.1)

$$J_Z = 4\rho c \int_0^{b/2} \left(\int_0^{a/2} (x^2 + y^2) dx \right) dy.$$

Здесь учтено, что подынтегральная функция четная, поэтому

$$\int_{-a/2}^{a/2} f(x) dx = 2 \int_0^{a/2} f(x) dx$$

и соответственно – интеграл по y.

Вычислив эти интегралы, получим

$$J_Z = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}, \qquad (\text{П.2.2})$$

где $m = \rho abc$.

П 2.2. Момент инерции тела с осевой симметрией относительно этой оси

Вычислим, например, момент инерции цилиндра высотой h с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси Z (рис. П.3). В качестве малого элемента (из осевой симметрии) удобно выбрать цилиндр с размерами r , $r + dr$ и h . Масса этого кольца

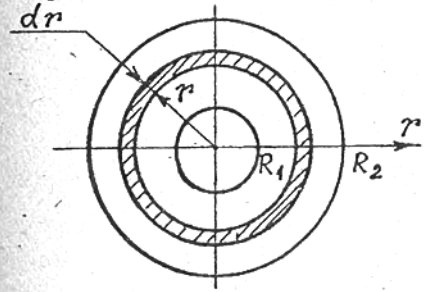


Рис. П 3

$$dm = \rho dV = \rho h dS = \rho h 2\pi r dr.$$

Тогда момент инерции цилиндра согласно формуле (П.2.1) этого приложения

$$J_Z = 2\pi\rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr.$$

Вычислив интеграл и учтя, что

$$m = \rho h \pi (R_2^2 - R_1^2),$$

получим окончательно

$$J_Z = \frac{m(R_1^2 + R_2^2)}{2}. \qquad (\text{П.2.3})$$

Из этой формулы легко получить момент инерции диска ($R_1 \to 0$ и бесконечно тонкого кольца ($R_1 \to R_2$).

П 2.3. Момент инерции тонкой сферической оболочки радиусом R и массой m

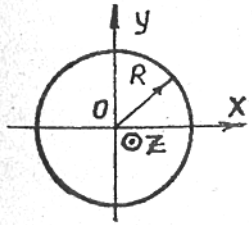


Рис. П 4

Найдем вспомогательную величину – момент инерции относительно центра оболочки (точки 0):

$$\theta = \int R^2 dm = R^2 \int dm = R^2 m.$$

Воспользуемся теоремой о трех взаимно перпендикулярных осях (см./ 2 /). Учитывая, что для сферической оболочки $J_x = J_y = J_z = J$, получим $3J = 2\theta$, откуда

$$J = \frac{2}{3}\theta = \frac{2}{3} m R^2. \qquad (\text{П } 2.4)$$

2.4. Момент инерции сплошного однородного шара радиусом R и массой m относительно любой оси, проходящей через его центр (точку О)

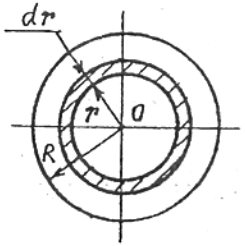


Рис. П 5

Предложим два способа расчета:

I. Сплошной шар можно рассматривать как совокупность бесконечно тонких сферических слоев радиусом r и толщиной dr с массой dm :

$$dm = \rho dV = \frac{m}{V} dV,$$

где $dV = 4\pi r^2 dr$ – объем сферического слоя; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объем шара.

Момент инерции сферического слоя относительно диаметра с учетом формулы (П 2.4)

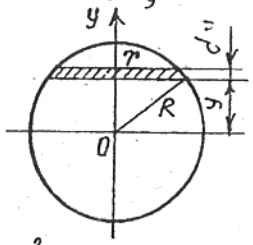
$$dJ = \frac{2}{3} dm r^2 = \frac{2mr^4 dr}{R^3}.$$

Интегрируя по r от 0 до R, получаем

$$J = \int_0^R dJ = \frac{2m}{R^3} \int_0^R r^4 dr = \frac{2}{5} m R^2. \qquad (П\ 2.5)$$

2. Разобьем шар на бесконечно тонкие диски радиусами r и толщиной dy. Момент инерции такого диска относительно оси y

$$dJ = \frac{dm r^2}{2},$$



где $r^2 = R^2 - y^2$,

$$dm = \rho dV = \rho\pi (R^2 - y^2)\, dy.$$

Интегрируя по объему шара, получаем

$$J = 2\int_0^R dJ = 2\int_0^R \rho \frac{\pi}{2} (R^2 - y^2)^2 dy = \frac{2}{5} m R^2. \qquad (П\ 2.6)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Обработка результатов эксперимента (см. /4/)

I. Статистическая обработка результатов прямых измерений

I. Определяем абсолютную погрешность Δt измерения времени

$$\Delta t = \sqrt{(t_{p,N} S_t)^2 + (\frac{t_{p,\infty}}{3}\delta)^2} \qquad (П\ 3.I)$$

где S_t – среднеквадратичное отклонение; δ – точность прибора; $t_{p,N}$, $t_{p,\infty}$ – соответствующие коэффициенты Стьюдента; N – объем выборки.

2. Определя относительную погрешность ε_T измерения времени:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\%. \qquad (П\ 3.2)$$

II. Статистическая обработка результатов косвенных измерений

I. Определяем относительную погрешность ε_t измерения периода колебаний исходя из формулы (I2) п. 2.3.

$$\varepsilon_T = \sqrt{\varepsilon_t^2 + \varepsilon_n^2}, \qquad (П\ 3.3)$$

где ε_n – относительная погрешность измерения числа полных колебаний n.

ε_n вычисляют по формуле, аналогичной формуле (П 3.2), учитывая, что абсолютная погрешность Δn измерения n не больше I/4.

2. Определяется абсолютная погрешность ΔT измерения периода колебаний

$$\Delta T = \varepsilon_T \langle T \rangle. \qquad (П\ 3.4)$$

3. Определяются относительная ε_{J_0} и абсолютная ΔJ_0 погрешности полученного экспериментально момента инерции платформы (см. (8))

$$\varepsilon_{J_0} = \sqrt{\varepsilon_m^2 + \varepsilon_r^2 + \varepsilon_R^2 + \varepsilon_l^2 + (2\varepsilon_T)^2}, \qquad (П\ 3.5)$$

$$\Delta J_0 = J \varepsilon_{J_0}. \qquad (П\ 3.6)$$

4. Аналогично определяются относительная $\varepsilon_{J_{сист}}$ и абсолютная погрешности момента инерции системы $J_{сист}$ (платформа с телом).

5. Определяются относительная ε_{J_T} и абсолютная ΔJ_T погрешности момента инерции тела J_T (см. (10))

$$\Delta J_T = \sqrt{(\Delta J_0)^2 + (\Delta J_{сист})^2}, \qquad (П\ 3.7)$$

$$\varepsilon_{J_T} = \Delta J_T / J_T. \qquad (П\ 3.8)$$

III. Статистическая обработка теоретически полученных результатов для моментов инерции конкретных тел и пустой платформы

В качестве конкретного тела рассмотрим параллелепипед, момент

инерции которого определяется по формуле

$$J_n^{теор} = m(a^2+b^2)/12.$$

Относительная и абсолютная погрешности определяются по формулам

$$\varepsilon_{J_n}^{теор} = \sqrt{(\Delta m/m)^2 + [\Delta(a^2+b^2)/(a^2+b^2)]^2}, \qquad (П\ 3.9)$$

где $\Delta(a^2+b^2) = 2\sqrt{(a\cdot\Delta a)^2+(b\cdot\Delta b)^2}$, (П 3.10)

$$\Delta J_n^{теор} = \varepsilon_{J_n}^{теор} J_n^{теор}. \qquad (П\ 3.11)$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

I. Что называется моментом инерции абсолютно твердого тела относительно оси? относительно точки? От чего он зависит? Теорема Гюйгенса-Штейнера.

2. Как теоретически подсчитать момент инерции тела (параллелепипеда, цилиндра, стержня, шара, конуса) относительно главных осей?

3. Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? Его модуль и направление. Физический смысл момента силы.

4. Угловая скорость и угловое ускорение. Направление и модуль каждой из этих величин (на примере данной работы).

5. Основной закон динамики вращательного движения (в векторном виде) для твердого тела, закрепленного в одной точке. Как он запишется для крутильных колебаний платформы?

6. Направление углового ускорения и угловой скорости при подъеме и спуске платформы?

7. Направление линейных скоростей и ускорений различных точек платформы.

8. В чем сущность закона сохранения механической энергии? При каких условиях справедлив закон сохранения механической энергии? В какой форме он записывается в данной работе?

9. Метод определения момента инерции тела, помещенного на платформу. Вывод расчетной формулы.

Литература

I. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. М.: Наука, I987. §§ 36, 38, 39, 4I, 9, I0, I9, 22, 24, 29, 58.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. I. М.: Наука, I989. §§ 3, 4, 30, 32, 33, 35, 36, 42, 44, 46.

3. Детлаф А.А., Яворский В.М., Милковская Л.Б. Курс физики. Т. I, М.: Высш.шк., I977.

4. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума / ННПИ. Н.Новгород, I99I.

УДК 621.3.018

Лабораторная работа № I-8

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В.Б.Доброхотова, Г.Д.Павлова, Г.В.Павловская, В.П.Савченко

Приведены основные кинематические и динамические характеристики вращательного движения твердого тела. Изложена методика выполнения лабораторной работы на установке "Маятник Обербека". Составлены задания и контрольные вопросы.

Вращение – одна из распространенных форм движения в природе и технике. Вращаются колеса автомобилей, оси различных движущихся агрегатов, вращаются планеты вокруг своих осей и вокруг Солнца, вращаются звезды и целые галактики. Знать хорошо механику полезно и с той точки зрения, что часто механические модели используются для объяснения более сложных физических явлений в молекулярной физике, электродинамике, атомной физике и т.д. Таким образом, для дальнейшего успешного изучения физики и других дисциплин, в том числе и специальных, необходимо прочно усвоить фундаментальные законы механики, и, конечно, основной закон динамики вращения твердого тела.

Цель работы: изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела на примере маятника Обербека.

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Абсолютно твердым телом называется такое тело, расстояния между частицами которого во время движения не меняются.

При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси все его точки описывают окружности определенных радиусов $\vec{r}$. Центры этих окружностей лежат на оси вращения (рис. I,а).

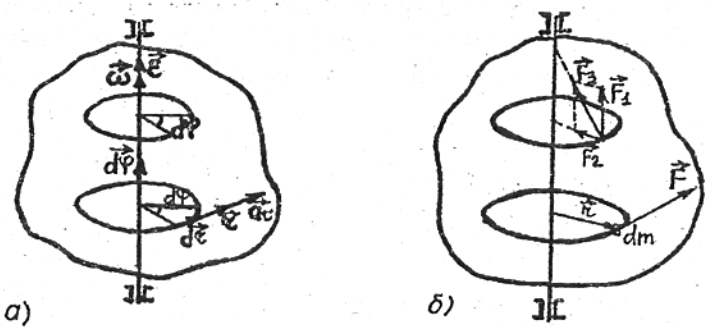


Рис. I

Линейные перемещения $d\vec{r}$ различных точек тела, их линеиные скорости $\vec{v}$ и ускорения $\vec{a}_\tau$ различны и меняют свои направления в процессе движения. То же самое относится и к полному ускорению $\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$,

где $\vec{a}_n$ – нормальное ускорение. Векторы $d\vec{r}$, $\vec{v}$ и $\vec{a}_\tau$ направлены по касательным к соответствующим траекториям (для закрепленной оси вращения траектории всех точек – окружности, центры которых лежат на оси вращения – рис. I,а).

Напротив, угловые характеристики вращательного движения твердого тела: вектор углового перемещения $d\vec{\varphi}$, угловая скорость $\vec{\omega} = d\vec{\varphi}/dt$, угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt$ одинаковы для всех точек вращающегося твердого тела и направлены по оси вращения. Линейные и угловые характеристики вращательного движения связаны соотношениями

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}\cdot\vec{r}]\,,$$
$$\vec{v} = [\vec{\omega}\cdot\vec{r}]\,,$$
$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}\cdot\vec{r}]\,.$$

Вращение твердого тела относительно выбранной оси вызывают лишь силы, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси вращения. При этом ни сами силы, ни их направления не должны пересекать эту ось вращения. Силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, изображенные на рис. I,б, вращение вокруг данной оси не вызовут. Таким образом, не всякая сила, действующая на тело, создает вращательное движение и не является мерой взаимодействия (действия).

Мерой действия, вызывающего вращение твердого тела, является момент силы

$$\vec{M} = [\vec{r}\cdot\vec{F}]\,,$$

или

$$M = rF\sin\alpha\,,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки приложения силы; $\vec{F}$ – сила, приложенная к телу; α – угол между направлениями векторов $\vec{F}$ и $\vec{r}$.

