

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. Р.Е. Алексеева

**Р.В. Бударагин, И.А. Вдовиченко.,
В.Б. Доброхотова, В.К. Майстренко,
А.В. Назаров, Т.О. Прончатова-Рубцова,
Г.И. Успенская, Г.И. Шишков**

ФИЗИКА

**КОМПЛЕКС
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИХ
МАТЕРИАЛОВ**

Часть 3

Рекомендовано Ученым советом
Нижегородского государственного технического
университета им. Р.Е. Алексеева в качестве учебно-
методического пособия для студентов всех технических
специальностей заочной и дистанционной форм обучения.

Нижний Новгород, 2008

УДК 53.076

Авторы: Бударагин Р.В., Вдовиченко И.А., Доброхотова В.Б., Майстренко В.К., Назаров А.В., Прончатова-Рубцова Т.О., Успенская Г.И., Шишков Г.И.

Физика. Ч. 3: комплекс учебно-методических материалов / Р.В. Бударагин, И.А. Вдовиченко., В.Б. Доброхотова, В.К. Майстренко, А.В. Назаров, Т.О. Прончатова-Рубцова, Г.И. Успенская, Г.И. Шишков / Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. Н. Новгород, 2008.- 80 с.

Изложен опорный конспект лекций, соответствующий рабочей программе по третьей части курса физики, приведены описания лабораторных работ и примеры решения типовых задач. Рекомендуются для студентов всех технических специальностей заочной и дистанционной форм обучения.

Рецензент А.А. Радионов, заведующий кафедрой «Общая и прикладная физика», профессор

Научный редактор Г.И. Шишков

Редактор Э.Б. Абросимова

Подп. к печ. 29.09.08. Формат 60x84¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ.л. 5. Уч.-изд. л. 4. Тираж 300 экз. Заказ

Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева.

Типография НГТУ. 603950, Нижний Новгород, ул. Минина, 24.

© Нижегородский государственный
технический университет
им. Р.Е. Алексеева, 2008

© Бударагин Р.В., Вдовиченко И.А.,
Доброхотова В.Б., Майстренко В.К.,
Назаров А.В., Прончатова – Рубцова Т.О.,
Успенская Г.И., Шишков Г.И.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
ГЛАВА 1 Колебания и волны	5
1.1. Гармонические колебания и волны	5
1.2. Стоячие волны	8
1.3. Сложение гармонических колебаний одного направления	9
1.4. Сложение взаимно ортогональных гармонических колебаний.....	10
1.5. Примеры решения задач	12
ГЛАВА 2 Интерференция света.....	13
2.1. Условия минимума и максимума интерференционной картины	14
2.2. Интерференция волн, создаваемых двухщелевой диафрагмой (опыт Юнга)	17
2.3. Интерференция при наблюдении колец Ньютона	19
2.4. Интерференция в тонких пленках (пластинах)	21
2.5. Интерференция на клине	22
2.6. Примеры решения задач	22
ГЛАВА 3 Дифракция света	25
3.1. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера	26
3.2. Зоны Френеля. Метод зон Френеля	27
3.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии.....	29
3.4. Дифракция Френеля на диске	31
3.5. Дифракция Френеля на полуплоскости	32
3.6. Дифракция Фраунгофера	34
3.6.1. Дифракция Фраунгофера на щели	34
3.6.2. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решётке.....	38
3.6.3. Дифракционная решётка как спектральный прибор.....	40
3.7. Примеры решения задач	43
ГЛАВА 4 Поляризация света	46
4.1. Естественный и поляризованный свет	46
4.2. Явление двойного лучепреломления. Закон Малюса. Закон Брюстера ...	47
4.3. Вращение плоскости поляризации	49
4.4. Примеры решения задач	49
ГЛАВА 5 Элементы квантовой физики	55
5.1. Тепловое излучение.....	55
5.2. Фотоэлектрический эффект. Фотоны.....	58

5.3. Эффект Комптона.....	60
5.4. Давление света.....	61
5.5. Примеры решения задач.....	62
Лабораторная работа № 3–4 Скорость звука в воздухе.....	65
Теоретическая часть.....	65
Методика измерений.....	68
Указания по технике безопасности.....	69
Экспериментальная часть.....	69
Задание. Измерение скорости звука.....	69
Контрольные вопросы.....	70
Лабораторная работа № 3-11 Интерференция света при наблюдении колец Ньютона.....	70
Теоретическая часть.....	70
Экспериментальная часть.....	71
Указания по технике безопасности.....	73
Порядок выполнения работы.....	73
Контрольные вопросы.....	74
Лабораторная работа № 3-10 Дифракция света на плоской прозрачной решетке.....	74
Теоретическая часть.....	74
Экспериментальная часть. Описание установки.....	75
Рекомендации по технике безопасности.....	76
Контрольные вопросы.....	78
Список физических констант.....	78
Библиографический список.....	79

Предисловие

Настоящий комплекс учебно–методических материалов содержит краткий теоретический материал по разделам «Колебания и волны», «Интерференция, дифракция и поляризация световых волн». В комплексе рассмотрены ряд физических явлений (тепловое излучение, фотоэлектрический эффект, эффект Комптона, давление света), в которых проявляются квантовые свойства света (свет ведет себя как поток особых частиц – фотонов). Приведены примеры решения задач.

По основным разделам третьей части курса физики даны описания трех лабораторных работ: «Скорость звука в воздухе», «Интерференция света при наблюдении колец Ньютона», «Дифракция света на плоской прозрачной решетке». Студентам заочной формы обучения, как правило, предлагаются к выполнению две из них. В каждой работе со ссылкой на теоретический материал, указанный в соответствующих главах данного комплекса, рассматриваются физические процессы, приводятся описания экспериментальной установки и методики выполнения эксперимента.

Выражаем искреннюю признательность профессору А.А. Радионову за ряд ценных предложений, а также инженеру I категории Н.А. Новоселовой за помощь в оформлении макета.

ГЛАВА 1 Колебания и волны

В природе широко распространены колебательные движения или процессы, характеризующиеся определенной повторяемостью во времени. В зависимости от природы колебаний различают колебания механические, звуковые (акустические), электромагнитные.

Однако различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями. Поэтому целесообразным является единый подход к изучению колебаний различной физической природы.

1.1. Гармонические колебания и волны

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется во времени по косинусоидальному или синусоидальному законам и описывается дифференциальным уравнением:

$$\ddot{a}(t) + \omega^2 a(t) = 0. \quad (1.1)$$

Решение этого уравнения выглядит следующим образом:

$$a(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.2)$$

где A – максимальное значение колеблющейся величины (амплитуда колебаний), ω – круговая (циклическая) частота, φ – начальная фаза колебаний, $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний в момент времени t . Определенное состояние колеб-

лющейся системы повторяется через промежуток времени T (период колебаний), за период фаза колебаний получает приращение 2π радиан:

$$\omega(t + T) + \varphi = \omega t + \varphi + 2\pi,$$

откуда

$$T = 2\pi / \omega.$$

Изучение таких колебаний важно, так как многие сложные колебательные движения можно представить как суперпозицию гармонических колебаний. Кроме того, колебания, встречающиеся в природе и технике, часто имеют характер, близкий к гармоническому.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде, периодический во времени и пространстве, называется волновым процессом. Физически волны можно представить как изменения состояния среды (возмущения), распространяющиеся в этой среде и несущие с собой энергию. Наиболее часто встречающиеся виды волн: упругие волны, возникающие в упругой (твёрдой, жидкой или газообразной) среде, волны на поверхности жидкости и электромагнитные волны. Упругие волны – механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Частным случаем упругих волн являются звуковые волны и сейсмические волны.

Основное свойство всех волн, независимо от их природы, состоит в том, что в волнах осуществляется перенос энергии без переноса вещества (последнее может иметь место лишь как побочное явление).

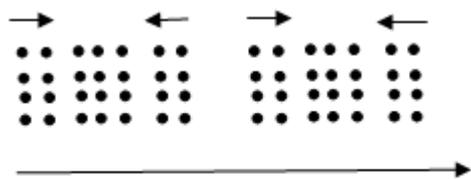


Рис 1.1

Волны могут различаться по тому, как возмущения ориентированы относительно направления их распространения. Например, звуковая волна распространяется в газе в том же направлении, в каком происходит смещение частиц газа. Волны такого типа называются *продольными* (рис. 1.1).

При распространении волны вдоль натянутой струны смещение точек струны происходит в направлении, перпендикулярном струне (рис.1.2). Волны такого типа называют *поперечными*.

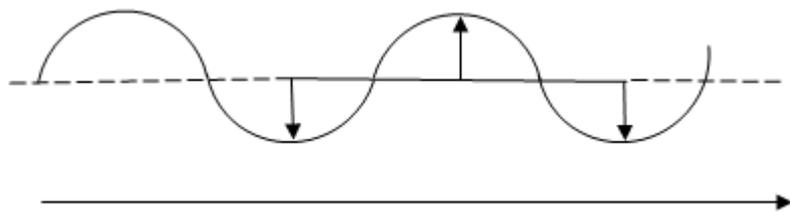


Рис. 1.2

В жидкостях и газах упругие силы возникают только при сжатии (разряжении) и не возникают при сдвиге. Поэтому упругие деформации в жидкостях и газах могут распространяться

только в виде продольных волн («волны сжатия»).

В твёрдых телах, в которых упругие силы возникают также при сдвиге, упругие деформации могут распространяться не только в виде продольных волн, но и в виде поперечных («волны сдвига»).

В электромагнитных волнах направления колебаний электрических и магнитных полей почти всегда (за исключением анизотропных сред и распро-

странения в несвободном пространстве) перпендикулярны направлению распространения волн. Электромагнитные волны в свободном пространстве - поперечные. Волна, в отличие от колебания, описывается функцией, зависящей от времени и от координаты пространства:

$$\xi(z, t) = A \cos(\omega t - kz + \varphi), \quad (1.3)$$

где A – амплитуда волны, ω – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (постоянная распространения), λ – длина волны, φ – начальная фаза колебаний.

Знак « - » перед kz в (1.3) означает, что волна распространяется от источника колебаний. Величина ξ определяется отклонением колеблющихся частиц среды от положения равновесия. Из (1.3) видно, что положение частиц изменяется по гармоническому закону и по времени (при фиксированной координате) и в пространстве (в фиксированный момент времени).

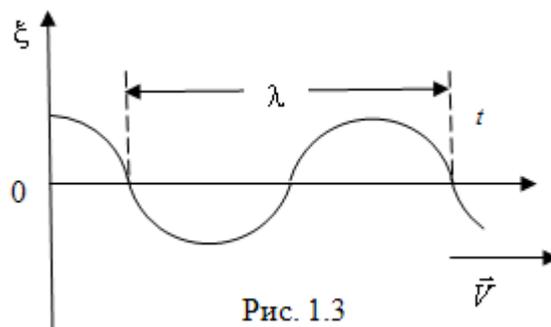


Рис. 1.3

Если для двух точек (рис. 1.3) выполняется условие $\xi(z_1 t) = \xi(z_2 t)$, то в силу цикличности тригонометрических функций разность аргументов

$$(\omega t - kz_1 + \varphi) - (\omega t - kz_2 + \varphi) = 2\pi.$$

Отсюда

$$k = 2\pi/\lambda, \quad (1.4)$$

где длина волны $\lambda = z_2 - z_1$ – минимальное расстояние между двумя точками пространства, колеблющимися в одной фазе.

Иначе понятие волны можно ввести следующим образом: расстояние, на которое распространяется определенное значение фазы за период колебания. Следовательно,

$$\lambda = VT, \quad (1.5)$$

где V – фазовая скорость распространения волны.

Такой график можно строить как для продольной, так и для поперечной распространяющейся (бегущей) волны.

Для гармонических колебаний (волн)

$$T = 2\pi/\omega, \quad (1.6)$$

где $\omega = 2\pi\nu$, ν – частота колебаний.

Из (1.5) и (1.6) получаем выражение для фазовой скорости:

$$V = \lambda\nu, \quad (1.7)$$

где ν – частота повторений.

1.2. Стоячие волны

Если в среде распространяются одновременно несколько волн, то эти волны могут накладываться одна на другую, не возмущая друг друга. Это утверждение называется принципом *суперпозиции* (наложения) волн.

В случае, когда волны имеют постоянную разность фаз, они называются *когерентными*. При сложении когерентных волн возникает явление *интерференции*, заключающееся в том, что колебания в одних точках пространства усиливаются, а в других точках ослабляются друг друга. Подробно явление интерференции волн будет рассмотрено в главе 2.

Интересный вариант интерференции наблюдается при наложении двух встречных волн с одинаковыми частотами и амплитудами. Возникающий в результате колебательный процесс называется *стоячей волной*. Практически стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, накладываясь друг на друга, создают стоячую волну.

Напишем уравнения двух волн, распространяющихся вдоль оси z в противоположных направлениях:

$$\xi_1 = A \cos(\omega t - kz + \varphi_1), \quad \xi_2 = A \cos(\omega t + kz + \varphi_2).$$

Сложив вместе эти уравнения и преобразовав результат по формуле сложения косинусов, получаем

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos\left(kz + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right). \quad (1.8)$$

Выражение (1.8) есть уравнение стоячей волны. Для проведения анализа этого явления упростим его. Для этого выберем начало отсчета z так, чтобы разность $\varphi_2 - \varphi_1$ стала равной нулю, а начало отсчета времени t так, чтобы оказалась равной нулю сумма $\varphi_1 + \varphi_2$. С учетом того, что волновое число $k = 2\pi/\lambda$, уравнение (1.8) примет вид

$$\xi = \left(2A \cos 2\pi \frac{z}{\lambda}\right) \cos \omega t, \quad (1.9)$$

где амплитуда стоячей волны есть $\left|2A \cos 2\pi \frac{z}{\lambda}\right|$. В точках пространства, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi \frac{z}{\lambda} = \pm n\pi, \quad (n=0,1,2,\dots), \quad (1.10)$$

амплитуда достигает максимального значения. Эти точки называются *пучностями* стоячей волны.

Из (1.10) получаем значения координат пучностей:

$$z_{\text{пучн}} = \pm n \frac{\lambda}{2}. \quad (1.11)$$

В точках, координаты которых удовлетворяют условию

$$2\pi \frac{z}{\lambda} = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad (n=0,1,2\dots), \quad (1.12)$$

амплитуда волны обращается в нуль. Эти точки называются *узлами* стоячей волны. Координаты узлов имеют значения

$$z_{\text{узел}} = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad (n=0,1,2\dots) \quad (1.13)$$

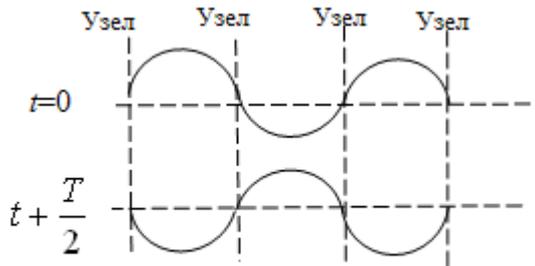


Рис. 1.4

Из формул (1.11) и (1.13) видно, что расстояние между соседними пучностями так же, как и расстояние между соседними узлами, равно $\lambda/2$. Пучности и узлы сдвинуты друг относительно друга на четверть длины волны.