Следует помнить, что масса не является мерой инертности при вращательном движении твердого тела, так как при одной и той же массе инертность вращающихся тел может быть разной из-за различного ее распределения относительно оси вращения.

Мерой инертности при вращательном движении твердого тела является момент инерции J-скаляр, определяемый как

$$J=\sum_{i=1}^{N} r_i^2 \Delta m_i , \qquad \text{или точнее} \quad J=\int r^2 dm, \tag{2}$$

где Δm_i , dm – масса малого или элементарного объема твердого тела; r – расстояние от этого объема до оси вращения.

Основной закон вращательного движения твердого тела: геометрическая сумма моментов внешних сил $\vec{M}=\sum_{i=1}^{N}\vec{M}_i$, действующих на тело, равна скорости изменения момента импульса этого тела:

$$\vec{M} = d\vec{L} / dt \quad , \tag{3}$$

где в случае тела, симметричного относительно оси вращения,

$$\vec{L} = J\vec{\omega} \quad - \tag{4}$$

момент импульса твердого тела, совпадающий по направлению с вектором $\vec{\omega}$.

При $J=const$ с учетом (4) закон (3) имеет вид

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} \quad , \text{ или } \quad \vec{\varepsilon} = \vec{M} / J \quad , \tag{5}$$

где $\varepsilon = d\vec{\omega} / dt$.

Экспериментальная проверка выполнения закона (5) состоит в том, чтобы показать:

1) пропорциональность углового ускорения ε моменту силы M , т.е. $\varepsilon \sim M$ и

2) обратную пропорциональность углового ускорения ε моменту инерции J , т.е. $\varepsilon \sim 1/J$.

Первое проверяется при неизменном моменте инерции $J=const$ для двух разных моментов сил M_1 и M_2 :

$$M_1 / M_2 = \varepsilon_1 / \varepsilon_2 . \tag{6}$$

Второе проверяется при неизменном моменте силы $M=const$ для двух разных моментов инерции J_1 и J_2 :

$$J_1 / J_2 = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 . \tag{7}$$

3) При $\vec{M}=\sum_{1}^{N}\vec{M}_i = const$ в течение времени Δt формула (3) преобразуется в формулу $\Delta\vec{L} = \vec{M}\Delta t$. Тогда для двух разных опытов проверить справедливость отношения

$$\Delta L_1 / \Delta L_2 = M_1 \Delta t_1 / M_2 \Delta t_2 , \text{ или } \Delta L_1 / \Delta L_2 = M_1 t_1 / M_2 t_2, \tag{8}$$

если отсчет времени производится от $t = 0$.

Величины $\Delta L_1 = J_1 \omega_1$ и $\Delta L_2 = J_2 \omega_2$ – соответствующие изменения моментов импульсов твердого тела при начальной скорости $\omega_0 = 0$.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ И ВЫВОД РАБОЧИХ ФОРМУЛ

2.I. Экспериментальная установка (маятник Обербека) состоит из блока А радиусом r и жестко связанной с ним крестовины (рис. 2), на которую насажены четыре одинаковых груза массой m_0 . На блок намотана нить, к концу которой привязан груз массой m . Груз, опускаясь, разматывает нить и приводит во вращательное движение блок А с крестовиной.

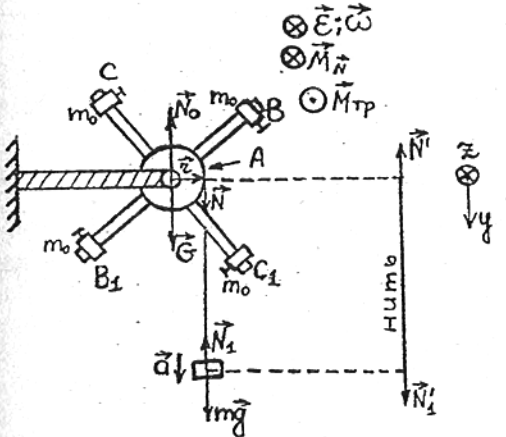


Рис. 2

На рис.2 показаны силы, действующие на различные элементы установки. Так, на груз m действуют:

$m\vec{g}$ – сила тяжести;

$\vec{N}_1$ – сила реакции нити.

На нить:

$\vec{N}'$ – сила со стороны блока;

$\vec{N}_1'$ – сила со стороны груза m .

На блок:

$\vec{N}$ – сила со стороны нити;

$\vec{N}_0$ – сила реакции со стороны оси;

$\vec{G}$ – сила тяжести блока, крестовины и четырех грузов массой m_0 .

Поступательное движение груза m , нити $m_н$ и вращательное движение блока А можно описать с помощью второго и третьего законов Ньютона и основного закона динамики вращательного движения твердого тела (5):

$$\begin{aligned} &m\vec{g} + \vec{N}_1 = m\vec{a} , \\ &\vec{N}_1 + \vec{N}_1' = m_н \vec{a}_н , \\ &\vec{M}_{тр} + \vec{M}_{\vec{N}} + \vec{M}_{\vec{G}} + \vec{M}_{\vec{N}_0} = J\vec{\varepsilon}, \\ &\vec{N} = -\vec{N}', \quad \vec{N}_1 = -\vec{N}_1' , \end{aligned} \tag{9}$$

где $\vec{M}_{тр}$ – момент сил трения (тормозящий момент); $\vec{M}_{\vec{N}}$, $\vec{M}_{\vec{G}}$, $\vec{M}_{\vec{N}_0}$ – моменты сил $\vec{N}$, $\vec{G}$, $\vec{N}_0$ соответственно; J – момент инерции блока А с крестовиной и грузами m_0 ($J = J_{блока} + J_{крестовины} +$

$+ 4J_{грузов}m_0$); $m_н$, $a_н$ – масса и ускорение нити.

Полагаем, что нить нерастяжима, тогда ее ускорение $\vec{a}_н$ равно ускорению $\vec{a}$ груза m. Нить не скользит по блоку. Это означает, что $a_н$ равно тангенциальному ускорению a_τ точек олока на его боковой поверхности: $a = a_н = a_\tau$. При этом условии угловое ускорение ε можно найти из равенства

$$\varepsilon = a / r \ . \qquad (10)$$

При условии невесомости нити $m_н = 0$ из второго и четвертого уравнений (9) следует, что $|\vec{N}_1| = |\vec{N}'| = N$. Моменты сил $\vec{M}_{\vec{G}} = 0$ $\vec{M}_{\vec{N}_0} = 0$, т.к. силы $\vec{G}$ и $\vec{N}_0$ пересекают ось вращения. Момент силы $\vec{M}_{\vec{N}}$ согласно (1) равен $\vec{M}_{\vec{N}} = [\vec{r}\ \vec{N}]$, или $M_N = rN\sin\alpha$. Поскольку $\alpha = 90^0$ (см. рис. 2),

$$M_N = r\,N. \qquad (11)$$

2.2. Вывод рабочих формул без учета $M_{тр}$

Первоначально рассмотрим упрощенный вариант, когда моментом силы трения $M_{тр}$ можно пренебречь. Полагаем в (9) $\vec{M}_{тр} = 0$, а учитывая (10) и (11), из (9) в проекциях на оси y и z получим

$$\begin{cases} mg - N = ma \ , \\ rN = J\dfrac{a}{r} \ . \end{cases} \qquad (12)$$

Из (12) найдем момент силы N

$$M_N = M = mr(g - a) \qquad (13)$$

и момент инерции вращающейся части установки

$$J = M / \varepsilon \ . \qquad (14)$$

Из уравнения (13) видно, что момент силы зависит от массы m и радиуса блока. От этих же факторов зависит и ускорение a. Движение груза m можно считать равноускоренным, т.к. сила N при постоянстве выше перечисленных факторов не меняется. Тогда ускорение груза m при $v_0 = 0$ определится по формуле

$$a = 2h / t^2 \ , \qquad (15)$$

где h – высота, с которой опускается груз; t – время его движения.

Поскольку крестовина с грузами m_0 начинает вращение из состояния покоя, ее угловую скорость в конечный момент падения груза m можно вычислить по формуле

$$\omega = \varepsilon t \ , \qquad (16)$$

а изменение ее момента импульса ΔL за это время

$$\Delta L = J\omega \ . \qquad (17)$$

В результате равенство (8) принимает вид

$$\frac{M_1 t_1}{M_2 t_2} = \frac{J_1 \omega_1}{J_2 \omega_2} \ . \qquad (18)$$

Измерив высоту падения груза m, время t его движения и радиус r блока, можно по формулам (15), (10), (13), (14), (16) вычислить a, ε, M, J, ω.

2.3. Вывод рабочих формул с учетом $M_{тр}$

Как показывает опыт, часто момент сил трения $M_{тр}$ оказывается достаточно большим и существенно влияет на результаты эксперимента. Поэтому вместо (12) запишем более точную систему уравнений:

$$mg - N = ma,$$

$$M = M_N - M_{тр} = J\varepsilon, \qquad (19)$$

где M – суммарный момент сил относительно оси вращения маятника.

Решая систему (19), получим

$$a = \frac{g - \dfrac{M_{тр}}{mr}}{1 + \dfrac{J}{mr^2}} \ , \qquad (20)$$

$$M_N = mr(g-a) = \frac{\dfrac{Jg}{r} + M_{тр}}{1 + \dfrac{J}{mr^2}} \ , \qquad (21)$$

$$M = M_N - M_{тр} = \frac{J}{r}\left(\frac{g - \dfrac{M_{тр}}{mr}}{1 + \dfrac{J}{mr^2}}\right). \qquad (22)$$

Система (маятник Обербека) из состояния покоя приходит в движение (без внешнего толчка) при условии, если $M > 0$. Как следует из выражения (22), это возможно при условии

$$rmg > M_{тр} \ . \qquad (23)$$

Оценим относительные ошибки δJ и δM, возникающие без учета $M_{тр}$. Поскольку J и M связаны между собой линейно (5), то $\delta J = \delta M$. Велинина

$$\delta M = \frac{M_N - M}{M_N} = \frac{M_{тр}}{mr(g-a)} \simeq \frac{M_{тр}}{rmg} \ , \qquad (24)$$

т.к. $a \ll g$.

Из сравнения (23) и (24) следует, что всегда при факте самопроизвольного движения груза m и блока с крестовиной выполняется условие

$$\delta M < 1. \qquad (25)$$

При этом уменьшить относительную роль момента сил трения при данной конфигурации установки можно было бы, увеличивая массу m груза, подвешенного на нити. Однако здесь приходится принимать во внимание два обстоятельства:

1) существенное увеличение массы m ведет к увеличению давления маятника на ось, что в свою очередь вызывает возрастание сил трения;

2) с увеличением массы m уменьшается время падения t и снижается относительная точность измерения времени.

Погрешности δJ и δM являются методическими. Чтобы их исключить, а также экспериментально определить $M_{тр}$, можно, не меняя методику измерений, несколько изменить методику расчетов.

Суть в следующем. С учетом (10) и (13) преобразуем второе уравнение (19) к виду

$$J\frac{a}{r} = mr(g - a) - M_{тр}. \qquad (26)$$

Измерив по описанной выше методике (см. формулу (15)) для двух различных грузов m_1 и m_2 соответствующие им ускорения a_1 и a_2 и подставив эти четыре значения в (26), получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными: J и $M_{тр}$:

$$J\frac{a_i}{r} = m_i r(g - a_i) - M_{тр}, \text{ где } i = 1,2. \qquad (27)$$

Решая эту систему, получаем

$$J = \frac{r^2}{(a_2 - a_1)}\left(m_2(g - a_2) - m_1(g - a_1)\right), \qquad (28)$$

$$M_{тр} = m_i r(g - a_i) - Ja_i/r, \qquad (29)$$

$$M_i = Ja_i/r. \qquad (30)$$

3. ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РАБОТЫ

1. Грузы массой m_0 не снимать с крестовины без специального указания преподавателя.

2. Предохранительные шайбы на концах стержней крестовины снимать строго запрещается.

3. Грузы m_0 прочно и осторожно крепить на крестовине в указанном преподавателем месте.

4. Категорически запрещается останавливать крестовину рукой при быстром ее вращении.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание № 1

1. Установить грузики m_0 на крестовине на одинаковых расстояниях R_1. На рис. 3 приведена схема определения R, из которой следует, что $R = (l + d)/2$.

Проверить, соответствует ли установка грузов m_0 на крестовине состоянию безразличного равновесия системы. Для этого рекомендуется несколько раз привести маятник во вращение, каждый раз давая ему возможность остановиться. Подумайте, зачем это нужно? Как на основании этих опытов можно узнать, хорошо ли сбалансирован маятник (т.е. действительно ли он находится в безразличном равновесии)?

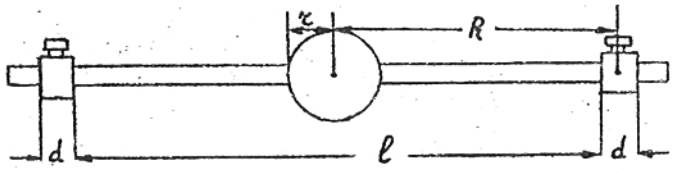


Рис. 3

2. Прикрепить к концу нити груз m и, наматывая нить на блок вращением крестовины, установить его на некоторой высоте h, отмечая ее между начальным и конечным положениями груза m. Величины m, h, R и радиус блока r указываются преподавателем.

3. Отпустить груз. Секундомером или другим устройством, предназначенным для измерения времени (см. инструкцию), измерить время падения груза m_1. Опыт повторить 5 раз.

4. Передвинуть грузы m_0 на другое расстояние R_2 и проделать еще 5 опытов по измерению времени падения того же груза m_1.

5. Повторить те же измерения, прикрепив к концу нити другой груз массой m_2, причем выбранные расстояния между грузами m_0 на крестовине R_1 и R_2 сохранить.

6. Результаты измерений свести в табл. I.

Таблица I

m, кг	h, м	r, м	R, м	№ опытов / t, с					$\langle t \rangle$, с
				I	2	3	4	5	
m_1 =			R_1 =						
			R_2 =						
m_2 =			R_1 =						
			R_2 =						

7. Пользуясь формулами (I5), (I0), (I3), (I4), (I6), найти линейные и угловые ускорения, моменты сил, моменты инерции и угловые скорости для всех опытов.

8. Полученные результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

№	m, кг	R, м	a, м/с^2	ε, с$^{-2}$	M, Н·м	J, кг·м^2	ω, с$^{-1}$	L, $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}$
1	m_1 =							
2	m_1 =							
3	m_2 =							
4	m_2 =							

9. По полученным данным проверить справедливость равенств (6), (7) и (I8).

Задание № 2

Меняя расположение грузиков m_0 на крестовине, можно исследовать зависимость момента инерции J от расстояния их до оси вращения.

I. Установить грузики m_0 на крестовине, внимательно проследив, чтобы выбранное расстояние R определялось в соответствии с рис. 3 и было одинаковым для всех четырех грузиков.

2. Прикрепить к концу нити груз массой m (по указанию преподавателя) и, наматывая нить на блок вращением крестовины, установить его на заданной преподавателем высоте h, отмечая ее по нижней плоскости груза.

3. Отпустить груз. Секундомером или другим устройством (см. инструкцию) измерить время падения груза t. Повторить измерения 5 раз.

4. Изменить расстояние R, переместив грузики m_0 по крестовине, и снова проделать 5 измерений падения груза m.

5. Проделать опыты для пяти различных значений расстояния R, используя всю длину стержней крестовины. Результаты измерений занести в табл. 3.

6. По формуле
$$J = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad (3I)$$
вычислить момент инерции J вращающейся части установки. Эта формула получена совместным решением уравнений (I0), (I3), (I4), (I5).

Таблица 3

№	m	R	R^2	h	t, с					$\langle t \rangle$	J
					I	2	3	4	5		
I											
2											
3											
4											
5											

7. По данным табл. 3 построить на миллиметровой бумаге график зависимости $J = f(R^2)$.

8. Найденный момент инерции можно представить в виде
$$J = J_1 + J_2; \qquad (32)$$
$$J_1 = J_{\text{крестовины}} + J_{\text{о грузов}},$$
где
$$J_{\text{о грузов}} = 4\frac{m_0 d^2}{12} + 4\frac{m_0 r^2}{4} \text{ *)} \qquad (33)$$
момент инерции грузов, центры тяжести которых совмещены с осью вра-

*) Грузы m_0 имеют форму цилиндров радиуса r с длиной образующей d (см., например, [4]).

щения; J_2 - добавочное слагаемое к моменту инерции грузов (в соответствии с теоремой Штейнера).

9. Проанализировать графические результаты:

а) Полагая $R \to 0$, продолжить график $J = f(R^2)$ до пересечения с осью моментов инерции J. Отсекаемый отрезок принять равным $J = J_1$. Записать полученный результат. Рассчитав по формуле (33) величину $J_{0\ грузов}$, определить момент инерции $J_{кр}$ блока с крестовиной по формуле $J_{кр} = J_1 - J_{0\ грузов}$.

б) Продолжить график $J = f(R^2)$ в сторону больших $R \gg d$ (рис.3) и при некотором $R = R_0$ определить J. Затем, зная J_1 (см. п.а), по формуле (32) найти J_2.

в) Сравнить экспериментальное значение момента инерции J_2 с теоретическим, вычисляемым по формуле $J_2 = 4m_0R_0^2$.

г) Из полученных результатов сделать выводы.

Задание № 3

Используя результаты измерений задания № I (см. табл. 2) и формулы (28), (29), (30) и (24), найти моменты инерции крестовины с грузиками m_0 для разных R_1 и R_2, момент сил трения, суммарные моменты сил, действующих на маятник при различных m_1 и m_2. Оценить абсолютные и относительные методические погрешности измерений J и M, допущенные в задании № I.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

I. Показать, что $|\vec{N}| = |\vec{N}_1|$.

2. В чем заключается основной закон динамики вращательного движения абсолютно твердого тела? (Запись сделать в векторной форме.)

3. Что такое момент инерции? От чего он зависит? Как рассчитать его для симметричных тел относительно неподвижной оси?

4. Что такое момент силы? Модуль и направление момента силы. Какая сила создает вращающий момент крестовины и как он определяется в данной работе? Выполнение каких условий необходимо, чтобы момент силы был постоянным?

5. Угловое ускорение, его направление, модуль. Найти величину и направление углового ускорения крестовины. Какими правилами при этом следует руководствоваться?

6. Какие факторы влияют на величину момента инерции в данной работе? График зависимости момента инерции J от R^2. Какие величины можно определить, пользуясь этим графиком?

7. Что такое момент импульса материальной точки и тела? От чего он зависит? Как он определяется в данной работе?

8. Метод определения отношений

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\ ;\quad \frac{M_1 t_1}{M_2 t_2} = \frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}\ ;\quad \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{J_2}{J_1}\ .$$

Какие условия необходимы, чтобы выполнялось каждое из приведенных равенств? Уметь объяснить результаты опытов.

Литература

I. Яворский В.М., Детлаф А.А. Курс физики. Т.I (любой год издания).
2. Иродов И.Е. Основные законы механики. - М.: Высш. шк., I978.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.I. - М.: Наука, I977.
4. Стрелков С.П. Механика. - М.: Наука (любой год издания).

УДК 531(076.5)

Лабораторная работа № I-9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА. ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ЭТОГО МАЯТНИКА

Т.О.Рубцова, В.И.Голубев

В работе рассмотрены методики определения ускорения свободного падения с помощью оборотного физического маятника и моментов инерции этого маятника относительно осей, проходящих через центр масс и центры колебаний оборотного маятника. Дано описание лабораторной установки и порядка работы на ней.

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

I.I. Физический маятник. Период свободных колебаний физического маятника.

Физический маятник - это тело произвольной формы, которое может совершать свободные колебания относительно оси, не проходящей через центр масс этого тела.

Пусть физический маятник (рис.I) совершает свободные колебания относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O. В произвольный момент времени линия, соединяющая ось вращения маятника с его центром масс C образует с вертикальным направлением угол φ (рис.I). В этом положении маятник обладает как кинетической энергией W, так и потенциальной Π.

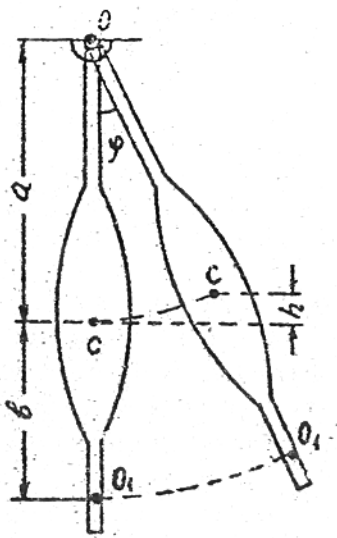


Рис.I

При условии свободных колебаний

$$W + \Pi = const. \qquad (I)$$

Кинетическая энергия маятника имеет значение

$$W = \frac{J\omega^2}{2} = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2}. \qquad (2)$$

Его потенциальная энергия в тот же момент времени

$$\Pi = mgh. \qquad (3)$$

Здесь J - момент инерции маятника относительно оси колебаний O, $\omega = \dot{\varphi}$ - угловая скорость вращения, m - масса маятника, h - высота подъема центра масс C по отношению к его положению в момент равновесия (рис.I).

Выразим потенциальную энергию (3) через угол отклонения маятника φ. Из рис.I видно, что

$$h = a(1 - \cos\varphi). \qquad (4)$$

Здесь a - расстояние от оси колебаний O до центра масс маятника C.

Поскольку $1 - \cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$, а при условии малости углов отклонения φ $\sin\frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}$, выражение для высоты (4) можно переписать как $h = \frac{1}{2}a\varphi^2$. Тогда для потенциальной энергии маятника получим выражение

$$\Pi = \frac{1}{2}mga\varphi^2. \qquad (5)$$

С учетом (2) и (5), равенство (I) принимает вид

$$\frac{1}{2}(J\dot{\varphi}^2 + mga\varphi^2) = const. \qquad (6)$$

Продифференцировав (6) по времени, получаем

$$\ddot{\varphi} + \frac{mga}{J}\varphi = 0. \qquad (7)$$

Уравнение (7) описывает гармоническое колебание физического маятника, циклическая частота которого

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mga}{J}}. \qquad (8)$$

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}. \qquad (9)$$

Обозначив

$$l_0 = \frac{J}{ma}, \qquad (I0)$$

после подстановки (I0) в (9) получаем

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}. \qquad (II)$$

Величина l_0 называется приведенной длиной физического маятника. Поскольку (II) совпадает с периодом свободных колебаний математического маятника длиной l_0, под приведенной длиной физического маятника понимается длина такого математического маятника, период свободных колебаний которого совпадает с периодом свободных колебаний данного физического маятника.

2.2. Оборотный физический маятник. Приведенная длина оборотного физического маятника.

Если в качестве оси колебаний физического маятника выбрать ось, проходящую через точку O_1, лежащую на линии OC по другую сторону от центра масс C (рис.I), получим физический маятник, перевернутый по отношению к первоначальному. Его период свободных колебаний и приведенная длина:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{mgb}}\ ; \qquad \ell_{01} = \frac{J_1}{mb}\ . \tag{12}$$

Здесь J_1 – момент инерции перевернутого физического маятника относительно оси, проходящей через точку O_1 ; b – расстояние от оси колебаний O_1 до центра масс маятника C

Маятник, способный совершать колебания относительно двух осей O и O_1, лежащих на одной прямой с центром масс маятника C, но по разные стороны от него, называют оборотным маятником.

По теореме Штейнера моменты инерции оборотного маятника J и J_1 можно записать в виде

$$J = J_0 + ma^2; \qquad J_1 = J_0 + mb^2. \tag{13}$$

где J_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс C и параллельной осям колебаний маятника O и O_1.

С использованием (13) приведенные длины ℓ_0 и ℓ_{01} оборотного маятника:

$$\ell_0 = \frac{J_0 + ma^2}{ma}; \qquad \ell_{01} = \frac{J_0 + mb^2}{mb}\ . \tag{14}$$

Очевидно, точки O и O_1, через которые проходят оси колебаний оборотного маятника, всегда можно подобрать таким образом, что приведенные длины ℓ_0 и ℓ_{01} будут одинаковы:

$$\ell_0 = \ell_{01}\ ; \qquad \frac{J_0 + ma^2}{a} = \frac{J_0 + mb^2}{b}\ . \tag{15}$$

Из равенства (15) следует, что периоды колебаний прямого T и перевернутого T_1 маятников также будут одинаковы,

$$T = T_1.$$

Из уравнения (15) находим

$$J_0 = mba\ . \tag{16}$$

Подставляя (16) в выражения для приведенных длин (14), получаем

$$\ell = \ell_{01} = \ell_0 = a + b, \tag{17}$$

где ℓ – приведенная длина оборотного маятника.