На рис. 1.4 дан ряд «моментальных фотографий» отклонений точек волны от

положения равновесия.

Необходимо отметить, что стоячие волны энергию не переносят. Средний по времени поток энергии в любом сечении волны равен нулю.

1.3. Сложение гармонических колебаний одного направления

Рассмотрим в некоторой точке пространства две волны с одинаковой круговой частотой:

$$\begin{aligned} a_1 &= A_1 \cos(\omega t - kz_1 + \varphi_1), \\ a_2 &= A_2 \cos(\omega t - kz_2 + \varphi_2). \end{aligned} \quad (1.14)$$

Для упрощения дальнейшей процедуры преобразований уравнений введем дополнительные обозначения:

$$\begin{aligned} \varphi'_1 &= (-kz_1 + \varphi_1), \\ \varphi'_2 &= (-kz_2 + \varphi_2). \end{aligned}$$

Тогда выражения (1.14) принимают вид

$$\begin{aligned} a_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi'_1), \\ a_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi'_2). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Общее колебание представляется в виде

$$a = A \cos(\omega t + \varphi'). \quad (1.16)$$

Для нахождения амплитуды и фазы общего колебания используется наглядный метод, когда каждое гармоническое колебание (1.15) представляется в виде векторной величины $\vec{A}_{1,2}$ с фазовым сдвигом $\varphi'_{1,2}$ (рис. 1.5).

Производится векторное сложение векторов \vec{A}_1 и \vec{A}_2 . Из построения видно, что

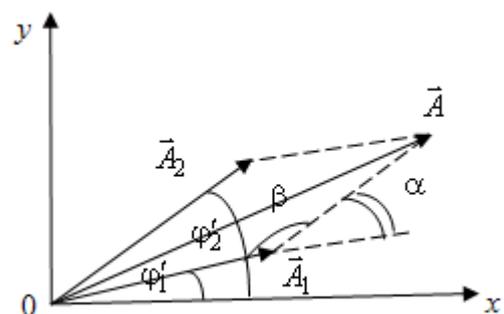


Рис. 1.5

угол $\alpha = \varphi'_2 - \varphi'_1$, а угол β между вектором \vec{A}_1 и вектором \vec{A}_2 равен $\beta = \pi - \alpha = \pi - (\varphi'_2 - \varphi'_1)$.

По теореме косинусов

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \beta, \text{ или} \\ A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi'_2 - \varphi'_1). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Для наглядности положим равными амплитуды колебаний $A_1 = A_2 = A_0$. Тогда в зависимости от величины $(\varphi'_2 - \varphi'_1)$ амплитуда общего колебания A меняется от $2A_0$ при $(\varphi'_2 - \varphi'_1) = 0$ до нуля при $(\varphi'_2 - \varphi'_1) = \pi$.

Фазовый сдвиг φ' находится по формуле

$$\varphi' = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi'_1 + A_2 \sin \varphi'_2}{A_1 \cos \varphi'_1 + A_2 \cos \varphi'_2}. \quad (1.18)$$

1.4. Сложение взаимно ортогональных гармонических колебаний

Рассмотрим два гармонических колебания с одинаковой частотой, совершаемых во взаимно ортогональных координатах (x, y) :

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi_1), \\ y &= B \cos(\omega t + \varphi_2), \end{aligned} \quad (1.19)$$

где A и B – амплитуды колебаний, φ_1 и φ_2 – фазы колебаний.

Общее колебание представляет собой криволинейную траекторию, форма которой зависит от разности фаз обоих колебаний и соотношения их амплитуд.

Выберем начало отсчета времени так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. Тогда уравнения колебаний запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega t, \\ y &= B \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (1.20)$$

где φ разность фаз обоих колебаний.

Выражение (1.20) представляет собой заданное в параметрической форме уравнение траектории, по которой движется материальная точка, участвующая в обоих колебаниях. Чтобы получить уравнение траектории в системе координат (x, y) , нужно исключить из уравнений (1.20) параметр t . Для этого первое и второе уравнения запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{x}{A} &= \cos \omega t, \\ \frac{y}{B} &= \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi. \end{aligned} \quad (1.21)$$

С учетом соотношения $\sin \omega t = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \omega t} = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$ второе уравнение

запишется в виде

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos \varphi \mp \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \sin \varphi,$$

или

$$\frac{y}{B} - \frac{x}{A} \cos \varphi = \mp \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \sin \varphi.$$

Возведя обе части уравнения в квадрат и учтя тригонометрическое соотношение $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$, в окончательном виде получаем уравнение эллипса, оси которого повернуты относительно координатных осей x и y :

$$\frac{x^2}{A^2} - 2 \frac{x y}{A B} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi. \quad (1.22)$$

Определим форму траектории для некоторых частных случаев.

1. Разность фаз φ равна нулю. В этом случае уравнение (1.22) принимает вид

$$\left(\frac{x}{A} - \frac{y}{B} \right)^2 = 0,$$

откуда получается уравнение прямой

$$y = \frac{B}{A} x. \quad (1.23)$$

Результирующее движение точки является гармоническим колебанием вдоль этой прямой с частотой ω и амплитудой, равной $\sqrt{A^2 + B^2}$ (рис. 1.6).

2. Разность фаз φ равна $\pm \pi$. Уравнение (1.22) принимает вид

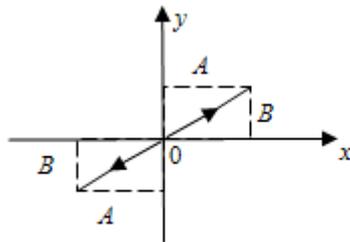


Рис. 1.6

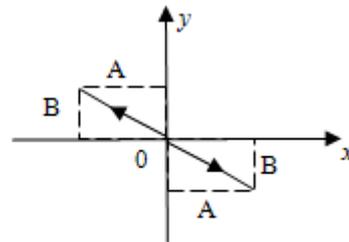


Рис. 1.7

$$\left(\frac{x}{A} + \frac{y}{B} \right)^2 = 0,$$

откуда получается уравнение прямой

$$y = -\frac{B}{A} x. \quad (1.24)$$

Результирующее движение представляет собой гармоническое колебание вдоль прямой (рис. 1.7).

3. При $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ уравнение (1.22) переходит в

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1, \quad (1.25)$$

т.е. в уравнение эллипса, приведенного к координатным осям, причем полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам колебаний. При равенстве амплитуд A и B эллипс вырождается в окружность.

1.5. Примеры решения задач

Задача №1. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси z от положения равновесия $z=0$. Частота колебаний $\omega_0 = 4,0 \text{ с}^{-1}$. В некоторый момент времени координата частицы $z_1=0,25 \text{ м}$ и ее скорость $V_1 = 1,0 \text{ м/с}$. Найти координату z_2 и скорость V_2 через $t_1=2,4 \text{ с}$ после этого момента.

Дано:

$$\omega_0 = 4,0 \text{ с}^{-1},$$

$$z_1 = 0,25 \text{ м},$$

$$V_1 = 1,0 \text{ м/с},$$

$$t_1 = 2,4 \text{ с}$$

$$z_2 = ? \quad V_2 = ?$$

Решение

Смещение частицы от положения равновесия определяется выражением

$$z = z_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1)$$

Скорость движения частицы

$$V = \frac{dz}{dt}, \quad V(t) = -z_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Для определения смещения и скорости частицы в произвольный момент времени надо знать амплитуду z_0 и начальную фазу φ_0 колебаний.

За начало отсчета времени $t=0$ следует принять момент, когда частица имела координату z_1 и скорость V_1 . Тогда для данного момента времени выражения (1) и (2) принимают вид:

$$z_1 = z_0 \cos \varphi_0, \quad (3)$$

$$V_1 = -z_0 \omega_0 \sin \varphi_0. \quad (4)$$

Начальная фаза колебаний определяется из соотношения $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\sin \varphi_0}{\cos \varphi_0}$.

Выразив значения $\cos \varphi_0$ и $\sin \varphi_0$ из (3) и (4), получаем

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{V_1}{\omega_0 z_1}. \quad (5)$$

Подставив численные значения из условия задачи, получаем $\operatorname{tg} \varphi_0 = -1$, откуда $\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$. Для определения z_0 возведем в квадрат выражения (3) и (4) и проведем сложения левых и правых частей полученных выражений. В результате получаем

$$z_0 = \frac{\sqrt{\omega_0^2 z_1^2 + V_1^2}}{\omega_0}.$$

Зная амплитуду z_0 и начальную фазу φ_0 колебаний, запишем смещение и скорость частицы в момент времени t_1 :

$$z_2 = z_0 \cos(\omega_0 t_1 + \varphi_0),$$

$$V_2 = -z_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t_1 + \varphi_0).$$

Подставив численные значения, получаем: $z_2 = -0,29$ м, $V_2 = -0,81$ м/с.

Задача №2. Найти амплитуду A колебаний, которые возникают при сложении двух колебаний, происходящих в одном направлении $a_1(t) = 3 \cos(\omega t + \pi/3)$ и $a_2(t) = 8 \sin(\omega t + \pi/6)$.

Дано:

$$a_1(t) = 3 \cos(\omega t + \pi/3),$$

$$a_2(t) = 8 \sin(\omega t + \pi/6)$$

$$A = ?$$

Решение

Введем обозначения: амплитуда первого колебания $A_1 = 3,0$, второго $A_2 = 8,0$. При сложении двух гармонических колебаний одного направления амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

где $\varphi_1 = \pi/3$.

При этом второе колебание необходимо описать, используя функцию косинуса, как и первое колебание. Тогда

$$\sin(\omega t + \pi/6) = -\cos(\pi/2 + (\omega t + \pi/6)) = \cos(\omega t + 5\pi/3)$$

и $\varphi_2 = 5\pi/3$.

Подставив численные значения, получаем:

$$A = \sqrt{9 + 64 + 48 \cos(5\pi/3 - \pi/3)} = 7.$$

Задача №3. Точка участвует в двух взаимно ортогональных колебаниях $x = \sin(\pi t + \pi)$ и $y = \sin \pi t$. Найти траекторию результирующего движения точки.

Дано:

$$x = \sin(\pi t + \pi),$$

$$y = \sin \pi t$$

$$y = y(x) = ?$$

Решение

Из уравнений колебания

$$x = \sin(\pi t + \pi) \quad (1)$$

$$y = \sin \pi t \quad (2)$$

и
исключаем время t . Для этого преобразуем уравнение (1), используя формулу синуса суммы:

$$\sin(\pi t + \pi) = \sin \pi t \cos \pi + \cos \pi t \sin \pi = -\sin \pi t,$$

так как $\sin \pi = 0$ и $\cos \pi = -1$.

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$x = -\sin \pi t \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем

$$y = -x. \quad (4)$$

Таким образом, траекторией движения точки является прямая.

ГЛАВА 2

Интерференция света

Интерференция света – это явление, связанное с волновой природой света, и заключается в том, что при сложении двух или более волн в пространстве возникает устойчивая во времени картина распределения интенсивности света, при этом результирующая интенсивность в общем случае не равна сумме интенсивностей складываемых волн.

Поскольку свет представляет собой электромагнитные волны, должна наблюдаться интерференция света. Однако в результате того, что отдельные световые импульсы, посылаемые атомами источника света, не согласованы между собой по фазе, а кроме того, могут отличаться по частоте, картина взаимного усиления, возникшая в каком-либо участке пространства, уже через миллиардные доли секунды сменяется картиной взаимного ослабления и наоборот. Хаотическая смена таких мгновенных картин глазом не воспринимается, а создает ощущение ровного потока света, изменяющегося во времени.

Для наблюдения устойчивой во времени интерференционной картины необходимы условия, при которых частоты, поляризации и разность фаз интерферирующих лучей были бы постоянными в течение всего времени наблюдения.

Две волны называются *когерентными*, если они имеют одинаковую частоту, а разность фаз между ними в любой точке пространства остаётся постоянной во времени.

Для получения когерентных волн, очевидно, необходимо иметь два источника волн одинаковой частоты, колеблющихся с постоянной разностью фаз. Однако световые волны, испускаемые отдельными атомами источника света, никак не согласованы по фазе. Поэтому когерентные световые волны получают, разделяя при помощи того или иного оптического устройства волну, идущую от одного источника света, на две волны, идущие по разным направлениям. Если эти волны пройдут различные пути, а затем будут снова сведены и наложены одна на другую, то, поскольку на путях разной длины фаза волны меняется на разную величину, они придут в точку встречи с постоянной и неизменной во времени разностью фаз.

2.1. Условия минимума и максимума интерференционной картины

Рассмотрим два точечных когерентных источника световых волн. Эти источники создают в пространстве вокруг себя две монохроматические сферические когерентные между собой волны.

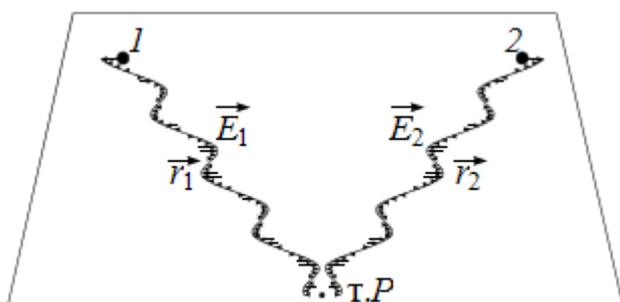


Рис. 2.1

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{1\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_1) \\ \vec{E}_2(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{2\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

В произвольной точке наблюдения P две эти волны будут создавать колебания:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1(t) &= \vec{E}_{1\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1 + \alpha_1) \\ \vec{E}_2(t) &= \vec{E}_{2\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2 + \alpha_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

где r_1 , r_2 – расстояние, проходимое световой волной от соответствующего источника света до точки наблюдения (рис.2.1).

Результирующее колебание в $t.P$ представляет собой суперпозицию колебаний, создаваемых каждым источником в точке наблюдения:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t) = \vec{E}_{1\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1 + \alpha_1) + \vec{E}_{2\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2 + \alpha_2). \quad (2.3)$$

Для чёткого наблюдения интерференции необходимо, чтобы колебания, создаваемые волнами в т.Р, были однонаправленными.