Зная приведенную длину оборотного маятника ℓ и соответствующий ей период колебаний T, можно из формулы (17) определить ускорение свободного падения в данном месте Земли:

$$g = \frac{4\pi^2\ell}{T_0^2} = \frac{4\pi^2(a+b)}{T_0^2}\ . \tag{18}$$

Определив экспериментально положение центра масс маятника и величины отрезков a и b (рис.1), можно по формулам (13) с учетом (16) вычислить его моменты инерции относительно осей O и O_1:

$$J_1 = mb(a+b) = mb\ell\ ;$$
$$J = ma(a+b) = ma\ell\ . \tag{19}$$

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1. Экспериментальная установка

Оборотный маятник в экспериментальной установке состоит из массивного стержня 1, на котором жестко закреплены две опорные призмы 2 и два груза чечевицеобразной формы 3 (рис.2)

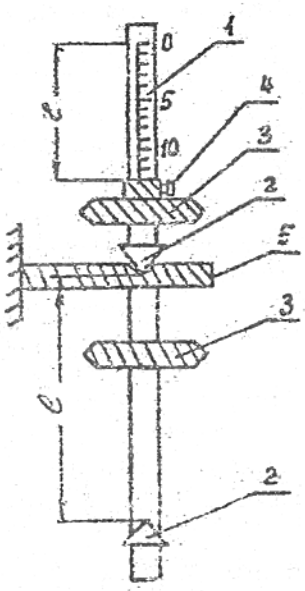


Рис. 2

Одна чечевица закреплена жестко, а другая может перемещаться вдоль стержня маятника и фиксироваться стопорным винтом 4 в любом желаемом для экспериментатора месте стержня. В одних установках подвижная чечевица располагается в промежутке между опорными призмами, в других – на одном из концов стержня.

Для приведения в колебательное движение маятник через посредство призмы устанавливают на опоре 5, имеющей для этого специальную прорезь и небольшую канавку для размещения острия опорной призмы (рис.2).

Таким образом, роль оси колебаний в маятнике выполняет острие опорной призмы 2. В про-

цессе эксперимента колебательные движения маятника осуществляются относительно острия сначала одной (прямой маятник), а затем другой призы (перевернутый маятник).

2.2. Порядок выполнения работы

1. Установить подвижную чечевицу на нулевой отметке шкалы ($z = 0$) и зафиксировать ее положение стопорным винтом.
2. Подвесить маятник на этой опорной призме так, чтобы ее острие находилось в канавке опоры 5.
3. Закрыть прорезь опоры предохранительной скобой.
4. Отклонить маятник от равновесного состояния на небольшой угол (до 10°) и отпустить. Маятник будет совершать колебательные движения.
5. Измерить время t нескольких n =30–50 колебаний (число колебаний указывается преподавателем) и записать полученные результаты в табл.I.
6. Определить период колебаний по формуле
$$T = \frac{t}{n}.$$
7. Подвесить маятник на другой опорной призме так, как указано в п. 2. Проделать все экспериментальные операции п.п. 3–6 с новым перевернутым маятником. Результаты занести в табл.I.

Таблица I

№ опыта	z	n	Прямой маятник		Перевернутый маятник	
			t_1	T_1	t_2	T_2

8. Передвинуть подвижную чечевицу на небольшое расстояние и произвести все экспериментальные операции п. п. 1–7 с новым маятником.
9. Перемещение подвижной чечевицы производить в диапазоне всей имеющейся шкалы. В каждом случае результаты эксперимента заносить в табл I.

10. По данным табл. I построить графики
$$T_1 = f(z); \quad T_2 = f(z).$$
11. По точке пересечения графиков (рис.3) определить период T_0 и положение подвижной чечевицы z_0.

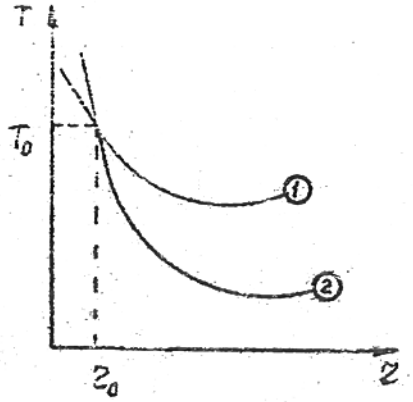


Рис. 3

12. Установить подвижную чечевицу на расстоянии $z = z_0$ и произвести повторные измерения периода колебаний прямого и перевернутого маятников несколько раз. Результаты опытов занести в табл.2. Убедиться, что периоды колебаний T_{01} и T_{02} прямого и перевернутого маятников мало отличаются.
13. По полученным T_{01} и T_{02} определить средний период
$$T_0 = \frac{T_{01}\varphi + T_{02}\varphi}{2}.$$

Таблица 2

№ опыта	z_0	n	Прямой маятник		Перевернутый маятник	
			t_0	T_{01}	t_0	T_{02}

14. Вынуть маятник из прорези основания и вывешиванием его на горизонтальной опоре найти положение центра масс C.
15. По найденному положению центра масс измерить отрезки a и b (рис.I).
16. По формулам (I6), (I8) и (I9) вычислить ускорение свободного падения g, момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс J_0, моменты инерции маятника относительно осей O, O_1 колебаний J и J_1.
17. Рассчитать погрешности измерений.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Физический маятник, период его колебаний.
2. Приведенная длина физического маятника.
3. Оборотный физический маятник. Приведенная длина оборотного маятника.
4. Как определяется ускорение свободного падения с помощью оборотного маятника?
5. Как определяется момент инерции оборотного маятника относительно оси, проходящей через центр масс маятника?
6. Как определить момент инерции оборотного маятника относительно оси, совпадающей с осью колебаний маятника?
7. Правила расчета погрешностей.

Литература

1. Стрелков С.П. Механика. М.:Наука, 1965.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. М.:Наука, 1978.

УДК 536.7(075.5)

Лабораторная работа № I-I4

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Т.О.Рубцова, Л.Г.Рудоясова

Дано краткое описание законов идеального газа, первого начала термодинамики. Рассмотрена теплоемкость для разных термодинамических процессов. Приведено описание экспериментальной установки и методики определения показателя адиабаты.

ВВЕДЕНИЕ

В технике для превращения теплоты в работу и работы в теплоту широко используются различные циклы, в состав которых входит политропическое (без изменения теплоемкости) расширение или сжатие газов. Показатель политропного процесса, протекающего в газе, определяется его теплоемкостью.

Целью данной лабораторной работы является изучение метода Клемана-Дезорма, позволяющего экспериментально определить показатель адиабаты γ для воздуха.

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

I.I. Первое начало термодинамики. Уравнения газовых процессов.

Первый закон (или начало) термодинамики является одним из наиболее общих законов природы и отражает закон сохранения энергии для термодинамических процессов. Количество тепла, сообщаемое системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на работу системы против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A \quad \text{, или} \quad \delta Q = dU + \delta A. \qquad (I.1)$$

При рассмотрении термодинамических процессов используется понятие "идеального газа" - газа, молекулы которого не взаимодействуют друг с другом и их размеры пренебрежимо малы. Реальные газы при условиях, не сильно отличающихся от нормальных (средние температуры $T \sim T_{ком}$ и давления $P \sim P_{ком}$), можно описывать уравнениями идеального газа. В частности, для них применимо основное уравнение состояния идеального газа : $PV = \frac{m}{\mu} RT$,

где R - универсальная газовая постоянная,

μ - молярная масса данного газа.

Внутренняя энергия U идеального газа определяется кинетической энергией движения его молекул. Средняя энергия каждой молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = i \frac{KT}{2}, \qquad (I.2)$$

где K - постоянная Больцмана; T - абсолютная температура;

i - число степеней свободы, т.е. число независимых координат, определяющих ее положение в пространстве.

Для одноатомной молекулы i =3 (положение точки в пространстве определяется тремя координатами), для двухатомной молекулы - i =5, если связь между атомами жесткая, так как добавляются две вращательные степени свободы дополнительно к трем поступательным.

Внутренняя энергия идеального газа складывается из энергии всех его молекул: $U = \sum_{j=1}^{N} \langle \varepsilon_j \rangle$, для одного моля газа

$$U = N_0 \langle \varepsilon \rangle = N_0 \, i \, \frac{KT}{2} = i \frac{RT}{2}. \qquad (I.3.)$$

Здесь использовано соотношение между универсальной газовой постоянной R , числом Авогадро N_0 и постоянной Больцмана K :

$$R = N_0 K \qquad (I.4)$$

Если количество газа не равно одному молю, то его внутренняя энергия определяется по одной из формул:

$$U = \frac{m}{\mu} i \frac{RT}{2} = \frac{N}{N_0} \, i \, \frac{RT}{2} = N i \frac{KT}{2}, \qquad (I.5)$$

где m и μ - масса и молярная масса газа; N - число молекул газа. Подчеркнем, что внутренняя энергия идеального газа является функцией его температуры.

Для каждого конкретного газового процесса уравнение первого закона термодинамики (I.I) может быть записано по-своему. Так для изотермического процесса $\delta Q = \delta A$, т.к. $dU = 0$ вследствие того, что $T = const$. Для адиабатического процесса, т.е. процесса, протекающего без теплообмена с окружающей средой, $\delta Q = 0$, $\delta A = -dU$. Основные сведения по разным изопроцессам сведены в табл. I.

Таблица I

Процесс	Основной признак	Уравнение	Первое начало термодинамики
изотермический	$T=const$	$PV=const$	$\delta Q=\delta A$
изохорический	$V=const$	$P/T=const$	$\delta Q=dU$
изобарический	$P=const$	$V/T=const$	$\delta Q=dU+\delta A$
адиабатический	$\delta Q=0$	$PV^{\gamma}=const$	$\delta A=-dU$

I.2. Теплоемкость. Теплоемкость молярная и удельная. Отношение теплоемкостей C_p/C_v

Теплоемкостью вещества называется величина, численно равная количеству теплоты, необходимому для нагревания его на один градус,

$$C_o=\frac{\delta Q}{dT}. \qquad (I.6)$$

Теплоемкость единицы массы вещества называется удельной теплоемкостью, а теплоемкость одного моля вещества – молярной. Связь между ними: $C=C_{уд}\,\mu$, где μ – масса одного моля.

Теплоемкость газа зависит от условий, при которых происходит его нагревание. Так, при изохорическом процессе

$$C_{ov}=\frac{\delta Q}{dT}=\frac{dU}{dT}, \qquad (I.7)$$

так как $\delta A=pdV$, а $V=const$. В свою очередь для одного моля (все дальнейшие рассуждения будем проводить для одного моля газа) с учетом (I.3) имеем

$$C_v=\frac{i\,R/2\,dT}{dT}=i\frac{R}{2}. \qquad (I.8)$$

Аналогично для изобарического процесса получим

$$C_p=\frac{\delta Q}{dT}=\frac{dU}{dT}+\frac{\delta A}{dT}=C_v+\frac{\delta A}{dT}.$$

Поскольку $\frac{\delta A}{dT}=\frac{pdV}{dT}=\frac{R\,dT}{dT}=R$

(здесь использовано основное уравнение состояния идеального газа, определение работы $\delta A=pdV$), окончательно имеем

$$C_p=C_v+R. \qquad (I.9)$$

Следовательно, $C_p>C_v$. Используя (I.8), получаем

$$C_p=\frac{i+2}{2}R. \qquad (I.10)$$

Отношение теплоемкостей C_p/C_v входит в виде показателя степени в уравнение адиабаты (уравнение Пуассона): $PV^{\gamma}=const$ – табл. I. С учетом вышеприведенных соотношений можно записать:

$$\gamma_{теор}=\frac{C_p}{C_v}=\frac{i+2}{i}=1+\frac{2}{i}>1. \qquad (I.11)$$

Таким образом, теоретическое значение γ для одноатомного газа ($i=3$) равно I,666, для двухатомного $\gamma_{теор}$ =I,4.

II. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

2.I. Определение отношения C_p/C_v методом Клемана-Дезорма

Перед началом эксперимента воздух в сосуде I (рис.I) находится при атмосферном давлении P_o, имеет температуру окружающей среды T_o, поэтому уровни жидкости в обоих коленах манометра 2 одинаковы. Краны 4 и 5 закрыты, а поршень насоса 3 занимает положение I.

Из всей массы воздуха, находящейся в сосуде, мысленно выделим массу m, занимающую объем V_o. Начальное состояние газа массы m (точка А на рис.2) характеризуется параметрами P_o, V_o, T_o.

Открыв кран 5, переместим поршень в положение П. При достаточно быстром перемещении теплообмен с окружающей средой произойти не успевает, т.е. $\delta Q=0$, и процесс можно считать адиабати-

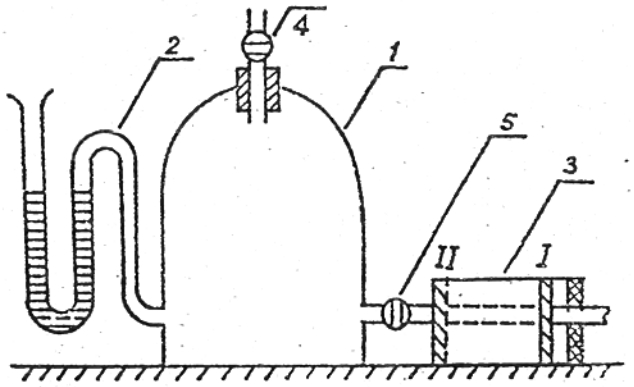


рис.I

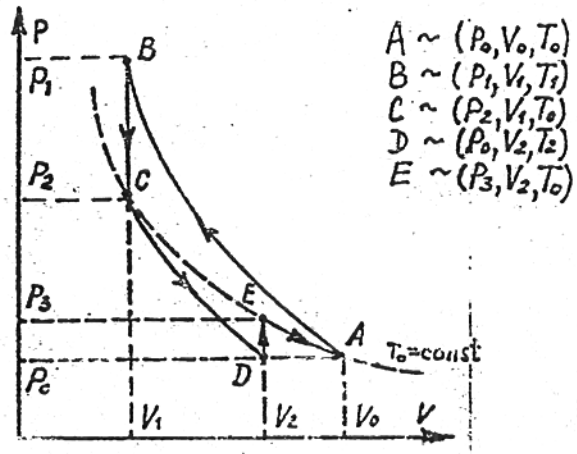


рис.2

ческим. Масса газа m займет при этом объем $V_1 < V_0$, давление воздуха увеличится ($P_I > P_0$) и температура возрастает ($T_I > T_0$) (точка B на рис.2). Закроем кран 5 и дадим возможность газу, изохорически, $V_1 = const$, охладиться самопроизвольно до температуры окружающей среды T_0 (причина этого процесса – теплообмен с окружающей средой). Давление при этом уменьшится до $P_2 < P_I$ (точка C на рис.2). Далее, открыв кран 4, предоставим возможность газу расшириться. Поскольку процесс расширения кратковременен, его можно считать адиабатическим (участок CD диаграммы рис.2). Расширение производится до выравнивая давления с атмосферным P_0 (уровни жидкости в коленах манометра должны быть одинаковыми). Кран 4 закрываем. При этом температура уменьшится ($T_2 < T_0$), а обозначенная нами масса газа m займет объем $V_2 > V_1$. Данному состоянию газа соответствует точка D на рис.2.

$A \sim (P_0, V_0, T_0)$
$B \sim (P_1, V_1, T_1)$
$C \sim (P_2, V_1, T_0)$
$D \sim (P_0, V_2, T_2)$
$E \sim (P_3, V_2, T_0)$

Запишем для адиабаты CD уравнение Пуассона:

$$P_2 V_1^{\gamma} = P_0 V_2^{\gamma} \quad , \text{ или } \quad \frac{P_2}{P_0} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} . \qquad (2.1)$$

Из этого уравнения по известному отношению V_2/V_1 легко вычислить показатель адиабаты $\gamma = C_p/C_v$ (величины давлений определяются экспериментально). Однако отношение V_2/V_1 в общем случае не известно. Постараемся заменить его на отношение давлений. Для этого изохорически ($V_2 = const$) дадим возможность газу нагреться до первоначальной температуры T_0. Процесс DE самопроизвольный и происходит за счет теплообмена с окружающей средой. Состояние газа изобразится точкой E с параметрами P_3, V_2, T_0.

Обратим внимание на то, что состояния газа в точках E, C и A характеризуются одной и той же температурой T_0, поэтому они лежат на одной изотерме (пунктирная кривая на рис.2). Тогда для точек C и E можно записать:

$$P_2 V_1 = P_3 V_2 , \qquad \text{или} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_2}{P_3} . \qquad (2.2)$$

Подставив (2.2) в (2.1), получим

$$\frac{P_2}{P_0} = \left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\gamma} .$$

Логарифмируя это выражение, найдем

$$\gamma = \frac{\ln P_2/P_0}{\ln P_2/P_3} = \frac{-\ln \frac{P_0}{P_2}}{-\ln \frac{P_3}{P_2}} = \frac{\ln\left(1 - \frac{P_2 - P_0}{P_2}\right)}{\ln\left(1 - \frac{P_2 - P_3}{P_0}\right)} .$$

Поскольку все значения давлений близки к атмосферному и их разности $(P_2 - P_0)$ и $(P_2 - P_3)$ малы, разложим $\ln(1-X)$ в ряд по малому параметру $X < 1$:

$$\ln(1-X) = -\left(X + \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3} + \ldots\right)$$

и ограничимся первым приближением.

Получим

$$\gamma = \frac{P_2 - P_0}{P_2 - P_3} . \qquad (2.3)$$

На практике при использовании жидкостного манометра удобнее определить не абсолютные значения давлений, а их разность с атмосферным (открытый конец трубки манометра). Для этого преобразуем (2.3) к виду

$$\gamma = \frac{P_2 - P_0}{(P_2 - P_0) - (P_3 - P_0)} = \frac{\Delta h_2}{\Delta h_2 - \Delta h_3}, \qquad (2.4)$$

где Δh_2 – разность уровней манометра, соответствующая точке С, а Δh_3 – точке Е, выраженные в миллиметрах водяного столба.

2.2. Описание измерительной установки. Правила техники безопасности

Установка, изображенная на рис.I, состоит из толстостенного стеклянного сосуда I, соединенного с манометром 2 и насосом 3. Кран 4 позволяет сообщаться сосуду I с атмосферой, а кран 5 – с насосом.

Перед началом экспериментов проверить работу кранов 4 и 5 и установить их в закрытое положение.

В процессе работы не допускать переливания цветной флюоресцирующей жидкости через открытый конец манометра.

2.3. Методика проведения измерений

I. Открыть кран 5, а кран 4 закрыть и, сделав несколько качков насосом, увеличить давление в сосуде так, чтобы начальная разность уровней Δh_1 в манометре составляла значение, указанное преподавателем в пределах I0÷I5 см. (Процесс АВ на диаграмме рис.2 – адиабатическое сжатие.)
2. Закрыв кран 5, дать воздуху остыть до комнатной температуры. (Процесс ВС – изохорное охлаждение.) Охлаждение заканчивается, когда уровни жидкости в манометре перестанут изменяться. Измерить высоты уровней жидкости h_1 и h_2 в коленах манометра. Данные измерений и разность давлений Δh_2 занести в табл.2.
3. Кратковременно (до встречи выравнивающихся уровней жидкости в коленах манометра) открыть кран 4 и быстро закрыть его. (Процесс CD – адиабатическое расширение.)
4. Дать воздуху нагреться до комнатной температуры (Процесс DE – изохорное нагревание.) Когда уровни жидкости в манометре перестанут изменяться, измерить высоты жидкости в коленах манометра h_3, h_4 и их разность Δh_3. Данные измерений занести в табл.2.

5. Возвратить установку в исходное состояние. Для этого на 5-7 с открыть краны 4 и 5 и снова их закрыть.
6. Повторить опыт N =I0 раз. Данные измерений для каждого опыта заносить в табл. 2.
7. По формуле (2.4) рассчитать γ_i .

Таблица 2

№ опыта	h_1	h_2	$h_1 - h_2 = \Delta h_2$	h_3	h_4	$h_3 - h_4 = \Delta h_3$	γ_i
I							
2							
3							
4							
...							
N							

8. Рассчитать $\langle\gamma\rangle$ как среднее арифметическое: $\gamma = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\gamma_i$
9. Рассчитать $\gamma_{теор}$, считая воздух двухатомным газом.
I0. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения γ .

2.4. Обработка результатов эксперимента (см. /3/)

Абсолютная погрешность измерений Δh_2 и Δh_3 определяется в основном систематической погрешностью, которая равна двум половинам цены деления шкалы, т.к. для определения Δh необходимо отметить уровень жидкости в двух коленах манометрической трубки. Поскольку указанная шкала равномерна и каждый раз определяется одна и та же величина γ , погрешность измерения можно уменьшить путем повторных измерений одной и той же величины γ.

Воспользовавшись методом выборок /3/, определяют:

I) доверительную погрешность по лп. 2.4÷2.9 /3/

$$\Delta\gamma = t_{p,N}\sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(\gamma_i - \langle\gamma\rangle)^2};$$

2) относительную погрешность

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{\langle r \rangle} \cdot 100\%;$$

Записывают окончательный результат (с учетом правил округления) в виде $r = \langle r \rangle \pm \Delta r$; $p = \ldots\,\%$, $\varepsilon_r = \ldots\,\%$.

ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ

1. В чем заключается первое начало термодинамики? Записать первое начало термодинамики для всех изопроцессов и уравнения этих процессов.
2. Работа газа. Уметь рассчитывать работу газа при политропных процессах.
3. Внутренняя энергия газа. От чего она зависит? Понятие числа степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа.
4. Теплоемкость. Связь между удельной и молярной теплоемкостями. Почему $C_p > C_v$?
5. Объяснить график зависимости давления газа от объема для всех процессов, проводимых в работе. В каких точках графика (рис.2) внутренняя энергия газа максимальна и минимальна?
6. Вычислить внутреннюю энергию воздуха, находящегося в стеклянном сосуде. Условия считать нормальными, объем сосуда 5 л.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Том I. М.: Наука, 1977.
2. Яворский Б.И., Детлаф А.А. и др. Курс физики. Том I. М.: Высшая школа, 1966.
3. Методические указания по статистической обработке результатов измерений в лабораториях физического практикума / ННПИ. Н.Новгород, 1991.

УДК 533.082.4

Лабораторная работа № I-22

ИЗУЧЕНИЕ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА НА ПРИМЕРЕ НАГРЕВАНИЯ И ПЛАВЛЕНИЯ ОЛОВА

В.Б.Доброхотова, В.П.Савченко, А.Б.Федотов, Т.С.Царевская

В работе на примере нагревания и плавления олова дано краткое описание явления фазового перехода первого рода. Рассматривается методика получения диаграммы плавления (отвердевания) вещества как способа измерения температуры, удельной теплоты плавления, энергии связи атомов, изменения энтропии.

Цель работы: получение диаграммы нагревания и плавления /охлаждения и отвердевания/ олова; определение его температуры и удельной теплоты плавления, энергии связи атомов; расчет изменения энтропии, происходящего при этих процессах.

I. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

I.I. Фазовые превращения. Плавление

Фаза в термодинамике – равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний. При определенных условиях разные фазы одного и того же вещества могут находиться в равновесии друг с другом, соприкасаясь между собой. Переход из одной фазы в другую называется фазовым переходом. Различают фазовые переходы (ФП) двух родов. При ФП I^{го}рода скачком меняются такие термодинамические характеристики вещества, как плотность, внутренняя энергия, энтропия тела. При этом выделяется или поглощается вполне определенное количество теплоты, называемое теплотой фазового перехода (примеры ФП I^{го}рода: плавление, кристаллизация, испарение, сублимация и т.д.)

Фазовый переход 2^{го}рода является непрерывным в том смысле, что состояние тела меняется непрерывным образом. Такой переход не сопровождается выделением или поглощением тепла. (Примеры ФП 2го рода: переход металлов из нормального в сверхпроводящее состояние, переход парамагнетик-ферромагнетик, переход $_3$He и $_4$He в сверхтекучее состояние и т.д.)

Плавление – переход вещества из кристаллического (твердого) состояния в жидкое – происходит с поглощением тепла (фазовый переход I^{го}рода). Главными характеристиками плавления являются: температура плавления $T_{пл}$, удельная теплота плавления λ. Температура плавления зависит от внешнего давления. Наличие определенной температуры плавления – важный признак кристаллических твердых тел. По этому признаку их легко отличить от аморфных твердых тел, которые не имеют фиксированной $T_{пл}$.

Переход начинается при достижении кристаллическим веществом $T_{пл}$ и протекает при постоянной температуре $T_{пл}$, несмотря на приток теплоты (рис. I.)

*Речь идет о плотности, внутренней энергии и т.д., но не о таких свойствах, как, например, электропроводность.

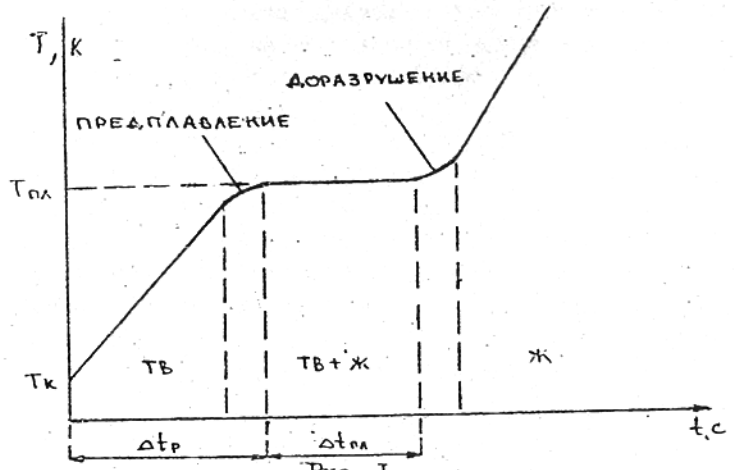


Рис. I

На рис. I $T_к$ – комнатная (исходная) температура, $T_{пл}$ – температура плавления; $\Delta t_р$ и $\Delta t_{пл}$ – время разогрева и плавления соответственно.

Плавление сопровождается изменением физических свойств вещества: ростом теплоемкости, электрического сопротивления, практически до нуля падает при плавлении сопротивление сдвигу (в жидкости не могут распространяться упругие поперечные волны), уменьшается скорость распространения звука (продольных волн) и т.д.