Обе части уравнения (2.3) возводим в квадрат:

$$\begin{aligned} |\vec{E}(t)|^2 &= |\vec{E}_{1\max}|^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1 + \alpha_1) + |\vec{E}_{2\max}|^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2 + \alpha_2) + \\ &+ 2\vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1 + \alpha_1) \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2 + \alpha_2) = \\ &= |\vec{E}_{1\max}|^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}_1 + \alpha_1) + |\vec{E}_{2\max}|^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}_2 + \alpha_2) + \\ &+ \vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max} \cos(2\omega t - \vec{k}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \alpha_1 + \alpha_2) + \vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max} \cos(\vec{k}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \alpha_1 - \alpha_2) \end{aligned}$$

Последнее уравнение усредняем по периоду колебания:

$$|\vec{E}|^2 = \frac{|\vec{E}_{1\max}|^2}{2} + \frac{|\vec{E}_{2\max}|^2}{2} + \vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max} \cos(\vec{k}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \alpha_1 - \alpha_2). \quad (2.4)$$

Интенсивность световой волны – это скалярная физическая величина, прямо пропорциональная квадрату амплитуды: $I \sim |\vec{E}|^2$.

Формулу (2.4) можно переписать в виде

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad (2.5)$$

где $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$ – интерференционный член, $\delta = k(r_2 - r_1) + \alpha_1 - \alpha_2$ – разность фаз между колебаниями, создаваемыми первой и второй волной в т.Р.

Интерференционный член определяет, что будет наблюдаться в рассматриваемой т.Р – либо усиление, либо ослабление интенсивности.

1. Когда $\cos \delta = 1$, то

$$\begin{aligned} \delta &= 2\pi m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ k(r_2 - r_1) + \alpha_1 - \alpha_2 &= 2\pi m. \end{aligned}$$

Пусть начальные фазы источников волн $\alpha_1 = \alpha_2$, т.е. источники синфазные (колеблются в одинаковой фазе).

$$k(r_2 - r_1) = 2\pi m,$$

где $r_2 - r_1$ – разность хода ΔL , $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

$$\frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = 2\pi m,$$

где λ – длина световой волны в среде $\lambda = \lambda_0 / n$,

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} n(r_2 - r_1) = 2\pi m,$$

где $n(r_2 - r_1) = \Delta L^*$ – оптическая разность хода; λ_0 – длина волны в вакууме; n – коэффициент преломления среды, в которой распространяются волны.

$$\Delta L^* = \lambda_0 m = \frac{\lambda_0}{2} 2m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.6)$$

Если оптическая разность хода двух волн в точке наблюдения равна четному числу длин полуволен в вакууме, то в точке наблюдения будет наблюдаться максимум интенсивности:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

2. Если $\cos\delta = -1$, то

$$\delta = \pi(2m + 1), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$k(r_2 - r_1) + \alpha_1 - \alpha_2 = \pi(2m + 1)$$

Пусть начальные фазы источников волн $\alpha_1 = \alpha_2$, т.е. источники синфазные (колеблются в одинаковой фазе).

$$k(r_2 - r_1) = \pi(2m + 1),$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} n(r_2 - r_1) = \pi(2m + 1),$$

$$\Delta L^* = \frac{\lambda_0}{2} (2m + 1), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.7)$$

Если оптическая разность хода между волнами в точке наблюдения равна нечётному числу длин полуволен в вакууме, то в точке наблюдения будет наблюдаться минимум интенсивности:

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

3. Если $\cos\delta = 0$, то в точке наблюдения интенсивность определяется суммой интенсивностей интерферирующих волн $I = I_1 + I_2$.

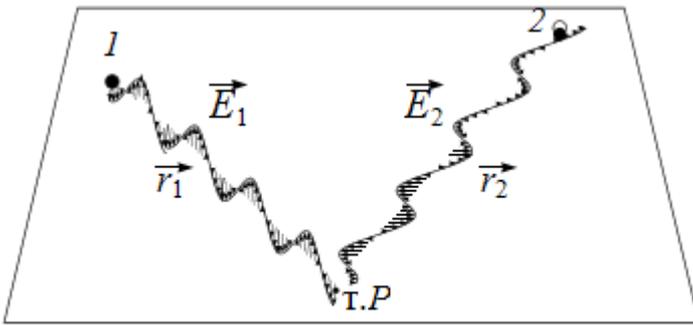


Рис. 2.2

Если в точке встречи встречаются две продольные волны, то они интерферируют всегда. Для электромагнитных волн такое утверждение сделать нельзя, так как электромагнитные волны поперечны и в общем случае могут быть не однонаправленными (рис.2.2).

Если колебания перпендикулярны, то интерференции не наблюдается вообще:

$$|\vec{E}|^2 = \frac{|\vec{E}_{1\max}|^2}{2} + \frac{|\vec{E}_{2\max}|^2}{2} + \vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max} \cos(\vec{k}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) + \alpha_1 - \alpha_2).$$

Так как $(\vec{E}_1 \wedge \vec{E}_2) = 90^\circ$, $(\vec{E}_{1\max} \vec{E}_{2\max}) = 0$ и

$$|\vec{E}|^2 = \frac{|\vec{E}_{1\max}|^2}{2} + \frac{|\vec{E}_{2\max}|^2}{2}, \quad \text{отсюда } I = I_1 + I_2.$$

Параметр V , характеризующий наблюдаемость интерференционной картины, называется *видностью* интерференционной картины

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad 0 \leq V \leq 1. \quad (2.8)$$

Видность интерференционной картины самая лучшая, когда $V = 1$. Это возможно тогда, когда $I_1 = I_2$, при этом $I_{\min} = 0$, $I_{\max} = 4I_1$ (см. формулу (2.5)).

2.2. Интерференция волн, создаваемых двухщелевой диафрагмой (опыт Юнга)

Яркий пучок света монохроматического света $\lambda = \text{const}$ от точечного источника падает на экран с малым отверстием или узкой щелью S (рис.2.3), которое является точечным источником сферической волны. Дифрагированный свет идет ко второму экрану с двумя узкими отверстиями или щелями S_1, S_2 . Так как щели в диафрагме малы, то, согласно принципу Гюйгенса-Френеля, эти щели можно считать точечными источниками световой волны, которые в пространстве вокруг себя создают сферические волны. Кроме того, ввиду общности происхождения пучки света от щелей S_1, S_2 – когерентны. Таким образом, части одной и той же волны, вышедшей из щели в первом экране и прошедшие разные щели во втором экране, перекрываются. На экране в месте перекрытия пучков наблюдаются параллельные интерференционные полосы. В настоящее время при использовании лазеров, генерирующих практически параллельные пучки лучей, щель S в опыте Юнга уже не нужна.

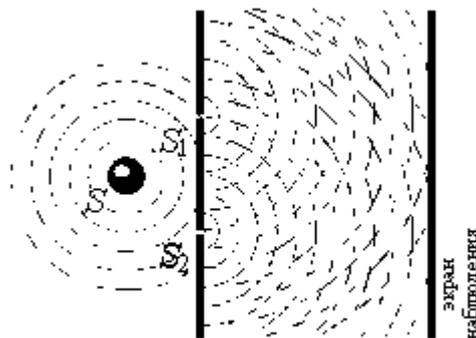


Рис. 2.3

Введём систему координат таким образом, чтобы ось x лежала в плоскости экрана (рис. 2.4). На экране выберем произвольную точку наблюдения. Тогда координата x будет характеризовать положение точки наблюдения на экране. Расстояние между источниками S_1 и S_2 обозначим через d . Предполагается, что не только расстояние d , но также длины источников малы по сравнению с расстоянием l . Тогда интерференционные полосы на экране будут прямолинейны и перпендикулярны к линии, соединяющей источники S_1 и S_2 . Через l_1, l_2 обозначим расстояние, которое проходит сферическая волна от источников S_1 и S_2 до точки наблюдения. Тогда из геометрии задачи следует:

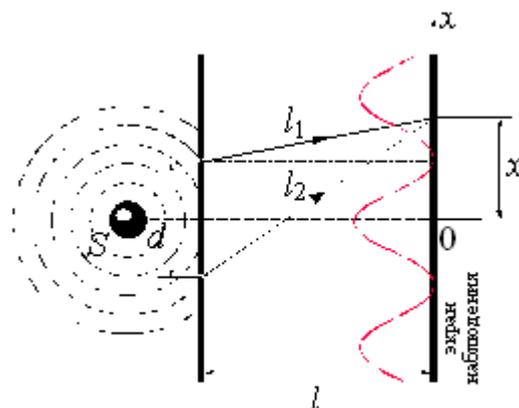


Рис. 2.4

$$l_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$l_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2.$$

Из второго уравнения вычитаем первое и после преобразований получаем

$$l_2^2 - l_1^2 = x^2 + x\left(d + \frac{d}{2}\right)^2 - x^2 + x\left(d - \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$l_2^2 - l_1^2 = 2xd,$$

$$(l_1 + l_2)(l_2 - l_1) = 2xd.$$

Если $d \ll l$, то $l_1 + l_2 \approx 2l$ и

$$l_2 - l_1 = \frac{2xd}{2l},$$

где $l_2 - l_1 = \Delta L$ – разность хода между двумя волнами, которые пришли в т.Р.

Умножим обе части последнего уравнения на n – показатель преломления среды, в которой распространяются волны:

$$n \cdot \Delta L = \frac{nx d}{l},$$

$$\Delta L^* = \frac{nx d}{l}. \quad (2.9)$$

1. Когда оптическая разность хода $\Delta L^* = \lambda_0 m$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, т.е. $\frac{nx_{\max} d}{l} = \lambda_0 m$, то в этих точках наблюдается максимум интерференционной картины:

$$x_{\max} = \frac{\lambda_0 l m}{n d} = \frac{\lambda l m}{d}. \quad (2.10)$$

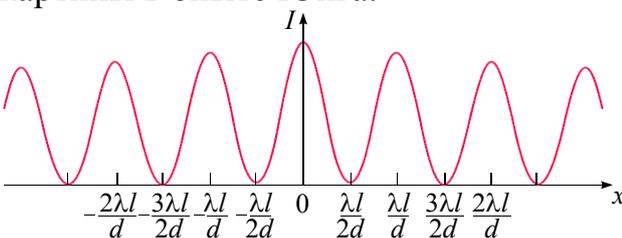
Условие (2.10) определяет положение максимумов интерференционной картины в опыте Юнга.

2. Когда оптическая разность хода $\Delta L^* = \frac{\lambda_0}{2}(2m + 1)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, т.е.

$\frac{nx_{\min} d}{l} = \frac{\lambda_0}{2}(2m + 1)$, то в этих точках наблюдается минимум интерференционной картины:

$$x_{\min} = \frac{\lambda_0 l}{n d 2}(2m + 1) = \frac{\lambda l}{2 d}(2m + 1). \quad (2.11)$$

Условие (2.11) определяет положение минимумов интерференционной картины в опыте Юнга.



Расстояние между двумя соседними светлыми полосами будет определяться:

$$x_{\max}^{(m+1)} - x_{\max}^{(m)} = \frac{\lambda l}{d},$$

а ширина интерференционной полосы:

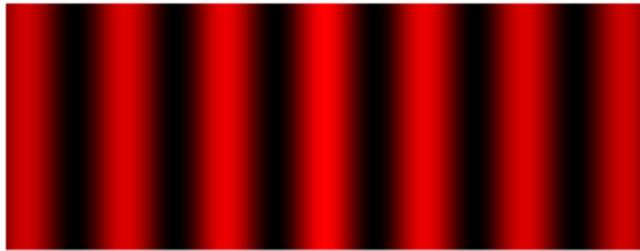


Рис. 2.5

$$x_{\min}^{(m+1)} - x_{\min}^{(m)} = \frac{\lambda l}{d}.$$

Из формул (2.10) и (2.11) видно, что положение максимума и минимума интенсивности, как и ширина интерференционных полос, зависит от длины волны падающего излучения (рис. 2.5).

2.3. Интерференция при наблюдении колец Ньютона

Кольца Ньютона – это кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые при отражении света от поверхностей зазора между плоской стеклянной пластинкой и плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис.2.6). В данном случае роль диэлектрического слоя переменной толщины, от поверхностей которого отражаются волны, играет воздушный зазор между пластинкой и линзой. Волна, отраженная от верхней поверхности линзы, в силу небольшой длины когерентности обычных источников света, некогерентна с волнами, отраженными от поверхностей зазора, и участия в образовании интерференционной картины не принимает.

Пусть свет с длиной волны λ нормально падает на систему линза-пластинка. Так как радиус кривизны линзы большой, а падение нормальное, то отражённый луч будет распределяться практически в обратном направлении.

Тогда оптическая разность хода между лучами 1 и 2

$$\Delta L^* = 2bn_2 + \frac{\lambda_0}{2}, \quad (2.12)$$

где n_2 – показатель преломления среды, заполняющий пространство между пластинкой и линзой.

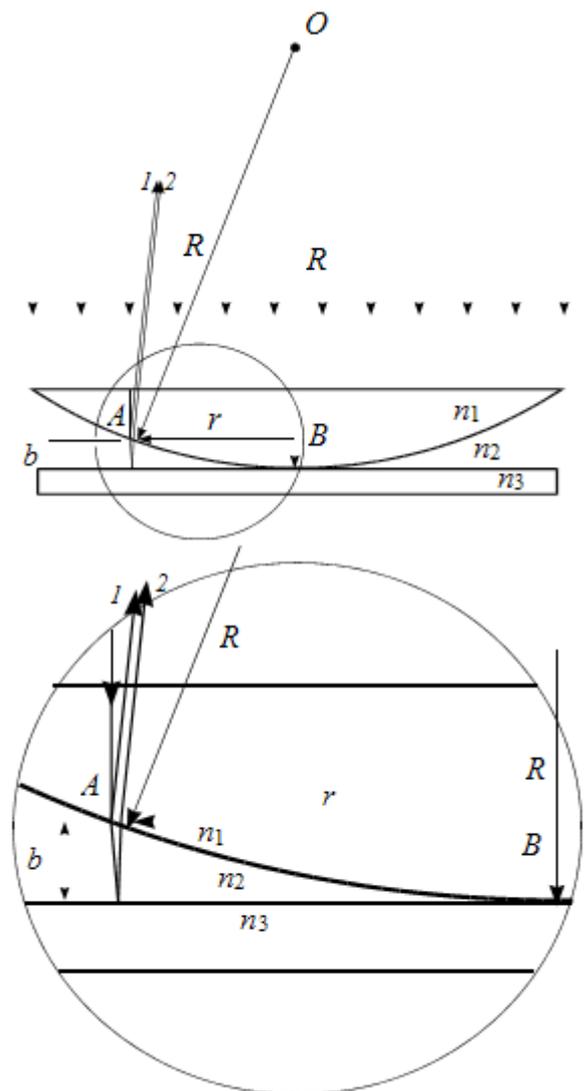


Рис. 2.6

Луч 2 при отражении от оптически более плотной среды $n_3 > n_2$ приобретает дополнительный набег фазы π , что соответствует дополнительной разности хода $\frac{\lambda_0}{2}$. В зависимости от оптической разности хода лучи 1 и 2 будут складываться либо в фазе, либо в противофазе. В результате будем наблюдать картину кольцевых полос равной толщины.