Согласно молекулярно-кинетическим представлениям, плавление осуществляется следующим образом. При подведении к кристаллическому телу теплоты увеличивается энергия колебаний (амплитуда колебаний) его атомов, что приводит к повышению температуры тела и способствует образованию в кристалле различных дефектов: появлению незаполненных узлов кристаллической решетки, нарушению периодичности кристаллической решетки внедрившимися между ее узлами атомами (междоузельными атомами). Постепенный рост числа дефектов и их объединение характеризуют стадию предплавления. С достижением температуры плавления ($T_{пл}$ на рис. I) в кристалле создается критическая концентрация дефектов, начинается плавление – кристаллическая решетка распадается на легкоподвижные субмикроскопические области. Подводимая при этом теплота идет не на нагревание тела, а на разрыв межатомных связей и разрушение дальнего порядка в кристаллах.*

* Упорядоченность в расположении частиц вещества на расстояниях,

В самих же субмикронных областях ближний порядок в расположении атомов при плавлении существенно не меняется. При этом координационное число** расплава при Тпл в большинстве случаев остается тем же, что и у кристалла.

В данной работе изучается плавление и кристаллизация олова. На рис. 2 изображена типичная зависимость потенциальной энергии $U(r)$ взаимодействия двух атомов в веществе от их взаимного расстояния r (парный потенциал взаимодействия). Величина ε_0 называется энергией связи, r_0 – равновесное расстояние. Если температура вещества не очень велика, так что средняя энергия теплового (колебательного) движения атомов $kT \ll \varepsilon_0$, атомы совершают колебания между точками A и B с относительно небольшой амплитудой.

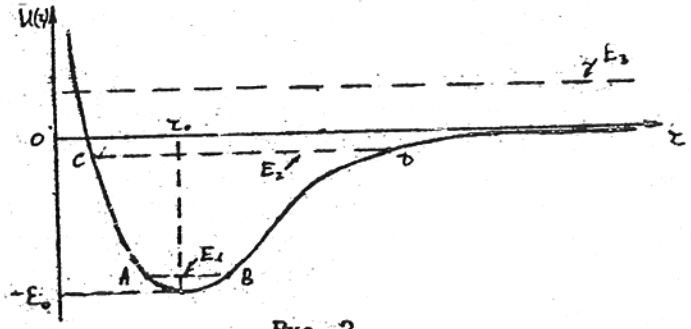


Рис. 2

При этом вещество находится в кристаллическом состоянии (на рис. 2 E_1 – средняя энергия атомов в этом состоянии). Если путем нагрева повысить среднюю энергию до E_2, что соответствует условию

$$kT \approx \varepsilon_0, \qquad (1)$$

увеличивается средняя амплитуда колебаний атомов (между C и D). Поскольку значительная часть атомов имеет энергию выше средней, происходит интенсивная миграция атомов (разрыв связей с последующим воссоединением их в другой комбинации), т.е. вещество становится текучим (жидкость). Наконец, газообразному состоянию

* сравнимых с межатомными, называется ближним порядком, а упорядоченность, повторяющаяся на неограниченно больших расстояниях, – дальним порядком. В жидкостях и аморфных твердых телах существует только ближний порядок, в кристаллах существуют и ближний, и дальний порядки.

** Координационным числом называется число ближайших к данному атому соседних атомов в кристаллической решетке. Для Sn координационное число =12.

вещества соответствует случай $kT \gg \varepsilon_0$ ($E_{ср} = E_3$).

Вычислим количество тепла, необходимое для плавления куска олова, масса которого m известна. Поскольку каждый атом в кристалле олова окружен 12-ю ближайшими соседями с парным потенциалом взаимодействия, изображенным на рис. 2, на каждый атом в среднем придется затратить количество тепла, равное $\varepsilon_0 \frac{12}{2} = 6\varepsilon_0$.

В действительности для оценки теплоты плавления этот результат необходимо поделить пополам, так как, когда вещество находится в жидком агрегатном состоянии, в любой момент времени разорвана примерно половина межатомных связей.

Поэтому если масса одного атома Sn равна m_a, то полное количество тепла, необходимое для плавления всего кристалла олова,

$$Q_{пл} = 3\varepsilon_0 \frac{m}{m_a} = 3\varepsilon_0 N_A \frac{m}{\mu}. \qquad (2)$$

Удельная теплота плавления λ определяется как $\lambda = \frac{Q_{пл}}{m}$.

Из (2) получаем связь между λ и ε_0:

$$\lambda = \frac{3\varepsilon_0}{m_a} = \frac{3\varepsilon_0 N_A}{\mu}, \qquad (3)$$

где N_A и μ – число Авогадро и молярная масса олова.

Для получения диаграммы плавления (или отвердевания), т.е. зависимости температуры расплавляемого (или отвердевающего) вещества от времени при неизменных внешних условиях сосуд (тигель) с исследуемым веществом помещают в печь и, нагревая его, измеряют через определенные промежутки времени температуру вещества в тигле. По результатам измерений строится график, аналогичный приведенному на рис. 1. При достаточно медленном нагревании можно считать, что температуры металлической пробы (олова) и тигля одинаковы во всех точках. Если тепловая мощность $N = \frac{dQ}{dt}$, подводимая к образцу, может считаться постоянной, ось времени является одновременно и осью "теплоты, поглощенной образцом и тиглем". Тепловая мощность N, конечно, не равна мощности нагревателя, так как часть теплоты рассеивается в окружающую среду.

Участки возрастания температуры на рис. 1 изображают нагревание твердого образца и тигля (слева) и нагревание расплава и тигля (справа). Тепловая мощность на любом из участков равна изменению внутренней энергии системы в единичное время

$$N = (mc + C_T)\frac{dT}{dt}. \qquad (4)$$

Масса пробы олова m, его удельная теплоемкость c, а также теплоемкость тигля C_T вблизи температуры плавления известны.

Горизонтальный участок на рис.I изображает процесс плавления металла. Здесь выполняется равенство

$$N \Delta t_{пл} = \lambda m. \qquad (5)$$

Исключив N из (4) и (5); получаем рабочую формулу, позволяющую по диаграмме плавления (или отвердевания) олова рассчитать его удельную теплоту плавления

$$\lambda = \frac{mc + c_T}{m} \Delta t_{пл} \frac{dT}{dt}. \qquad (6)$$

I.2. Энтропия

При нагревании и последующем плавлении металла происходит переход из более упорядочного (кристаллического) состояния в менее упорядоченное – жидкое. Количественной мерой степени молекулярного беспорядка в системе в любом агрегатном состоянии является энтропия. Наряду с такими понятиями, как внутренняя энергия, количество теплоты и т. д., энтропия является одним из центральных понятий в термодинамике и теории фазовых переходов. Поэтому содержание понятия энтропии, ее свойства и характер изменений при протекании различных процессов требуют их отдельного и достаточно подробного рассмотрения.

I.2.I. Энтропия. Термодинамическое толкование

Предварительно приведем некоторые определения.

Равновесным состоянием системы называется такое состояние, при котором все ее параметры имеют определенные значения, остающиеся при неизменных внешних условиях постоянными сколь угодно долго.

Если процесс перехода термодинамической системы из одного равновесного состояния в другое медленный, так что все промежуточные состояния можно рассматривать как равновесные; его называют равновесным.

Всякий равновесный процесс является обратимым. Обратимый процесс – процесс перехода термодинамической системы из одного состояния в другое, допускающий возвращение ее в первоначальное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом процессе, но проходимых в обратном порядке. При этом состояние тел вне системы остается неизменным.

Круговым процессом или циклом называется такой процесс, по завершении которого система возвращается в исходное состояние.

Интеграл вида $\int \frac{\delta Q}{T}$ называется приведенным количеством теплоты, сообщаемым системе в процессе перехода ее из одного состояния в другое *.

В термодинамике доказывается, что если процесс этот обратимый и круговой, то интеграл, соответствующий замкнутому циклу, равен нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \qquad (7)$$

Это, в свою очередь, означает, что при всяком обратимом, не круговом процессе, значение интеграла $\int \frac{\delta Q}{T}$ не зависит от пути, по которому происходит процесс (производится интегрирование) и определяется только начальным " I " и конечным " 2 " состояниями системы. Следовательно, подынтегральное выражение $\frac{\delta Q}{T}$ является полным дифференциалом некоторой функции S:

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{обр}. \qquad (8)$$

Эту функцию S называют энтропией системы. Она является функцией состояния этой системы, изменение которой ΔS при обратимом переходе системы из состояния " I " в состояние " 2 "

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \qquad (9)$$

Из (8) видно, что dS и δQ имеют один и тот же знак. Таким образом, по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена (при нагревании тела его энтропия возрастает, при охлаждении – убывает).

Закон, определяющий направление тепловых процессов в замкнутой системе, можно сформулировать как закон возрастания энтропии:

$$\Delta S \geqslant 0, \qquad (10)$$

т.е. при всех происходящих в замкнутой системе необратимых процессах энтропия системы возрастает; максимальное возможное значение энтропии замкнутой системы достигается в тепловом равновесии. Это утверждение является количественной формулировкой вто-

* При элементарном процессе приведенное количество теплоты равно $\delta Q/T$, где T – температура системы, δQ – получаемое (либо выделяемое) ею количество теплоты.

рого закона термодинамики.

Справедливо и обратное. Всякий процесс, при котором энтропия замкнутой системы возрастает, является необратимым; чем больше возрастание энтропии, тем больше степень необратимости. Идеальному обратимому процессу соответствует постоянство энтропии замкнутой системы $(\Delta S = 0)$.

I.2.2. Энтропия. Статистическая интерпретация

Опыт показывает, что если систему вывести из состояния равновесия и предоставить саму себе, то в ней начинается самопроизвольный процесс перехода из неравновесного состояния в равновесное. Такой переход сопровождается одновременным ростом сразу трех важных параметров, характеризующих состояние системы. Растет энтропия системы (следует из II закона термодинамики). Растет степень молекулярного беспорядка системы, вызванного тепловым движением молекул. При этом система переходит из менее вероятного состояния в более вероятное. При достижении системой равновесия все три эти параметра достигают своих максимально возможных значений.

Данное обстоятельство говорит о том, что энтропию, с одной стороны, можно считать мерой статистического беспорядка системы и, вместе с тем, энтропия сама является некоторой монотонной функцией вероятности W состояния системы.

Эта функция имеет вид

$$S = k \ln W, \qquad (11)$$

где K – постоянная Больцмана;

W – термодинамическая вероятность (или статистический вес) системы, которая определяется как число микроскопических способов, которыми это состояние может быть осуществлено.

Энтропия обладает свойством аддитивности. Действительно, предположим, что система состоит, например, из двух не взаимодействующих частей. Из теории вероятностей известно, что вероятность состояния сложной системы равна произведению вероятностей состояний отдельных ее частей:

$$W = W_1 W_2 \qquad (12)$$

Подставив (12) в (11), получаем $S = k \ln (W_1 \cdot W_2) =$

$$= k \ln W_1 + k \ln W_2 = S_1 + S_2, \qquad (13)$$

т.е. энтропия системы равна сумме энтропий отдельных ее частей.

Резюмируя все сказанное выше об энтропии, сформулируем кратко ее основные свойства.

Энтропия является функцией состояния системы. Для вычисления энтропии системы в данном состоянии относительно какого-либо состояния, принятого за нулевое, нужно вычислить значение интеграла (9) при обратимом процессе, приводящем систему из данного состояния в нулевое.

Энтропия замкнутой системы остается постоянной, если система претерпевает обратимое изменение состояния. Энтропия замкнутой системы, необратимо изменяющей свое состояние, возрастает. Максимальное значение энтропии соответствует равновесию системы. Энтропия непосредственно связана с вероятностью состояния. Возрастание энтропии системы при необратимом изменении ее состояния означает, что система переходит из менее вероятного в более вероятное состояние.

Энтропия является мерой беспорядка системы и обладает свойством аддитивности.

Одной из задач, решаемых в данной лабораторной работе, является определение изменения энтропии, имеющего место при нагревании образца олова от комнатной температуры и последующем его плавлении.

Упрощенная зависимость температуры олова от времени разогрева качественно изображена на рис. 3. Здесь, как и ранее, Тк и Тпл – комнатная (исходная) температура и температура плавления соответственно;

Δt_p, $\Delta t_{пл}$ – времена разогрева и плавления соответственно.

Изменение энтропии олова на участке I–3 можно вычислить как $\Delta S_{13} = \Delta S_{12} + \Delta S_{23}$, учитывая, что на участке 1–2 разогрева $\delta Q = cm\,dT$, где C – удельная теплоемкость олова, а на участке 2–3 $T = T_{пл} = const$, $Q_{пл} = \lambda m$, из формулы (9) получаем

$$\Delta S_{12} = \int_{T_к}^{T_{пл}} \frac{cm\,dT}{T} + \frac{Q_{пл}}{T_{пл}} = cm \ln \frac{T_{пл}}{T_к} + \frac{\lambda m}{T_{пл}} \qquad (14)$$

Здесь полагаем, что для процесса разогрева и плавления выполнены условия обратимости. Это, в частности, означает, что, выключив нагреватель в т.4, мы должны получить кривую охлаждения 4–I, совпадающую с кривой нагрева I–4. Время кристаллизации $\Delta t_{кр}$ на

участке 3-2 должно совпадать с $\Delta t_{пл}$. Реально протекающий процесс не является квазиравновесным и обратимым, то есть у кривой охлаждения 4-I нет строгого количественного совпадения с I-4.

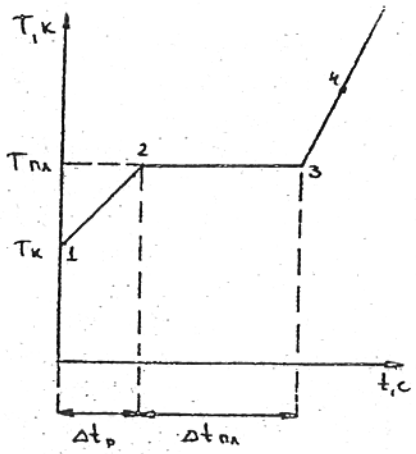


Рис. 3

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание I. Снятие кривой разогрева и плавления.

а) Измерить начальную температуру при помощи комнатного термометра.

б) Включив нагреватель и секундомер, записывать в таблицу с интервалом в 60 с показания термометра, после того как эти показания начнут изменяться. Вблизи Тплавления (~200°С) частоту записей необходимо увеличить в 3-4 раза. Зафиксировать времена начала и конца плавления и температуру плавления (Тпл).

Задание 2. Снятие кривой кристаллизации.

После того как температура достигнет величины, несколько большей, чем Тпл, выключить нагреватель и провести измерения в обратном порядке. Зафиксировать времена начала и конца кристаллизации.

Задание 3. Обработка результатов.

I) Построить на миллиметровой бумаге график прямого и обратного процессов. Проверить их совмещаемость. По двум полученным кривым определить среднее значение температуры плавления олова.

2) Выделить прямолинейный участок диаграммы вблизи области фазового перехода на ее левой возрастающей части. Найти на этом участке приращение температуры ΔT и соответствующее приращение времени Δt.

Вычислить скорость нагревания

$$\frac{dT}{dt} \approx \frac{\Delta T}{\Delta t}.$$

Определить по диаграмме время плавления $\Delta t_{пл}$. С помощью формулы (6) вычислить удельную теплоту плавления олова λ.*)

3) Вычислить приращение энтропии при нагревании и плавлении олова по формуле (I4), приняв при этом массу олова равной 0,047 кг, удельную теплоемкость олова - с = 230 Дж/кг·К

4) Вычислить величину энергии связи $\mathcal{E}_0$ атомов Sn по формулам (I) и (3) и сравнить их.

5) Сравнив кривые плавления и кристаллизации, определить, какой из указанных процессов ближе к равновесному.

*) ($\lambda = 5{,}86 \cdot 10^4$ Дж/кг)

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

I. Второе начало термодинамики. Термодинамическое определение энтропии.
2. Статистический смысл энтропии.
3. Фазовые переходы I, 2-го рода.
4. Процессы плавления, кристаллизации.
5. Вывести формулу для энергии связи атомов.
6. Определить изменения энтропии олова при нагревании и плавлении
7. Исходя из рис. 2 доказать справедливость закона Гука для малых деформаций.
8. Объяснить явление термического расширения твердых тел, воспользовавшись рис. 2.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

I. Детлаф А.А., Яворский Б.И., Милковская Л.Б. Курс физики. Ч.I. М.: Высш. шк. Любое издание.

2. Савельев И.В. Курс общей физики. Ч.I. М.: Наука. Любое издание.

3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высш. шк. 1981.

Дополнительная литература

Эткинс П. Порядок и беспорядок в природе: Пер. Ю.Г. Рудого. М.: Мир, 1987.

УДК 536.7(0755)

Лабораторная работа № I-23

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА

Г.Д.Павлова, Т.С.Царевская

Дано краткое описание явления внутреннего трения в движущихся средах, показана связь средней длины свободного пробега молекул с коэффициентом вязкости и эффективным диаметром молекул. Обоснована применимость приведенных формул для воздуха. Приведено описание экспериментальной установки определения эффективного диаметра молекул воздуха.

Введение

Практическая ценность работы: молекулярно-кинетическая теория позволила получить формулы, в которых макроскопические параметры газа (давление, объем, температура связаны с его микропараметрами (размеры молекул, их масса, скорость и т. п.). Пользуясь этими формулами, можно при помощи легко измеримых макропараметров – давления, температуры, коэффициента внутреннего трения – получит интересующие нас микропараметры – размеры молекулы, длину ее свободного пробега и т.д.

Цель работы: вычисление длины свободного пробега и эффективного диаметра молекулы азота (азот составляет 78,1% воздуха) по коэффициенту внутреннего трения (вязкости).

Теоретическая часть

Молекулы газа, находясь в тепловом движении, испытывают столкновения друг с другом, в результате чего траектория каждой молекулы представляет собой ломаную линию, состоящую из прямолинейных участков, на которых молекула движется свободно. Путь, пройденный молекулой между двумя ее последовательными соударениями с другими молекулами, называется длиной свободного пробега (l). Эта величина случайная даже для одной молекулы: она может быть и очень маленькой, и весьма большой. Поэтому необходимо ввести понятие средней длины свободного пробега молекул $\lambda = \langle l \rangle$. В среднем путь, пройденный каждой молекулой за единицу времени, численно равен средней скорости теплового движения молекул $\langle v \rangle$, которая определяется температурой газа (см. [1], § 98):

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (1)$$

где $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль· К) – универсальная газовая постоянная, T – температура по шкале Кельвина, μ – масса киломоля газа.

Если молекула за каждую единицу времени в среднем испытывает ν столкновений с другими молекулами, то средняя длина свободного пробега λ будет определяться как

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\nu}. \qquad (2)$$

Подсчитаем среднее число столкновений ν. Для упрощения расчета предположим, что движется только одна молекула с постоянной скоростью $\langle v_{\text{отн}} \rangle = \sqrt{2}\langle v \rangle$ (см. [1], § 129), а все остальные молекулы неподвижны. Естественно, что здесь мы должны учитывать среднюю скорость относительного движения. Заменив ломаную линию траектории прямой, представим себе, что выделенная молекула (1) движется внутри цилиндра радиуса d (рис. 1), где d – эффективный диаметр молекулы – минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при их столкновении (рис. 1, *а*). Величина $\sigma = \pi d^2$ называется эффективным сечением соударения частиц, или просто эффективным сечением молекулы.

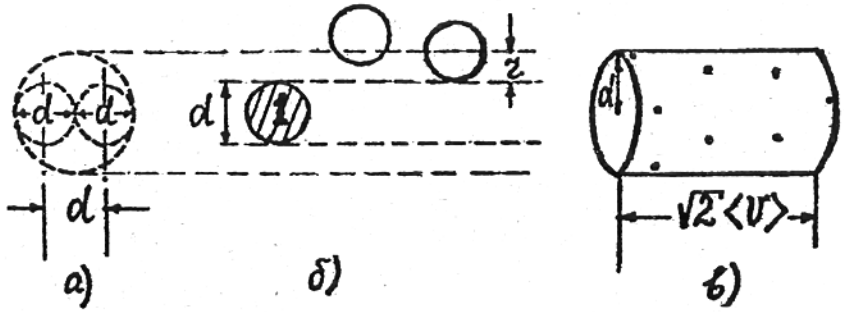


Рис. 1

Соударение частиц произойдет, если их центры окажутся на расстоянии, не большем d (рис. 1, *б*). Таким образом, молекула (1) за 1 секунду испытает соударения со всеми молекулами, центры которых окажутся в пределах объема цилиндра длиной $\sqrt{2}\langle v \rangle \cdot 1c$ и радиусом d. Исконное число молекул, а это и ест среднее число столкновений ν, можно записать так:

$$N = \nu = \sqrt{2} \cdot \langle v \rangle \pi d^2 n, \qquad (3)$$

где n – концентрация молекул.

В формуле (3) учтены только парные столкновения, реализуемые в достаточно разреженных газах.

Подставляя (3) в (2), получим:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot \pi d^2 n}. \qquad (4)$$

Для экспериментального определения λ воспользуемся связью коэффициента внутреннего трения η с λ, которую найдем, рассмотрев достаточно медленный поток газа внутри цилиндрической трубки (рис. 2). Скорость $\vec{U}$ его в разных местах сечения различна. Слой газа, непосредственно прилегающий к стенке трубки, благодаря силам молекулярного сцепления полностью затормаживается, и скорость его на стенке становится равной нулю. По мере удаления от края трубки к ее центру скорость газа увеличивается (рис. 2). В нем будут происходить процессы, стремящиеся выровнять скорость течения газа. Эти процессы называются внутренним трением или вязкостью (см. [1], § 77, 130).

Сущность внутреннего трения заключается в переносе импульса от более быстрых слоев потока к медленным. Этот перенос осуществляется благодаря тепловому движению молекул. Хотя величины скоростей молекул могут быть достаточно большими (~ 10^2 – 10^3 м/с), процессы переноса протекают медленно из-за постоянных соударений между молекулами.

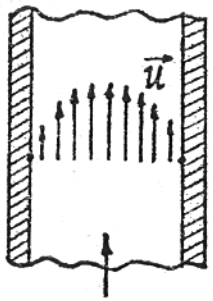


Рис. 2

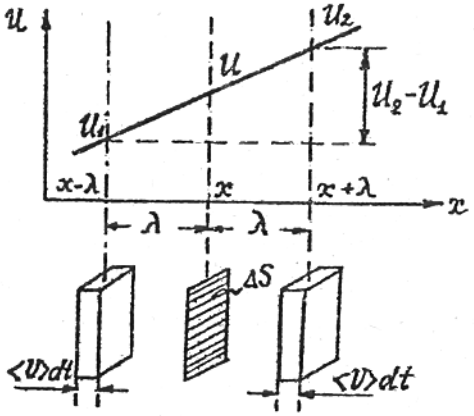


Рис. 3

Определим передачу импульса от слоя, движущегося со скоростью U_2 (рис. 3), слою, движущемуся со скоростью $U_1 < U_2$. Для этого выберем ось x, перпендикулярную к потоку газа, и площадку ΔS, нормальную к оси x. Скорость потока у пло-

щадки ΔS обозначим U.

Поскольку каждая молекула может изменить свою скорость только после соударения с другой молекулой, то на расстоянии λ справа и слева от площадки ΔS скорости потоков:

$$U_1 = U - \frac{dU}{dx}\lambda \quad \text{и} \quad U_2 = U + \frac{dU}{dx}\lambda .$$

Разность скоростей

$$U_2 - U_1 = 2\,\frac{dU}{dx}\lambda . \qquad (5)$$

Вследствие теплового движения молекул через площадку ΔS за время dt их переходит в обоих направлениях одинаковое количество, равное 1/6 части всех молекул*, находящихся в объеме $\langle v\rangle\, dt\cdot\Delta S$:

$$dN = \frac{1}{6} n \langle v\rangle \Delta S\, dt .$$

Молекулы, переходящие справа налево, перенесут с собой импульс

$$dK_2 = m U_2 dN = \frac{1}{6} n \langle v\rangle \Delta S\, m\, U_2\, dt,$$

где m – масса молекулы газа.

Импульс, переносимый в обратном направлении,

$$dK_1 = m U_1 dN = \frac{1}{6} n \langle v\rangle \Delta S\, m\, U_1\, dt.$$

Изменение импульса слоя газа равно импульсу силы за время dt:

$$F\,dt = \frac{1}{6} n \langle v\rangle\, m\,(U_2 - U_1)\Delta S\, dt. \qquad (6)$$

Подставляя (5) в (6) и учитывая, что $\frac{dU}{dx} > 0$ (рис. 3), а перенос импульса (суммарный) происходит в направлении, противоположном оси X, найдем силу внутреннего трения:

$$F = -\left(\frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\lambda\right)\frac{dU}{dx}\Delta S, \qquad (7)$$

где

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\lambda ; \qquad (8)$$

* Считаем при рассмотрении теплового движения, что все молекулы разделены на 6 одинаковых потоков, параллельных координатным осям.

η – коэффициент внутреннего трения, $\rho = n \cdot m$ – плотность газа.

Формула (8) служит основой для экспериментального определения средней длины свободного пробега молекулы воздуха:

$$\lambda = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle}. \qquad (9)$$

Плотность газа ρ определяется с помощью уравнения состояния идеального газа Клапейрона–Менделеева:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{\mu \cdot P}{RT}, \qquad (10)$$

где P – давление газа, M – масса его в объеме V.