Из геометрии задачи (из прямоугольного треугольника OAB)

$$\begin{aligned} R^2 &= r^2 + (R - b)^2, \\ R^2 &= r^2 + R^2 - 2Rb + b^2, \\ r^2 &= 2Rb - b^2. \end{aligned}$$

Так как линза имеет большой радиус кривизны, то есть $b \ll R$, получим, что:

$$r \approx \sqrt{2Rb}. \quad (2.13)$$

Если среда, заполняющая пространство между линзой и пластинкой, воздух ($n_2 \approx 1$), то оптическая разность хода между лучами 1 и 2:

$$\Delta L^* = 2b + \frac{\lambda_0}{2}.$$

1. Условие максимума. Светлые кольца возникают там, где оптическая разность хода волн, отраженных от обеих поверхностей зазора, равна четному числу полуволин:

$$\begin{aligned} \Delta L^* &= 2m \frac{\lambda_0}{2}, \quad 2b + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \\ b &= \frac{\lambda_0}{4} (2m - 1). \end{aligned}$$

Из последнего уравнения и (2.13) следует, что радиус светлых колец Ньютона, соответствующих максимуму интерференции

$$r_{\text{светл}} = \sqrt{\frac{R\lambda_0}{2} (2m - 1)}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

2. Условие минимума. Темные кольца возникают там, где оптическая разность хода волн, отраженных от обеих поверхностей зазора, равна нечетному числу полуволин:

$$\Delta L^* = \frac{\lambda_0}{2} (2m + 1), \quad 2b + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{\lambda_0}{2} (2m + 1), \quad b = \frac{\lambda_0 m}{2}.$$

Из последнего уравнения и (2.13) следует, что радиус темных колец Ньютона, соответствующих минимуму интерференции

$$r_{\text{тёмн}} = \sqrt{R\lambda_0 m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

2.4. Интерференция в тонких пленках (пластинах)

Рассмотрим параллельный пучок монохроматического света падающего под углом θ_1 на поверхность плоскопараллельной пластинки (пленки) с оптическим показателем преломления n . Произвольно выбранный луч 1 , падая на

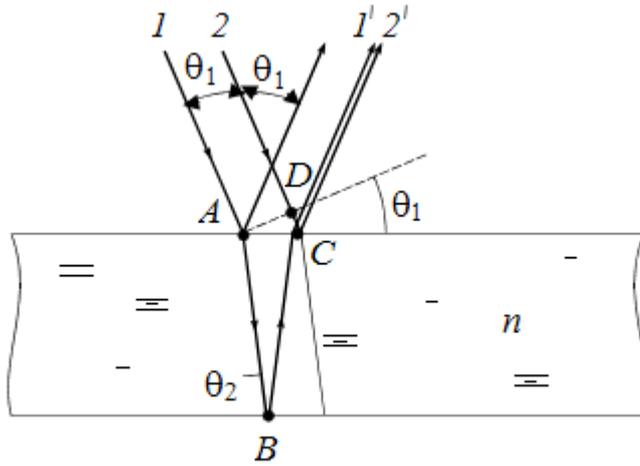


Рис. 2.7

поверхность пластинки (т.А), частично отражается, частично преломляется (под углом θ_2) в пластинку. Преломленный луч доходит до нижней поверхности пластинки и отражается от нее (т.В). Отраженный луч идет в обратном направлении и, достигнув верхней поверхности пластинки, преломляется (т.С) и выходит из нее под углом θ_1 в виде луча $1'$. Падающий на пластинку в т.С под углом θ_1 луч 2 также отражается

от нее в виде луча $2'$, идущего совместно с лучом $1'$. Вкладом лучей, многократно отразившихся от пластины, пренебрегаем (рис. 2.7).

В зависимости от разности хода лучей $1-1'$ и $2-2'$ они будут либо усиливать, либо гасить друг друга. Оптическая разность хода между лучами $1-1'$ и $2-2'$

$$\begin{aligned} \Delta L^{**} &= 2ABn - DC = \frac{2bn}{\cos \theta_2} - 2btg\theta_2 \sin \theta_1 = 2b \frac{n - \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\cos \theta_2} = 2b \frac{n^2 - \sin \theta_1 n \sin \theta_2}{n \cos \theta_2} = \\ &= 2b \frac{n^2 - \sin^2 \theta_1}{\sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \theta_2}} = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что $n \sin \theta_2 = \sin \theta_1$.

Учитывая, что луч 2 отражается от среды оптически более плотной и в момент отражения меняет скачком фазу на π (что соответствует разности хода $\lambda_0/2$), оптическая разность хода между лучами $1-1'$ и $2-2'$

$$\Delta L^* = \Delta L^{**} - \frac{\lambda_0}{2} = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (2.16)$$

Таким образом, разность хода между лучами зависит от ширины пластины, ее показателя преломления и от угла падения излучения θ_1 .

Если оптическая разность хода удовлетворяет условию максимума

$$\Delta L^* = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \text{ то лучи } 1' \text{ и } 2' \text{ будут складываться в фазе и усиливать друг друга.}$$

При этом все падающее на пластину излучение отразится от нее.

Если оптическая разность хода удовлетворяет условию минимума

$$\Delta L^* = \frac{\lambda_0}{2} (2m + 1), \text{ то лучи } 1' \text{ и } 2' \text{ будут складываться в противофазе и гасить}$$

друг друга. При этом все падающее на пластину излучение пройдет через нее, не отражаясь.

2.5. Интерференция на клине

Стеклянная пластинка имеет форму клина с углом раствора $\alpha \ll 1$, и на нее падает плоская монохроматическая световая волна (рис. 2.8). Отраженные от поверхности клина световые волны будут распространяться не в одном направлении, а под некоторым углом. При небольших значениях $l_{\text{ког}}$ и $h_{\text{ког}}$ область перекрытия когерентных частей отраженных волн локализована в основном вблизи поверхности клина и становится все более узкой по мере перемещения в сторону утолщения клина, постепенно исчезая совсем. В точках Q_1, Q_2, \dots пересекаются заведомо когерентные лучи. Эти лучи получаются из одного луча, отраженного от разных поверхностей клина. В точках P_1, P_2, \dots пересекаются разные лучи.

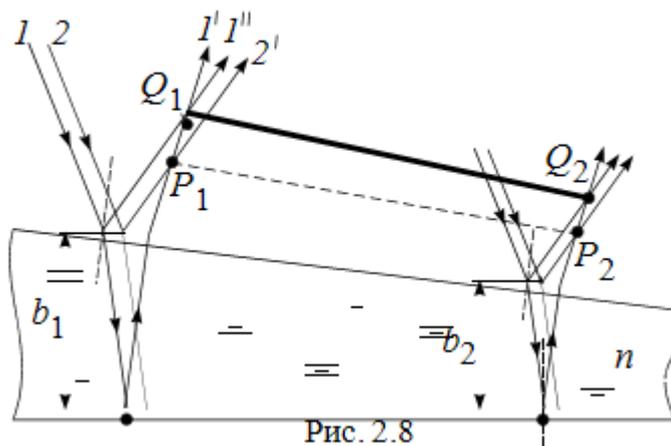


Рис. 2.8

В точках Q_1, Q_2, \dots располагаем экран. На экране, проходящем через точки Q_1 и Q_2 , всегда будет наблюдаться интерференционная картина, поскольку в этих точках пересекаются заведомо когерентные лучи.

Поскольку разность хода лучей, отразившихся от различных участков клина, неодинакова, в области локализации интерференции появятся светлые и темные полосы, параллельные ребру клина. Каждая из таких полос возникает в результате отражений от участков клина с одинаковой толщиной, поэтому их называют *полосами равной толщины*.

Примечание. Длина когерентности $l_{\text{ког}}$ есть то расстояние, на котором случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. Ширина когерентности $h_{\text{ког}}$ есть максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции.

2.6. Примеры решения задач

Задача №1. Радиус кривизны линзы на установке для наблюдения колец Ньютона равен 14 м. Каков радиус пятого темного кольца Ньютона, если наблюдение ведется в отраженном монохроматическом свете с $\lambda = 0,54$ мкм и вся установка опущена в глицерин с коэффициентом преломления $n_2 = 1,47$. Для стекла $n_1 = 1,5$.

Дано:

$R=14$ м,

$\lambda = 0,54$ мкм,

$n_1=1,5$ (стекло),

$n_2=1,47$ (глицерин),

$m=5$; темн.

$r_5 = ?$

Решение

Данная установка для получения колец Ньютона отличается от большинства лабораторных установок тем, что зазор между линзой и пластинкой заполнен глицерином (рис.2.9). Поскольку толщина зазора мала, то прослойку можно представить в виде клина с малым углом (рис. 2.9,б). Тогда когерентные пучки 1 и 2, образованные в результате отражения света от верхней и нижней границ клина, будут практически параллельны друг другу и падающему лучу (рис. 2.9,б). Темные кольца образуются там, где толщине зазора d соответствует разность хода двух лучей:

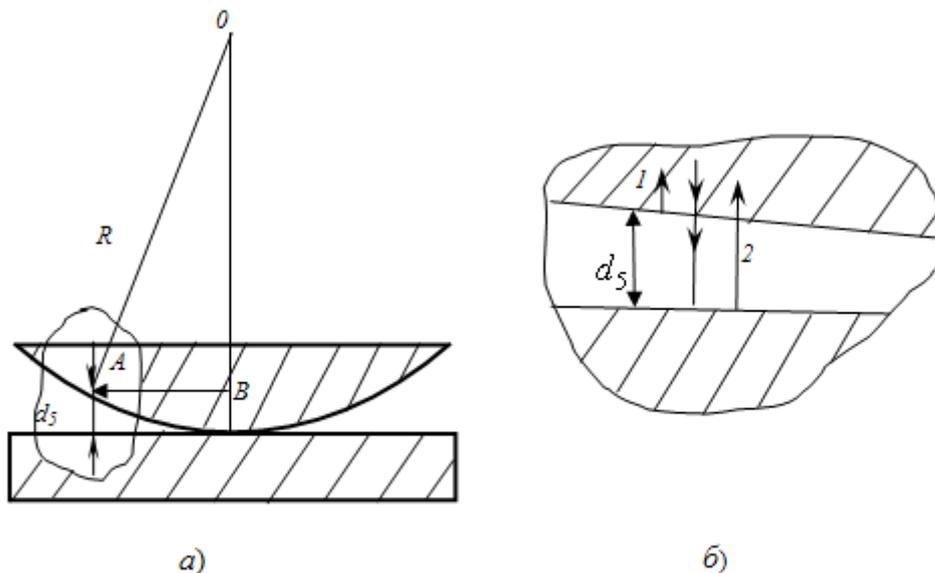


Рис. 2.9

$$2dn_2 + \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где слагаемое $\frac{\lambda}{2}$ добавляется к оптическому пути второго луча, так как при отражении от нижней границы клина, как от оптически более плотной среды ($n_1 > n_2$), фаза его изменяется на π . Подставляя в (1) $m=5$, получим толщину воздушного зазора в том месте, где наблюдается пятое темное кольцо:

$$d_5 = \frac{5\lambda}{2n_2}. \quad (2)$$

Из треугольника AOB (рис. 2.9,а) следует: $AB^2 = r_5^2 = R^2 - (R - d_5)^2$ или, с учетом условия $d_5 \ll R$ (рис. 2.9,а),

$$r_5^2 = 2Rd_5. \quad (3)$$

Подставляя в (3) d_5 , получаем $r_5 = \sqrt{\frac{5\lambda R}{n_2}}$. Численно $r_5=5,07 \cdot 10^{-3}$ м.

Задача №2. На толстую стеклянную пластину, покрытую очень тонкой пленкой, показатель преломления n_2 вещества которой равен 1,4, падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 0,6$ мкм). Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определить толщину d пленки.

Дано

$$n_2 = 1,4,$$

$$\lambda = 0,6 \text{ мкм}$$

$$d = ?$$

Решение

Из световой волны, падающей на пленку, выделим узкий пучок SA . Для наглядности ход этого пучка показан на рис. 2.10 для общего случая, когда угол падения α отличен от нуля.

В точках A и B падающий пучок частично отражается и частично преломляется. Отраженные пучки света AS_1 и BCS_2 падают на собирающую линзу, пересекаются в ее фокусе F и интерферируют.

Так как показатель преломления воздуха ($n_1 = 1,0$) меньше показателя преломления вещества пленки ($n_2 = 1,4$), который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла ($n_3 = 1,5$), то в обоих случаях отражение происходит от среды оптически более плотной, по сравнению со средой, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза колебания пучка света AS_1 при отражении в точке A изменяется на π рад и точно так же на π рад изменяется фаза колебаний пучка света BCS_2 при отражении в точке B . Следовательно, результат интерференции этих пучков света при пересечении в фокусе F линзы будет такой же, как если бы никакого изменения фазы колебаний ни у того, ни у другого пучка не было.

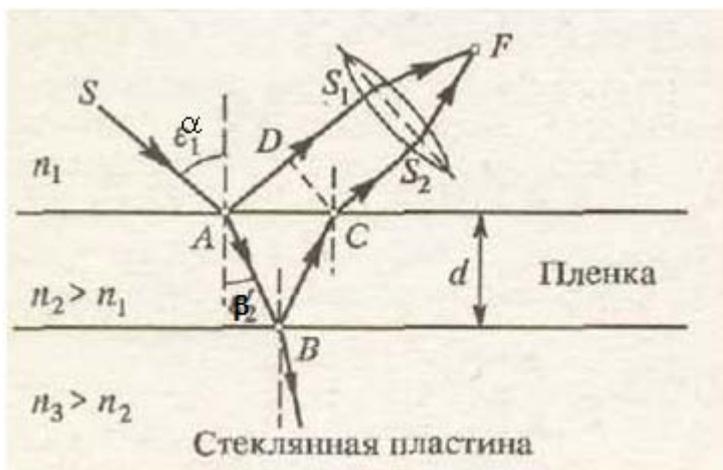


Рис. 2.10

Как известно, условие максимального ослабления света при интерференции в тонких пленках состоит в том, что оптическая разность хода ΔL интерферирующих волн должна быть равна нечетному числу полуволн.

Как видно из рис. 2.10, оптическая разность хода

$$\Delta L = n_2 l_2 - n_1 l_1 = (AB + BC) n_2 - AD n_1.$$

Следовательно, условие минимума интенсивности света примет вид

$$(AB + BC) n_2 - AD n_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Если угол падения α будет уменьшаться, стремясь к нулю, то $AD \rightarrow 0$ и $(AB + BC) \rightarrow 2d$, где d — толщина пленки. В пределе при $\alpha = 0$ будем иметь

$$\Delta L = 2d n_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

откуда искомая толщина пленки

$$d = \frac{(2k + 1)\lambda}{4n_2}.$$

Полагая $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{0,6 \times 10^{-6}}{4 \times 1,4} = 0,11 \times 10^{-6} \text{ м} = 0,11 \text{ мкм},$$

$$d_1 = \frac{3\lambda}{4n_2} = \frac{3 \times 0,6 \times 10^{-6}}{4 \times 1,4} = 3d_0 = 0,33 \times 10^{-6} \text{ м} = 0,33 \text{ мкм}.$$

ГЛАВА 3 Дифракция света

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (например, вблизи границ непрозрачных или прозрачных тел, сквозь малые отверстия и т.п.) и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Явление дифракции может быть объяснено с помощью *принципа Гюйгенса-Френеля*: любая точка пространства, до которой дошло возмущение, сама является источником вторичной сферической волны, распространяющейся от нее во все стороны.

Принцип Гюйгенса позволяет решать задачи о распространении волнового фронта, но не отвечает на вопрос интенсивности волн, идущих по разным направлениям (рис.3.1).

Френель предложил, что огибающая поверхность вторичных волн есть поверхность, где благодаря взаимной интерференции элементарных вторичных волн результирующая волна имеет максимальную интенсивность.

Принцип Гюйгенса-Френеля утверждает: пусть имеется точечный источник волн, окруженный мысленно произвольной замкнутой поверхностью; правильное значение амплитуды (интенсивности) волны за пределами этой поверхности получится, если точечный источник заменить распределенными по поверхности вспомогательными источниками. Каждая точка поверхности рассматривается как источник волн, амплитуда и фаза которых равны амплитуде и фазе колебания, пришедшего в эту точку с волной от основного источника. Действие волны в любой точке вне поверхности определяется результатом интерференции волн от источников, расположенных по поверхности.

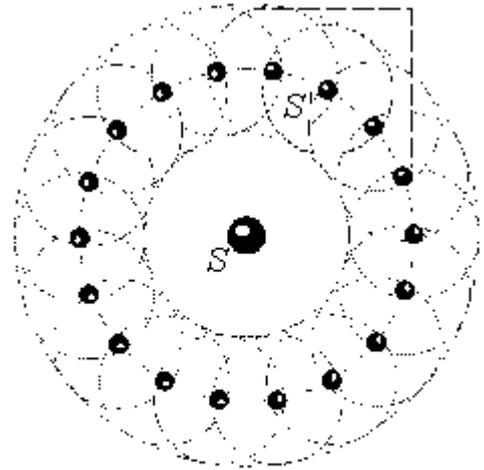


Рис. 3.1

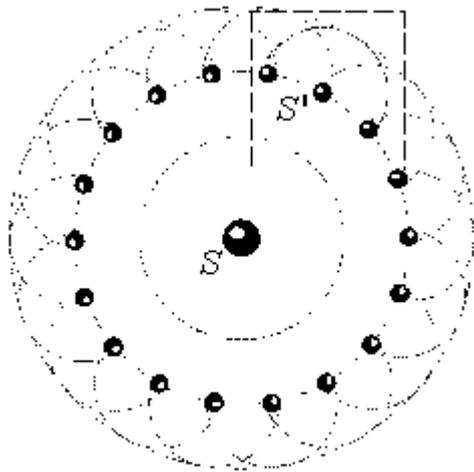


Рис.3.2

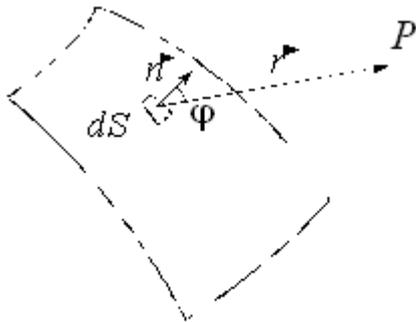


Рис. 3.3

Волны вторичных источников рентны, поскольку возбуждаются одними и теми же первичными источниками. Фронт волны в следующий момент времени представляет собой суперпозицию (наложение) волн, идущих от вторичных источников (рис.3.2).

В математической форме записи принцип Гюйгенса-Френеля записывается в виде

$$E(\vec{r}, t) = \int_S K(\varphi) \frac{E_0}{r} e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} ds, \quad (3.1)$$

где $E(\vec{r}, t)$ – результирующее колебание в некоторой точке наблюдения (т.Р), \vec{r} – расстояние от вторичного источника на волновой поверхности до точки наблюдения, E_0 – амплитуда колебания в точке нахождения элемента ds , $K(\varphi)$ – коэффициент, зависящий от угла φ между первоначальным направлением световой волны и направлением на точку наблюдения. Коэффициент $K(\varphi)$ монотонно убывает с ростом угла φ от 1 при $\varphi = 0$ до 0 при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (рис.3.3).

3.1. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера

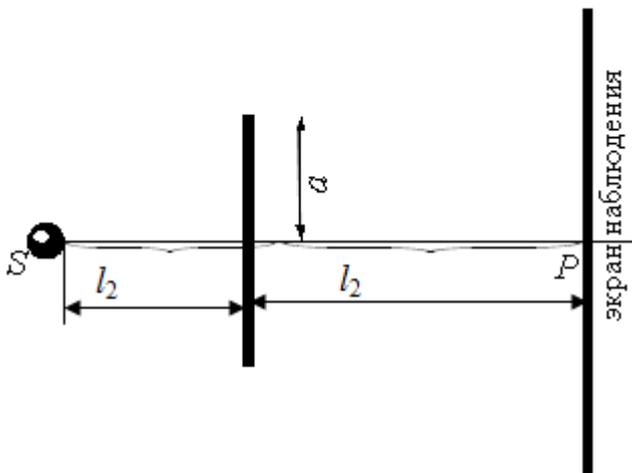


Рис. 3.4

Существует количественный критерий, различающий эти два вида дифракции.

Дифракцию Фраунгофера наблюдают тогда, когда взаимное расположение источника света, точки наблюдения и препятствия на пути света удовлетворяют неравенствам:

$$l_1, l_2 \gg \frac{4a^2}{\lambda}, \quad (3.2)$$

где l_1 – расстояние от источника до препятствия, l_2 – расстояние от препятствия до точки наблюдения, a – линейный размер препятствия (рис.3.4).

При данном условии лучи, идущие до препятствия, и лучи, идущие от препятствия до точки наблюдения, практически параллельны, поэтому такая дифракция называется дифракцией в параллельных лучах.

Если хотя бы одно отмеченное выше условие не выполняется, то дифракция называется *дифракцией Френеля* или дифракцией в сходящихся лучах.

3.2. Зоны Френеля. Метод зон Френеля

Распределение интенсивности света в дифракционной картине производится на основе принципа Гюйгенса-Френеля посредством метода зон Френеля

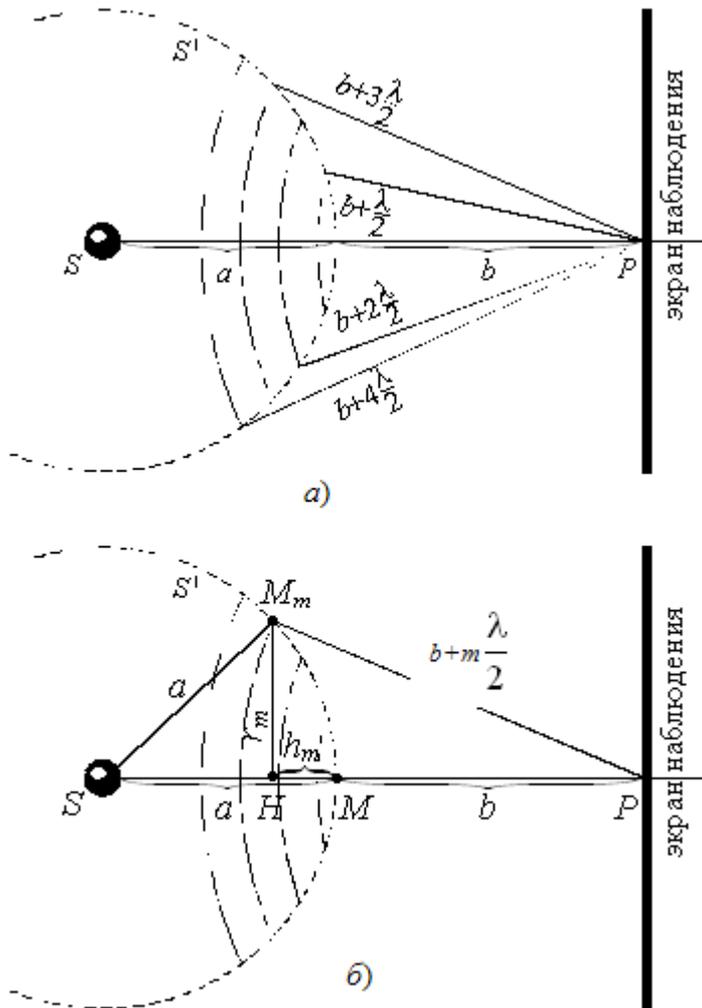


Рис. 3.5

– приема, упрощающего вычисление интенсивности в точке на экране наблюдения.

Для выяснения действия световой волны, распространяющейся от источника S , в точке наблюдения P рассматривается волновая поверхность S' (поверхность фронта сферической волны, идущей из точки S) и действие источника света S заменяется действием вспомогательных источников, расположенных на поверхности S' . Поверхность S' разбивается на кольцевые зоны Френеля таким образом, чтобы расстояния от границ зоны до т. P отличались на $\frac{\lambda}{2}$ и колебания, приходящие в т. P от краёв соседних зон, находились в противофазе (рис.3.5,а). Окончательный результат получается сложением действий каждой зоны Френеля в т. P .

Так как интенсивность света зависит от площади излучаемой поверхности, найдём площади соответствующих зон Френеля. Площадь m -й зоны Френеля:

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1},$$

где S_m – площадь сферического сегмента, ограниченного внешней границей соответствующей зоны Френеля.

Из геометрии задачи (см. прямоугольные треугольники SM_mH и PM_mH рис.3.5,б) следует:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2;$$

$$a^2 - a^2 + 2ah_m - h_m^2 = b^2 + b\lambda m + \frac{m^2\lambda^2}{4} - b^2 - 2bh_m - h_m^2;$$

$$h_m = \frac{b\lambda m + m^2 \frac{\lambda^2}{4}}{2(a+b)}.$$

Учитывая, что $b \gg \lambda$, для небольших номеров m зон Френеля

$$h_m \approx \frac{b\lambda m}{2(a+b)}; S_m = 2\pi ah_m \approx \frac{\pi ab\lambda m}{(a+b)};$$

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{(a+b)}.$$

Таким образом, для небольших значений m площади зон Френеля приблизительно одинаковые. Радиус m -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (3.3)$$

Поскольку действие зоны уменьшается с увеличением угла между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку наблюдения, а разность хода волн, идущих от соседних зон Френеля, удовлетворяет следующему условию: $b_m - b_{m-1} > 0$, то амплитуды колебаний, создаваемые первой, второй и т.д. зонами в точке наблюдения, связаны неравенствами $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$

Учитывая, что фазы волн, приходящих от соседних зон, отличаются на π , амплитуда результирующего колебания в т. P

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_{m-1} - A_m$$

или

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Так как амплитуды соседних зон близки, можно считать, что

$$A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

и все выражения в скобках равны нулю. Тогда амплитуда результирующего колебания в т. P будет определяться половиной амплитуды колебания, создаваемого первой зоной Френеля: $A \approx \frac{A_1}{2}$ (соответственно интенсивность $I = \frac{I_1}{4}$).

Из сказанного можно сделать вывод, что если на пути сферической волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой лишь центральную зону Френеля, то амплитуда электромагнитного излучения в т. P возрастает в два раза, а интенсивность светового потока соответственно в четыре раза.

Для увеличения интенсивности света в точке наблюдения используют *зонные пластинки*. *Зонной пластинкой* называется экран, состоящий из чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых совпадают с радиусами зон Френеля для каких-либо определенных значений a , b и λ .

Если поместить зонную пластинку на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения P , то пластинка заслонит все четные зоны Френеля и оставит открытыми все нечетные. При этом амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$, т. е. при наличии зонной пластинки интенсивность света в точке P больше, чем без нее.

3.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Рассмотрим падение сферической волны, распространяющейся в изотропной однородной среде от точечного источника S , на непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 (диафрагмой). Точка наблюдения P расположена против центра отверстия. Обозначим через a расстояние от источника S до волновой поверхности, b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения (рис.3.6,а).

Открытую для точки наблюдения часть волновой поверхности разобьем на зоны, называемые зонами Френеля (см. выше).

Выражение для определения радиуса внешней границы m -й зоны Френеля было получено выше:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda.$$

Если при заданных a и b выполняется равенство, что $r_0 = r_m$, то отверстие оставляет открытым m зон Френеля, которое равняется:

$$m = \frac{r_0^2 (a+b)}{ab\lambda}.$$

Таким образом, при заданных длине световой волны, размерах отверстия и расстояниях от источника до точки наблюдения можно определить число зон Френеля, создающих колебания в т. P , при этом амплитуда результирующего колебания будет определяться:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m,$$

где «+» соответствует нечётному значению m , «-» – чётному.

1. При чётном m последнее выражение можно переписать в следующем виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right).$$

Приближённо полагая слагаемые в скобках равными нулю, получаем, что результирующее колебание в точке наблюдения: $A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right)$, где m – целое чётное число.

2. При нечётном m амплитуду колебаний в точке P можно записать в следующем виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2}.$$

Приближённо полагая слагаемые в скобках равными нулю, получаем, что результирующее колебание в точке наблюдения:

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2},$$

где m – целое нечётное число.

Поскольку амплитуды полей, излучаемых соседними зонами Френеля, практически одинаковые, в общем случае результирующее колебание в т. P можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} \mp \frac{A_m}{2}, \quad (3.4)$$

где « \rightarrow » соответствует случаю, когда открытым является чётное количество зон Френеля, « $+$ » – нечётное.

Поскольку при малых значениях m амплитуды колебаний, возбуждаемых в т. P соседними зонами Френеля, практически одинаковые и равны $A_m \approx A_1$, то результирующее колебание в т. P согласно (3.4)

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_1}{2} = 0$$

при m чётном,

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_1}{2} = A_1$$

при m нечётном.

Таким образом, при нечётном m диафрагма увеличивает интенсивность света в точке наблюдения в четыре раза по сравнению со случаем, когда диафрагма отсутствует, при чётном – интенсивность приблизительно равна нулю (можно сравнить данный результат с результатом, полученным из векторной диаграммы).