Коэффициент вязкости η легко определить экспериментально на установке, показанной на рис.4*, с помощью формулы Пуазейля (см. [1], § 77):

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta P \, \Delta t}{8 V \ell}, \qquad (11)$$

где V – объем всасываемого через капилляр воздуха, равный объему вытекающей из сосуда воды (между отметками уровней h_1 и h_2), r – радиус капилляра; ℓ – длина капилляра, ΔP – разность давлений на концах А и В капилляра, Δt – время прохождения воздуха через капилляр, равное времени вытекания воды из сосуда.

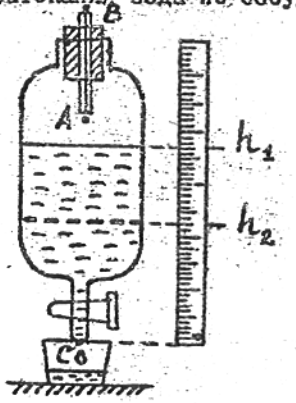


Рис.4.

Формулу Пуазейля (11) можно применять только в случае ламинарного течения газа или жидкости. Ламинарным (слоистым) называется такое течение, при котором газ (жидкость) как бы разделяется на слои, скользящие друг относительно друга с разными скоростями (см. выше) $u = u(x)$. Ламинарное течение стационарно. На такое упорядоченное движение частиц накладывается хаотичное тепловое движение, за счет которого осуществляется передача импульса от слоя к слою.

* Описание установки см. на стр. 113.

При определенном (достаточно большом) значении скорости течения, зависящем от свойств газа и от радиуса трубки, в гае начинают появляться вихри, нарушающие ламинарность течения. Возникает энергичное перемешивание газа. Такое течение называется турбулентным. При нем скорость частиц в каждом данном месте все время беспорядочно меняется. Течение становится нестационарным.

На нашей установке капилляр берется малого радиуса для того, чтобы скорость потока воздуха через него за счет разности давлений на его концах была достаточно заметной, но условие ламинарности течения при этом не нарушалось.

Подставив формулы (1), (10) и (11) в (9), найдем λ – среднюю длину свободного пробега молекул воздуха:

$$\lambda = \frac{3\pi}{16}\sqrt{\frac{\pi R}{2\mu}} \cdot \frac{r^4 \Delta P \, \Delta t \sqrt{T}}{V \ell P}. \qquad (12)$$

Для того, чтобы воспользоваться этой формулой, необходимо найти разность давлений ΔP на концах капилляра в точках А и В (рис. 4). Усредненную по измеряемому промежутку времени Δt истечения воды из сосуда.

Давление у верхнего конца капилляра (точка В) и у нижнего конца сосуда (точка С) практически одинаковое, равное атмосферному давлению P_2. Для установившегося процесса истечения воды из сосуда, пренебрегая силой поверхностного натяжения в нижней части сосуда (точка С), давление P_2 находим как

$$P_2 = P_1 + \rho_ж g h_1,$$

где P_1 – давление воздуха в сосуде над поверхностью воды, т.е. давление на нижнем конце капилляра (точка А); $\rho_ж g h_1$ – давление столба жидкости высотой h_1; $\rho_ж$ – плотность воды при комнатной температуре; g – ускорение свободного падения.

Разность давлений на концах капилляра в начальный момент времени ($t = 0$)

$$\Delta P_1 = P_2 - P_1 = \rho_ж g h_1.$$

По истечении времени Δt установится новое соотношение:

$$P_2 = P_1^{'} + \rho_ж g h_2,$$

где $P_1^{'}$ – новое давление воздуха над поверхностью воды в сосуде (точка А); $\rho_ж g h_2$ – давление столба жидкости высотой h_2 в конце опыта.

Разность давлений на концах капилляра в конце опыта

$$\Delta P_2 = P_2 - P_1^{'} = \rho_ж g h_2.$$

Средняя разность давлений за весь измеряемый промежуток времени определяется как

$$\Delta P = \frac{\Delta P_1 + \Delta P_2}{2},$$

или

$$\Delta P = \frac{1}{2}\rho_ж g (h_1 + h_2). \qquad (13)$$

После того, как определили ΔP, а вслед за ней и среднюю длину свободного пробега λ, можем найти эффективный диаметр молекул из формулы (4):

$$d = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}\pi n \lambda}}, \qquad (14)$$

где n – число молекул в единице объема воздуха при данных условиях. Эту величину можно найти, зная, что давление и температура T в момент выполнения данной работы, а также P_0, n_0 и T_0 – при нормальных условиях связаны соотношениями (см. [1], § 86):

$$P = nKT; \quad P_0 = n_0 K T_0,$$

где K – постоянная Больцмана.
Отсюда

$$n = n_0 \frac{T_0}{P_0}\frac{P}{T}. \qquad (15)$$

Подставив (15) в (14), получим:

$$d = \sqrt{\frac{P_0 T}{\sqrt{2}\pi n_0 T_0 \lambda P}}. \qquad (16)$$

Порядок выполнения работы

1. Сосуд, изображенный на рис. 4, заполняется водой на 3/4 его объема и закрывается сверху резиновой пробкой с укрепленным в ней капилляром. Открыть кран и, дождавшись, когда вода начнет вытекать из сосуда каплями, подставить стаканчик, отметить по линейке h_1 – первоначальный уровень воды в сосуде и включит одновременно секундомер.

2. Когда уровень воды в сосуде установки понизится на 30-40 делений, перекрыть кран, одновременно выключив секундомер. Записать в таблицу время истечения воды (Δt).

3. Отметить новый уровень воды h_2.

4. Измерить мензуркой объем воды V, которая вытекла из сосуда, он будет равен объему воздуха, вошедшего через капилляр.

5. Разность давлений воздуха на концах капилляра ΔP можно определить по формуле (13).

6. Температуру T находят по комнатному термометру и записывают по шкале Кельвина.

7. Атмосферное давление P определяют по барометру в мм рт. ст., а затем переводят в систему СИ, используя, соотношение:
1 мм рт. ст. = 133,0 Н/м^2.

8. Порядок оформления работы

а) приборы: установка для определения вязкости воздуха, мензурка для определения объема воды, каплями вытекающей из сосуда, секундомер, стеклянный стаканчик;

б) табличные величины:

1. l – длина капилляра
2. r – радиус капилляра

} указаны на установке

Таблица экспериментальных результатов

Таблица 1

№ опыта	V, м^3	h_1, м	h_2, м	Δt, с
1				
2				
3				

Расчет искомых величин

1) Определение средней длины свободного пробега молекулы λ. Для облегчения вычисления λ в формуле (12) подсчитана постоянная $A = \frac{3\pi}{16}\sqrt{\frac{\pi R}{2\mu}}$, которая оказалась равной

$$A = (12{,}5 \pm 0{,}1)\ (Дж/кг \cdot К)^{1/2}.$$

Тогда расчетная формула

$$\lambda = 12{,}5\,\frac{r^4 \cdot \Delta P \cdot \Delta t \cdot \sqrt{T}}{V \cdot l \cdot P}. \qquad (17)$$

Составим таблицу 2.

Таблица 2

$r^4, м^4$	$\Delta P, \frac{Н}{м^2}$	$\Delta t_{эф.}, с$	$V, м^3$	$l, м$	$P, \frac{Н}{м^2}$	$\sqrt{T}, К^{1/2}$	$\lambda, м$

2) Определение эффективного диаметра молекулы d.

В формуле (16)

$$C = \frac{P_0}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot n_0 \cdot T_0} = 3{,}1 \cdot 10^{-24}\ \frac{Н \cdot м}{К}.$$

Тогда расчетная формула для d будет иметь более простой вид:

$$d = \sqrt{3{,}1 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{T}{P \cdot \lambda}}\ м \qquad (18)$$

Составим таблицу 3.

Таблица 3

$T, К$	$P, \frac{Н}{м^2}$	$\lambda, м$	$d, м$

3) Найти погрешности $\Delta\lambda$ и Δd и записать результаты работы с учетом погрешностей.

Контрольные вопросы

1. В чем сущность явлений внутреннего трения в газах?
2. Что мы понимаем под коэффициентом вязкости? От чего он зависит?
3. Какова размерность r?
4. Каков смысл $\frac{dU}{dx}$?
5. Понятие ламинарного и турбулентного течения жидкости или газа.
6. На чем основан вывод формулы Пуазейля?
7. Что такое длина свободного пробега молекул? Почему мы говорим о средней длине свободного пробега?
8. Что надо понимать под эффективным диаметром молекулы? От чего он зависит?
9. Что такое эффективное сечение молекулы?
10. Описание и работа установки, используемой в работе.

Техника безопасности

1. Во избежание порезов со всеми стеклянными деталями обращаться аккуратно.
2. Обращаться с установкой осторожно. Кран поворачивать плавно.

Литература

1. **Савельев И. В.** Курс общей физики. Т. 1. М.: Наука, 1977. Гл. IX, §§ 75-77; гл. XI, § 98; гл. XVI, §§ 128-130.

2. **Кикоин А. К., Кикоин И. К.** Молекулярная физика. М.: Наука, 1976. § 48.

3. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. М.: Наука, 1979. Механика, гл. XII, §§ 96, 97; Термодинамика и молекулярная физика, §§ 7, 59, 60, 73, 86-89.

ПРИМЕРНЫЙ ОБРАЗЕЦ ПЛАНА ОТЧЕТА

Исполнитель-студент _____ группа_____

Лабораторная работа №_____

_____

(название работы)

Работу разрешил:

преподаватель_____

Исходные данные _____

(заполняется преподавателем)

_____

Табличные величины _____

_____

Спецификация приборов и инструментов_____

_____

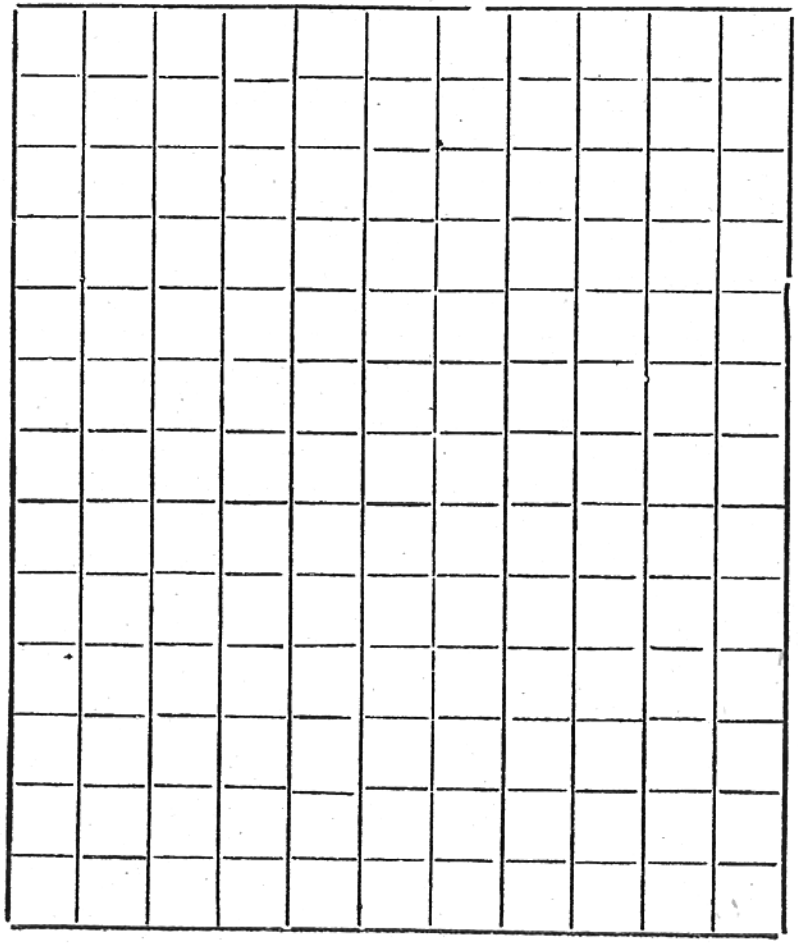
_____

Принципиальная схема установки

Рабочая формула

Обозначение величин, входящих в рабочую формулу

Таблица измерений



Расчет определяемых величин

Расчет погрешностей определяемых величин

Результат (средние значения определяемых величин с указанием доверительного интервала и относительной погрешности).

Краткий вывод по работе или анализ результата

Работу проверил _____

Графики выполняются на миллиметровой бумаге и прилагаются к отчету.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

Часть 1

Подписано в печать 23.06.05. Формат 60 x 84 1/16. Бумага газетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,75. Уч.-изд. л. 7,1. Тираж 1500 экз. Заказ 448.

Нижегородский государственный технический университет.
Типография НГТУ. 603600, Нижний Новгород, ул. Минина, 24.