Интенсивность световой волны на экране в зависимости от положения точки наблюдения можно качественно определить, пользуясь методом зон Френеля. Рассмотрим сферическую волну, падающую на непрозрачный экран, в котором имеется отверстие, открывающее для точки наблюдения P m зон Френеля, число которых нечетное (рис.3.6,б). Для т. P' , расположенной несимметрично, «сверху» закрывается часть последней m -й зоны Френеля (которая создает колебание в т. P' в фазе с колебанием, создаваемым в т. P' первой зоной) и открывается «снизу» часть $m+1$ зоны Френеля (которая создает колебания в т. P' в противофазе с первой зоной). В результате интенсивность в т. P' меньше по сравнению с интенсивностью в т. P . Интенсивность будет уменьшаться до тех пор, пока m -я зона для т. P' не закроется полностью и не откроется

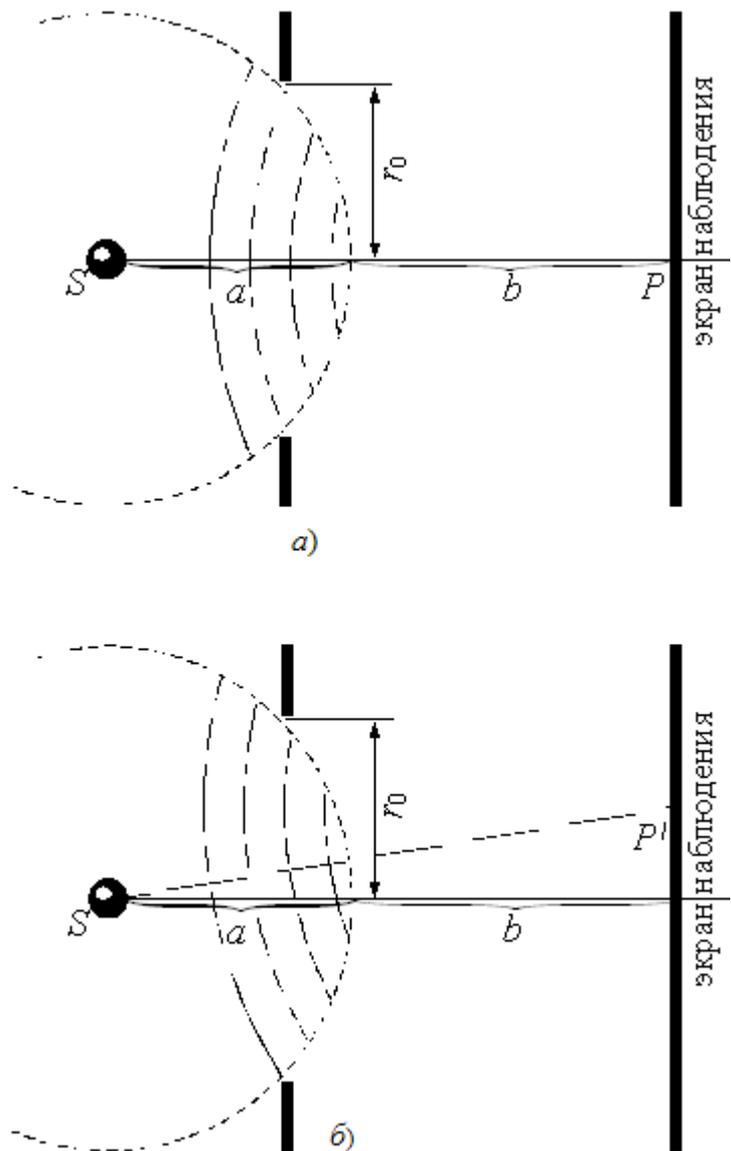


Рис. 3.6

$m + 1$ зона. При дальнейшем смещении т. P' «сверху» закрывается часть $m - 1$ зоны, а «снизу» открывается часть $m + 2$ зоны. Колебание, которое создает в т. P' $m + 2$ зона находится в фазе с первой зоной и интенсивность в т. P' увеличивается и т.д.

Таким образом, при перемещении точки в радиальном направлении мы проходим последовательность максимумов и минимумов интенсивности. Дифракционная картина представляет собой чередование светлых и тёмных колец на экране. При нечётном m – в центре светлое пятно, при чётном – тёмное. Если отверстие в экране открывает лишь часть первой зоны Френеля, то на экране получается размытое светлое пятно. Если отверстие открывает большое число зон Френеля, то чередование светлых и тёмных колец наблюдается только в узкой границе, прилегающей к границе геометрической тени.

3.4. Дифракция Френеля на диске

Рассмотрим падение сферической волны, распространяющейся в изотропной однородной среде от точечного источника S , на непрозрачный диск радиуса r_0 . Точка наблюдения P расположена против центра отверстия. Обозначим через a расстояние от источника S до волновой поверхности, b – расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения (рис.3.7,а).

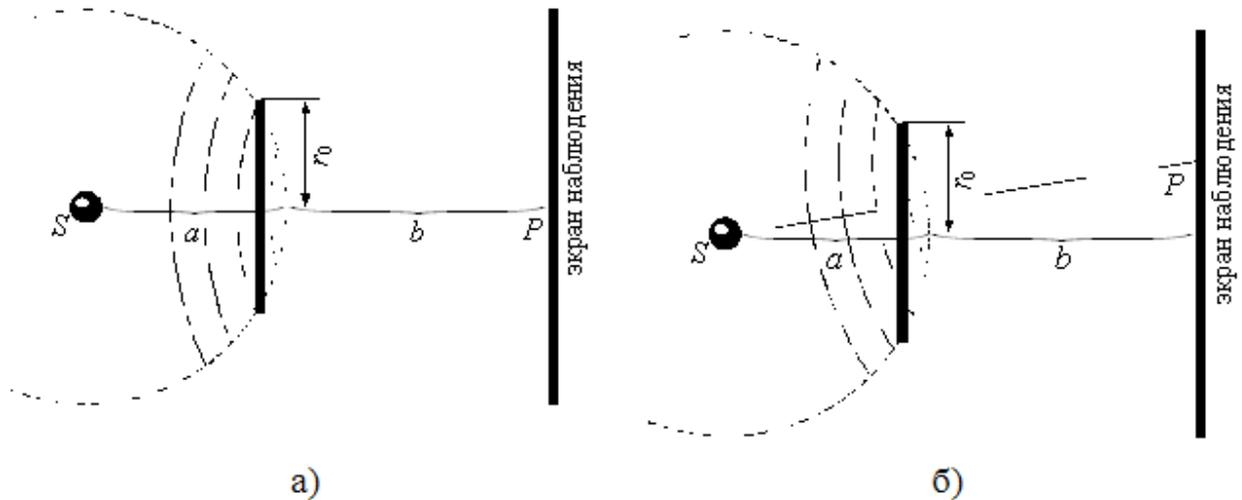


Рис. 3.7

Открытую для точки наблюдения часть волновой поверхности разобьем на зоны, называемые зонами Френеля (см. выше). Если диск закрывает m первых зон Френеля, то амплитуда результирующего колебания в точке P запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 A &= A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \\
 &= \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \left(\frac{A_{m+3}}{2} - A_{m+4} + \frac{A_{m+5}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}.
 \end{aligned}$$

При небольших значениях m амплитуды колебаний, возбуждаемых в

соседних точках, приблизительно одинаковы и амплитуда колебания в т. P

$$A = \frac{A_1}{2}.$$

Таким образом, интенсивность света в т. P такая же, как и в отсутствие преграды.

При смещении точки наблюдения от положения симметрии (рис. 3.7,б), аналогично вышеизложенному случаю – дифракции на круглом отверстии, мы будем проходить последовательность минимумов и максимумов интенсивности, и дифракционная картина будет представлять чередование светлых и тёмных колец, причём в центре всегда будет светлое пятно. Если диск закрывает лишь небольшую часть волновой поверхности, то дифракционная картина будет такой же, как и в отсутствие преграды. Если диск закрывает большую часть волновой поверхности, то чередование светлых и темных колец наблюдается в узкой области вблизи границы геометрической тени. Поскольку в этом случае амплитуда $A_{m+1} \ll A_1$, освещённость в области геометрической тени практически отсутствует.

3.5. Дифракция Френеля на полуплоскости

На пути плоской световой волны помещён непрозрачный экран с прямолинейным краем таким образом, чтобы плоскость экрана совпадала с волновой поверхностью.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, на открытой части волновой поверхности образуются точечные источники вторичных волн. Открытую часть волновой поверхности разбиваем на зоны, имеющие вид прямолинейных полос, параллельных краю экрана (рис.3.8).

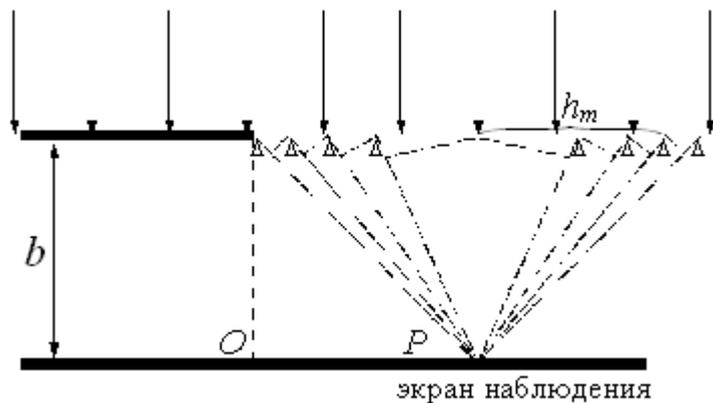


Рис. 3.8

Ширину полос выбираем таким образом, чтобы разность хода лучей от краёв соседних полос была одинаковой и равнялась Δ . В этом случае колебания, создаваемые в т. P соседними зонами, будут сдвинуты по фазе на постоянную величину $\Delta\phi = k\Delta$.

Суммарная ширина первых m зон определяется из прямоугольного треугольника (см. рис.3.8) и равна

$$h_m = \sqrt{(b + m\Delta)^2 - b^2} = \sqrt{b^2 + 2bm\Delta + \Delta^2 m^2 - b^2} = \sqrt{2bm\Delta}.$$

Отсюда ширина первой зоны, согласно последней формуле, будет равна $h_1 = \sqrt{2b\Delta}$, а ширина m первых зон $h_m = h_1\sqrt{m}$. Из последнего выражения следует, что ширина m -й зоны

$$\Delta h_m = h_1(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}).$$

При вычислении можно получить:

$$\Delta h_1 : \Delta h_2 : \Delta h_3 : \Delta h_4 : \dots = 1 : 0.41 : 0.32 : 0.27 : \dots$$

Это говорит о том, что при переходе от одной зоны к другой их площади и соответственно амплитуды излучаемых полей убывают сначала быстро, а потом медленно.

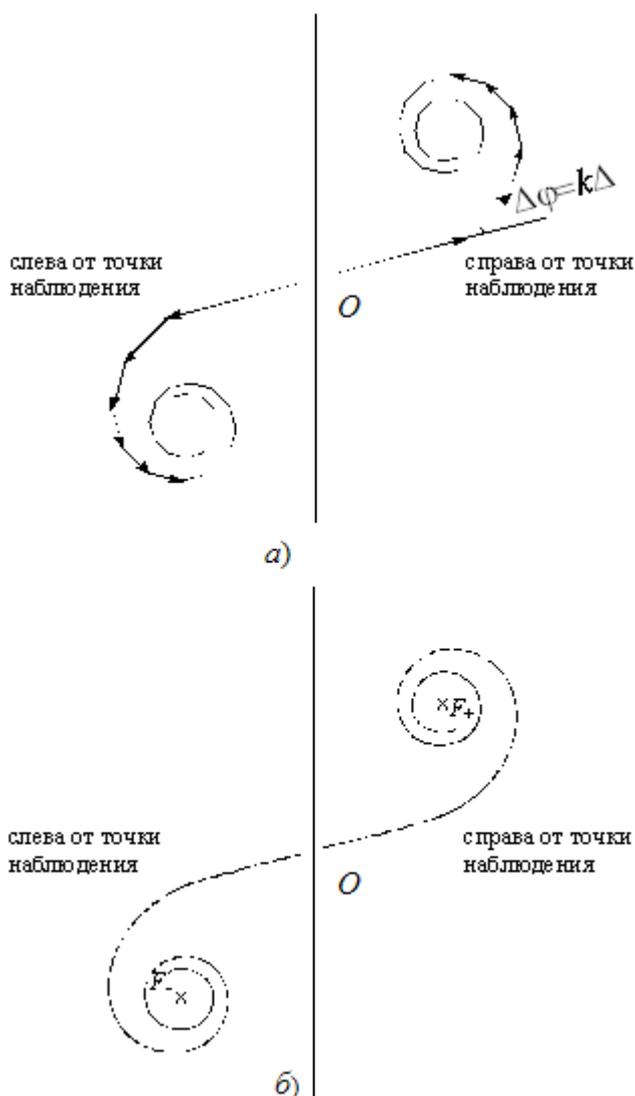


Рис. 3.9

в фокус спирали F_+ .

При перемещении точки наблюдения P влево непрозрачным экраном будут перекрываться первые зоны излучения, расположенные справа на векторной диаграмме. Таким образом, конец вектора, изображающего амплитуду результирующего колебания, будет оставаться в фокусе спирали F_+ , а начало вектора будет скользить по правому завитку спирали с уменьшением амплитуды.

При перемещении точки наблюдения вправо начинают открываться зоны слева от точки наблюдения и начало результирующего вектора начинает сколь-

Амплитуды колебаний, создаваемые в т. P вторичными источниками различных зон, изобразим на векторной диаграмме (рис.3.9, a).

Правая часть векторной диаграммы соответствует полю излучения зон, расположенных на волновой поверхности справа от т. P , а левая половина – слева от т. P .

Если ширину зон устремлять к нулю, то ломаные линии на векторной диаграмме превращаются в плавную кривую, которую называют *спиралью Корню* (рис.3.9, b). Спираль Корню даёт возможность найти амплитуду световой волны в любой точке экрана.

Для точки наблюдения O все зоны, расположенные справа, являются открытыми, а зоны слева закрываются непрозрачным экраном. Колебания открытых зон справа дают правый завиток спирали Корню, и результирующее колебание представляет собой суперпозицию колебаний всех открытых зон, которое на векторной диаграмме изображается в виде вектора, проведённого из точки O

зять по левому завитку спирали. При этом длина вектора будет колебаться при переходе от одной зоны спирали к другой.

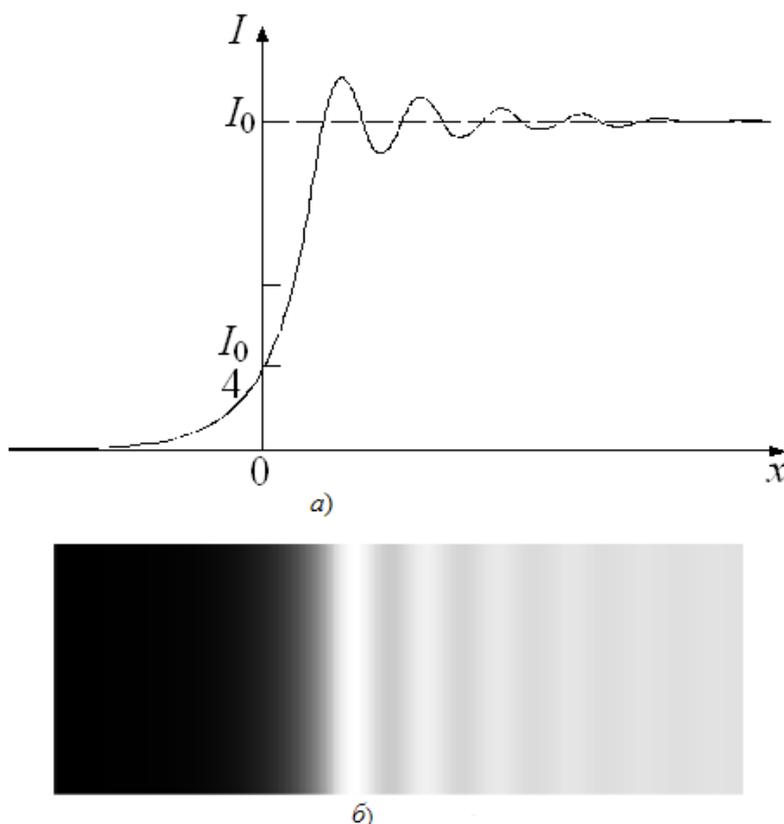


Рис. 3.10

Вектор, проведённый из одного фокуса в другой, будет соответствовать случаю, когда открыты все зоны справа и слева от точки наблюдения.

Исходя из вышесказанного, зависимость интенсивности света и дифракционная картина на экране наблюдения от координаты x (положения точки наблюдения) будет иметь вид, показанный на рис.3.10.

3.6. Дифракция Фраунгофера

Дифракция Фраунгофера соответствует случаю, когда источник света и точка наблюдения удалены от препятствия на бесконечность. Таким образом полагаем, что на препятствие падает плоская световая волна. Практически осуществить это можно, помесив точечный источник в фокус собирающей линзы и наблюдая дифракционную картину в фокальной области собирающей линзы. Вторая линза необходима, так как параллельные лучи, вышедшие из препятствия, пересекаются и дают изображение на бесконечности.

3.6.1. Дифракция Фраунгофера на щели

Пусть на щель ширины a падает плоская монохроматическая световая волна, причём фронт волны совпадает с той плоскостью, в которой находится щель (рис.3.11).

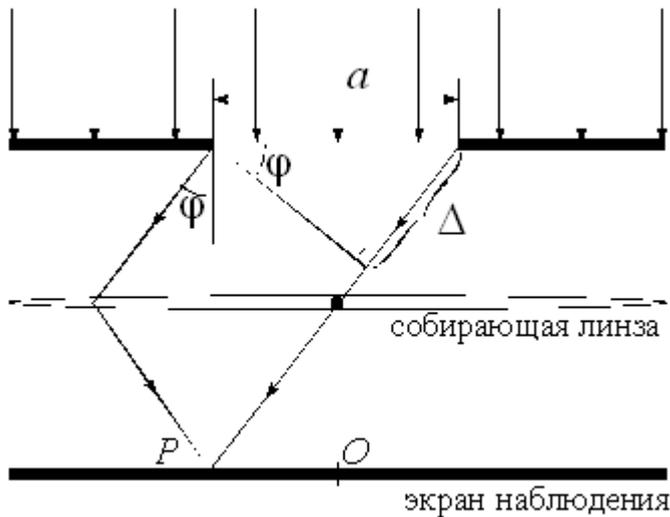


Рис. 3.11

Согласно принципу са-Френеля, на открытой части волновой поверхности образуются точечные источники вторичных волн. Выберем произвольное направление излучения вторичных источников. Угол φ называется углом дифракции. Собирающую линзу подбирают таким образом, чтобы она не вносила дополнительной разности хода для параллельного пучка лучей. Оптическая разность хода между лучами, идущими от краёв щели,

$$\Delta = a \sin \varphi. \quad (3.5)$$

Щель разбиваем на зоны излучения в виде полос, параллельных краям щели таким образом, чтобы разность хода от краёв этих полос составляла $\frac{\lambda}{2}$. Тогда на ширине щели поместится

$$m^* = \frac{\Delta}{\lambda/2}. \quad (3.6)$$

Так как свет на щель падает нормально, то во всех точках волнового фронта, расположенных в плоскости щели, поле будет синфазным. Поскольку площади зон излучения одинаковые, то амплитуды вторичных волн будут также равными. Из (3.5) и (3.6) следует, что количество зон излучения $m^* = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}$ зависит от угла дифракции. Также от числа зон зависит результат наложения волн от вторичных источников, т.е. результирующее поле в точке наблюдения. Поскольку волны, приходящие от соседних зон, находятся в противофазе, то они гасят друг друга, в результате чего, если число зон чётное, то в точке наблюдения будет наблюдаться минимум интенсивности, если нечётное – максимум.

Таким образом, если

$$a \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2} 2m, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.7)$$

то в точке наблюдения находится минимум интенсивности, если

$$a \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2} (2m - 1), \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.8)$$

то в точке наблюдения находится максимум интенсивности.

Условие (3.7), (3.8) называются соответственно условиями минимума и максимума для дифракции света на щели.

Решение задачи о нахождении максимума и минимума интенсивности можно выполнить методом векторных диаграмм.

Разобьём щель на равные полосы, причём ширина полос выбирается таким образом, чтобы разность хода от её краёв равнялась $\Delta \rightarrow 0$. Вектор $\Delta \vec{A}$ есть амплитуда колебания, создаваемого в точке наблюдения одной зоной.

1. При угле дифракции $\varphi = 0$ результирующее колебание в точке O будет представлять суперпозицию синфазных колебаний, создаваемых каждой зоной в отдельности $\vec{A} = \sum \Delta \vec{A}$ (рис.3.12,а).

2. Выбираем такой угол дифракции, чтобы колебания в точке наблюдения на экране от участков, прилегающих к краям щели, приходили в противофазе. Так как количество вторичных источников в плоскости щели не меняется, длина дуги полуокружности будет равняться A_0 (рис.3.12,б), т.е

$$\pi \frac{A_1}{2} = A_0; \quad A_1 = \frac{2A_0}{\pi}.$$

Соответственно интенсивность в точке наблюдения $I_1 = A_1^2 = \left(\frac{2A_0}{\pi}\right)^2$.

3. Выбираем угол дифракции таким образом, чтобы разность хода от краёв щели составляла 2π . При таком угле дифракции результирующая интенсивность в точке наблюдения будет равняться нулю (рис.3.12,в).

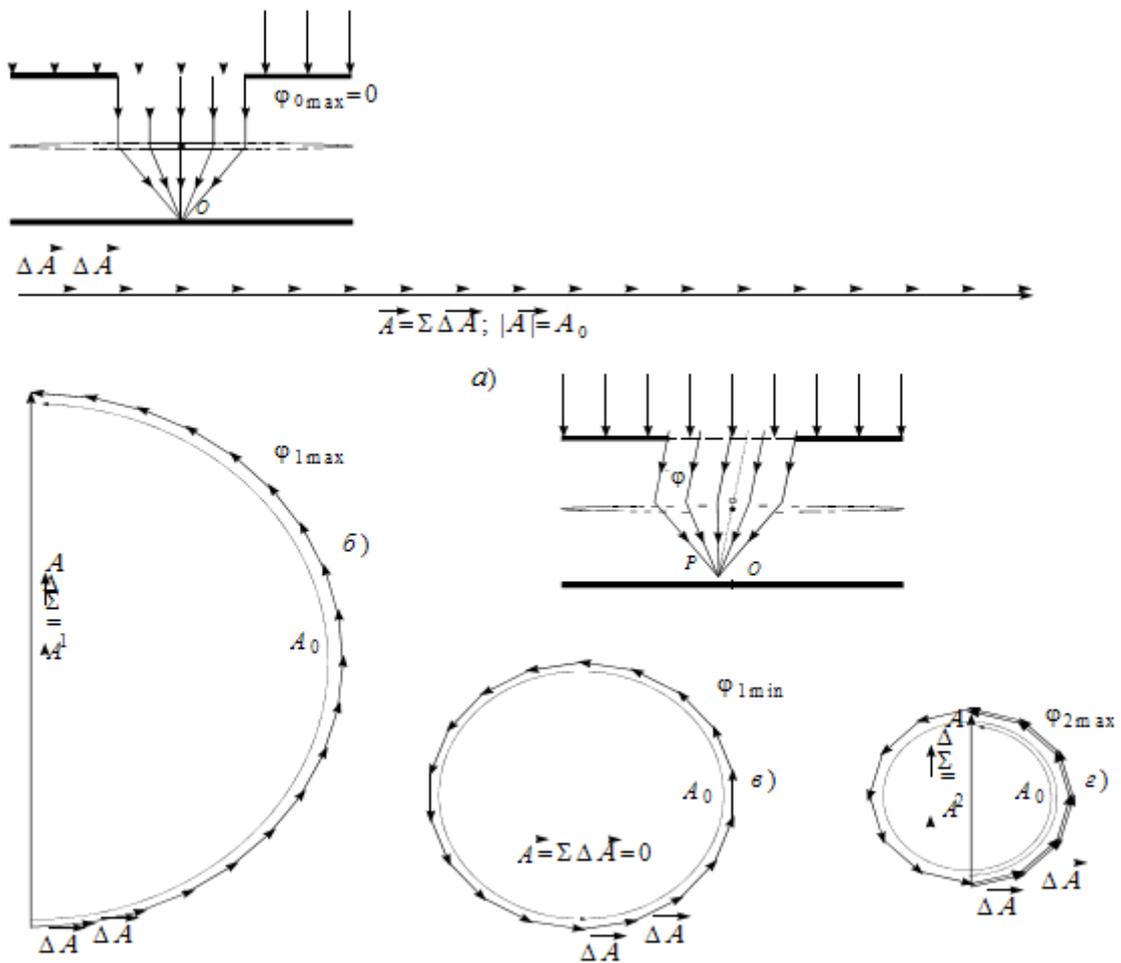


Рис. 3.12

4. Выбираем угол дифракции таким образом, чтобы разность хода от краёв щели составляла 3λ . Так как количество вторичных источников в плоскости щели не меняется, длина спирали будет равняться A_0 (рис.3.12,з), т.е

$$3\pi \frac{A_2}{2} = A_0; A_2 = \frac{2A_0}{3\pi}.$$

Соответственно интенсивность в точке наблюдения $I_2 = A_2^2 = \left(\frac{2A_0}{3\pi}\right)^2$.

Зависимость интенсивностей максимумов дифракционной картины при дифракции Фраунгофера на щели выражается общей формулой:

$$I_{\max} = I_0 \left(\frac{2}{\pi(2m+1)} \right)^2, m = 0,1,2,3,\dots,$$

I_0 – интенсивность максимума нулевого порядка при нулевом угле дифракции.

Решение в строгом виде задачи дифракции световой волны на щели дает зависимость амплитуды интенсивности на экране наблюдения от угла дифракции:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2. \quad (3.9)$$

График зависимости, соответствующий (3.9), представлен на рис.3.13.

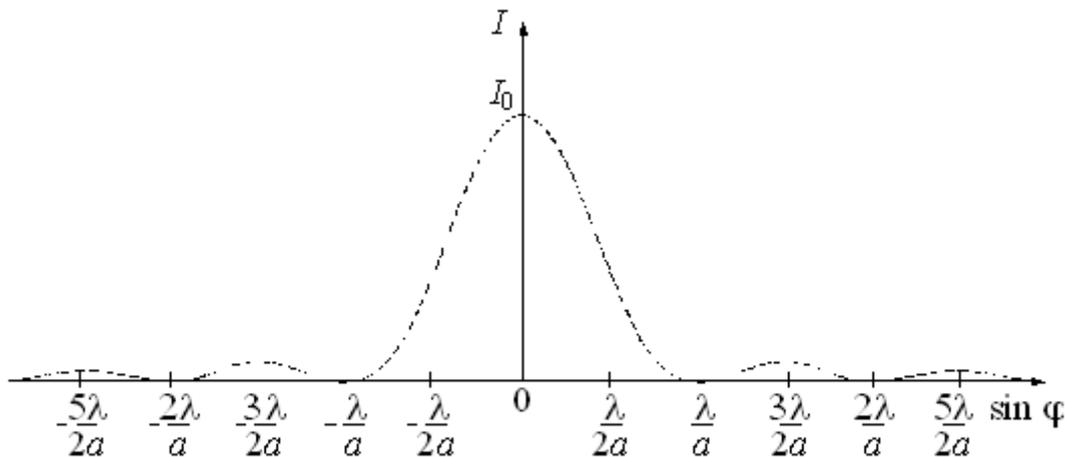


Рис. 3.13

Сужение щели приводит к тому, что центральный максимум расплывается, при этом яркость максимума будет уменьшаться. Аналогично будут вести себя и другие максимумы. При ширине щели, много большей длины волны, в центре экрана получается резкое изображение источника. В этом случае имеет место прямолинейное распространение света (т.е. довольно точно выполняется геометрическая оптика).

Положение дифракционных максимумов и минимумов зависит от длины волны падающего света (см. (3.7), (3.8)), поэтому рассмотренное выше имеет место лишь в монохроматическом свете. В белом свете будет наблюдаться со-

вокупность дифракционных картин разных цветов, сдвинутых друг относительно друга. Центральный максимум при $\varphi = 0$ будет общим, и в центре экрана будет наблюдаться белое пятно. Последующие максимумы будут располагаться таким образом, что коротковолновые максимумы будут лежать ближе к центру.

3.6.2. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решётке

Одномерная дифракционная решётка представляет из себя систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделённых равными по величине непрозрачными промежутками (рис. 3.14).

Величина d называется периодом дифракционной решётки.

Рассмотрим падение на дифракционную решётку плоской монохроматической световой волны, волновой фронт которой совпадает с плоскостью решётки.

По принципу Гюйгенс-Френеля каждая щель – часть волновой поверхности – излучает вторичные волны в сторону экрана наблюдения. Фаза волн в плоскости решетки для всех щелей одинакова. Интенсивность в произвольной т.Р на экране будет результатом наложения волн, идущих от всех щелей.

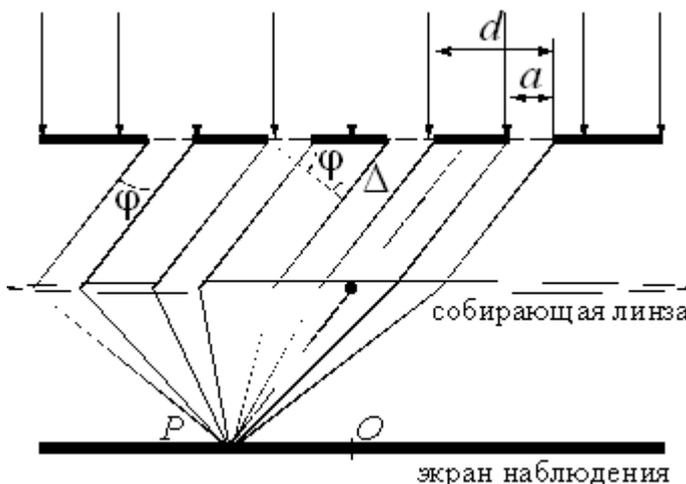


Рис. 3.14

Если первая щель в точке наблюдения создаёт колебание $\vec{E}_1 = \vec{a}e^{i\omega t}$, то вторая щель в точке наблюдения создаёт колебание $\vec{E}_2 = \vec{a}e^{i(\omega t + \delta)}$. Аналогично $\vec{E}_3 = \vec{a}e^{i(\omega t + 2\delta)}$, ..., $\vec{E}_N = \vec{a}e^{i(\omega t + (N-1)\delta)}$, где $\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}d \sin \varphi$ – разность фаз между волнами, идущими от соседних щелей.

Результирующее колебание в точке наблюдения определяется суперпозицией колебаний, создаваемых отдельной щелью:

$$\vec{E} = \vec{a} \sum_{m=1}^N e^{i(\omega t + (m-1)\delta)} = \vec{A} e^{i\omega t},$$

где $\vec{A} = \vec{a} \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}}$ – комплексная амплитуда колебаний в точке наблюдения, N – количество щелей в дифракционной решетке.

Интенсивность света на экране наблюдения определяется квадратом амплитуды результирующего колебания:

$$I = |\bar{A}|^2 = I_0 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2}_{F_1(\sin \varphi)} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi N d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right)^2}_{F_2(\sin \varphi)}. \quad (3.10)$$

Интенсивность дифракционного поля можно получить из исследования последней формулы, т.е. зависимости интенсивности от угла дифракции.

1. Из формулы видно, что интенсивность обращается в ноль при условии

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

Полученное условие называется условием главных минимумов для дифракционной решетки и соответствует условию минимума при дифракции от одной щели. Таким образом, минимум для щели является также минимумом для решетки.

2. Интенсивность также обращается в ноль, если

$$d \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{N} p, \quad p = 1, 2, 3, \dots, \quad p \neq N, 2N, 3N, \dots \quad (3.12)$$

N – количество щелей дифракционной решётки.

Выражение является условием минимума для дифракционной решетки и определяет положение вторичных минимумов интенсивности.

3. В случае, когда

$$d \sin \varphi = \pm n \lambda, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3.13)$$

функция (3.10) будет принимать максимальное значение.

Третье условие определяет положение главных максимумов при дифракции на дифракционной решётке и называется условием для главных максимумов.

Из вышеприведенных условий следует, что между двумя соседними главными максимумами располагается $N - 1$ дополнительных минимумов и соответственно $N - 2$ дополнительных максимумов. Интенсивность дополнительных максимумов незначительна, они лишь создают некоторый фон на экране.

Таким образом, распределение интенсивности и дифракционная картина, получающиеся от решетки, имеют вид, представленный на рис.3.15. Пунктирная кривая, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 . При указанных на графике параметрах решетки главные максимумы 2-го, 4-го и т.д. порядков пропадают, так как они накладываются на минимумы от одной щели. При наблюдении в монохроматическом свете на экране виден ряд ярких полос, разделенных темными промежутками.

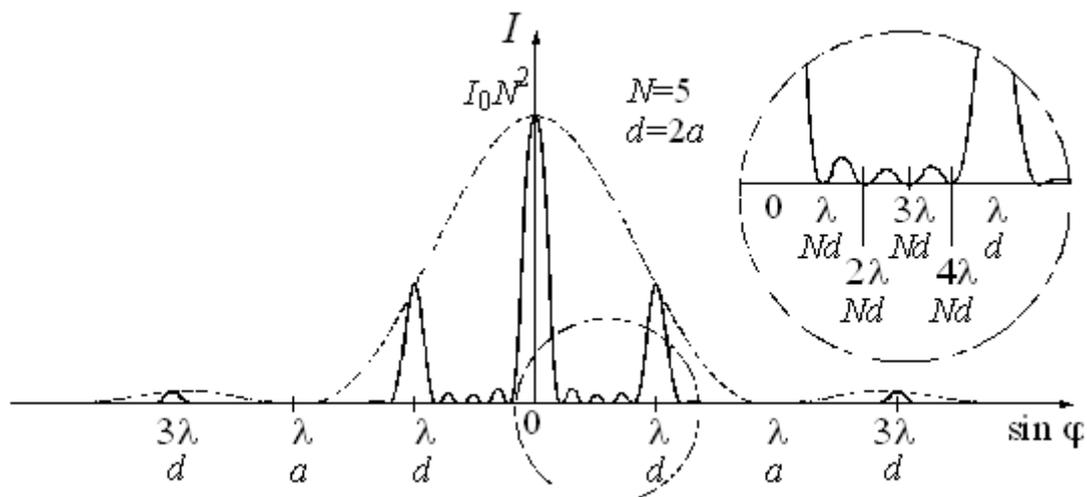


Рис. 3.15

При изменении параметров дифракционной решетки получающиеся распределение интенсивности и дифракционная картина будут меняться (рис.3.16).

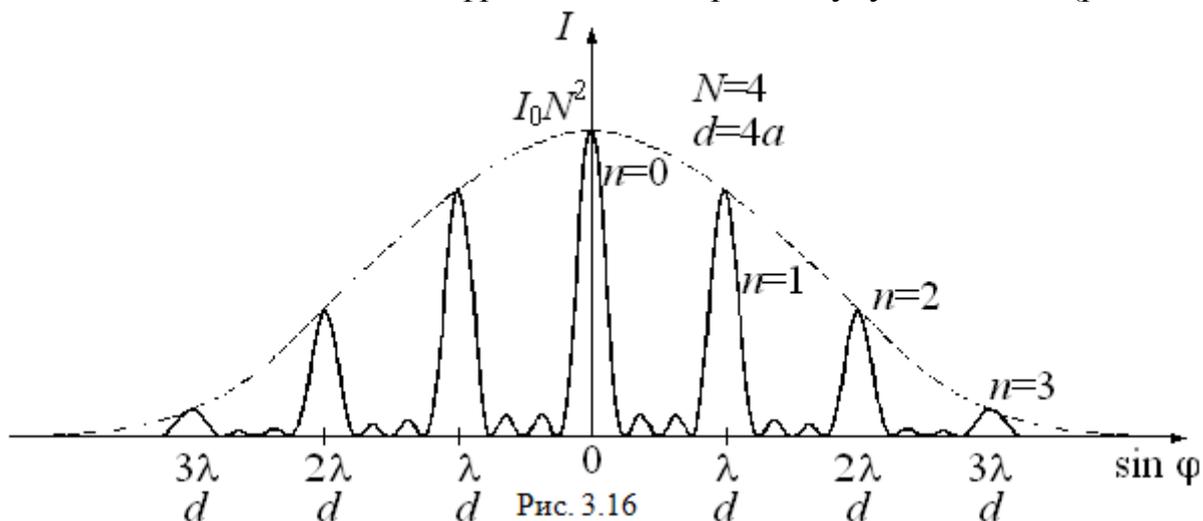


Рис. 3.16

3.6.3. Дифракционная решётка как спектральный прибор

Выше мы рассматривали дифракцию в случае монохроматического излучения. Когда на решетку падает свет сложного спектрального состава, то на экране на месте главных максимумов (кроме центрального) наблюдаются спектры соответственно 1-го, 2-го и т.д. порядков. При этом фиолетовые лучи в каждом спектре отклоняются меньше, чем красные ($\lambda_k > \lambda_\phi$). Это определяется зависимостью угла дифракции, для которого наблюдается главный максимум, от длины волны.

Пусть на дифракционную решётку падает плоская световая волна, представляющая собой суперпозицию трех световых пучков с длинами волн $\lambda_k > \lambda_3 > \lambda_c$. Распределение интенсивностей, получающееся в результате дифракции, имеет вид представленный на рис.3.17.

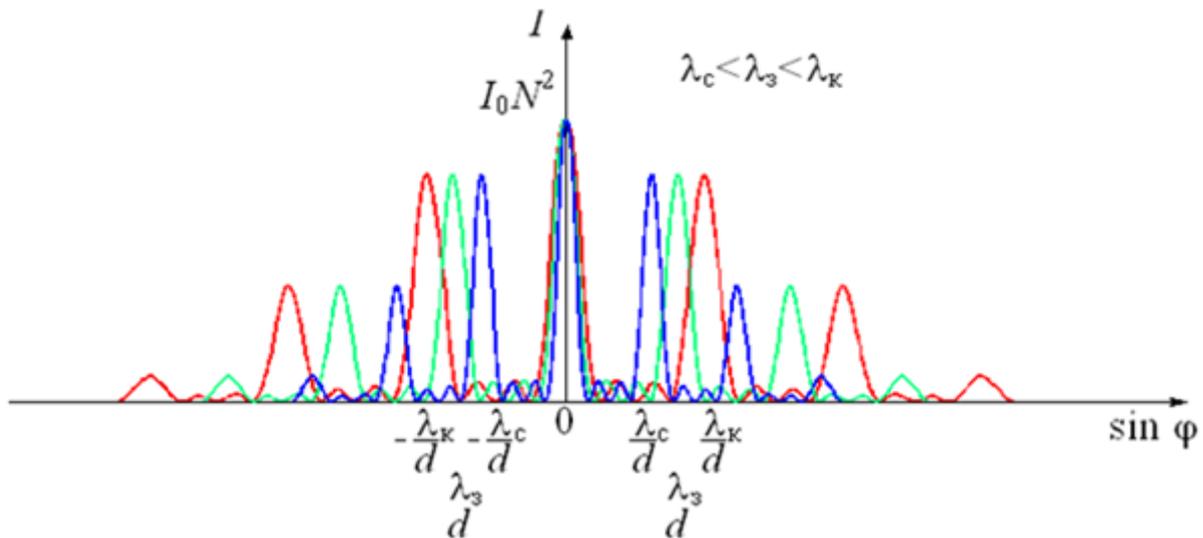


Рис. 3.17

На экране спектры различных порядков разделены темными промежутками, но иногда могут накладываться друг на друга. Таким образом, дифракционная решетка представляет собой спектральный прибор.

Основными характеристиками любого спектрального прибора являются дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсия определяет линейное или угловое расстояние, на которое будут разведены диспергирующим элементом два пучка света, отличающиеся по длине волны на единицу (например, на 1 нм).

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}, \quad (3.14)$$

где $d\varphi$ – угловое расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $d\lambda$.

Положение главных максимумов для дифракционной решетки определяется из условия $d \sin \varphi = n\lambda$. Продифференцировав последнее равенство по длине волны, получаем

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{n}{d \cos \varphi}.$$

При небольших углах дифракции $\varphi \rightarrow 0$ ($\cos \varphi \approx 1$) и

$$D = \frac{n}{d}. \quad (3.15)$$

Из (3.15) следует, что чем выше порядок спектра, тем больше дисперсия. Дисперсия также больше при наблюдении спектра с помощью дифракционной решетки с меньшим периодом.

Разрешающая способность определяет минимальную разность длин волн $\delta\lambda$, при которой линии спектра воспринимаются отдельно:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}. \quad (3.16)$$

Согласно критерию Релея, спектральные линии считаются полностью разрешёнными, если середина одного максимума совпадает с краем другого максимума (рис.3.18). В этом случае минимум между линиями составляет 80% от максимумов.

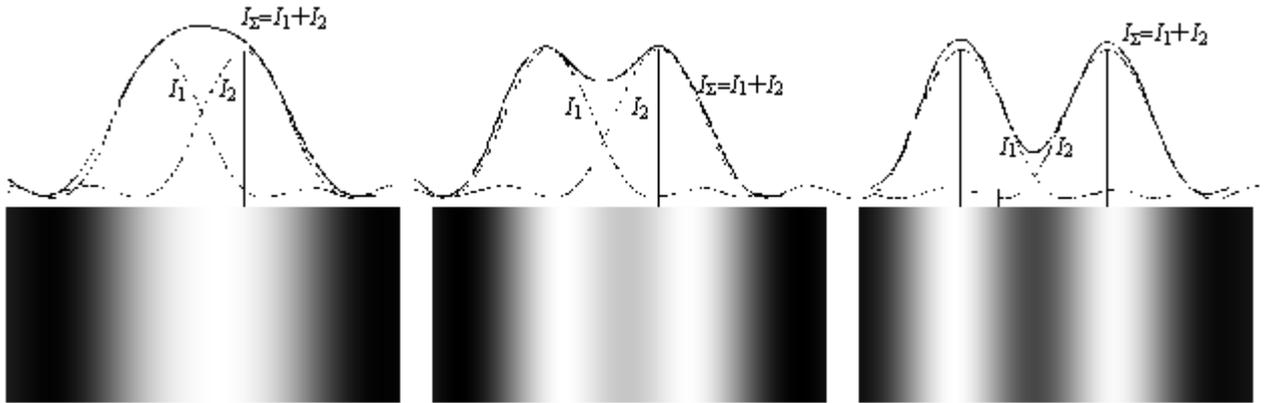


Рис. 3.18

Пусть на дифракционную решётку падают две волны: λ и $\lambda + \delta\lambda$. При порядке дифракции n максимумы этих двух волн будут разрешены по критерию Релея, если максимум одной волны совпадает с краем максимума другой.

Запишем условие максимума для излучения с длиной волны $(\lambda + \delta\lambda)$:

$$d \sin \varphi_{\max} = n(\lambda + \delta\lambda),$$

для излучения с длиной волны λ – условие дополнительного минимума:

$$d \sin \varphi_{\min} = n\lambda + \frac{\lambda}{N}.$$

Так как $\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$, то $n\lambda + n\delta\lambda = n\lambda + \frac{\lambda}{N}$. Из последнего выражения получаем

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = nN, \quad (3.17)$$

где n – порядок спектра, N – число щелей решетки.

Из (3.17) следует, что лучше разрешаются линии в спектрах более высоких порядков и большей разрешающей способностью обладают решетки с большим числом щелей.

Из условия максимума для дифракционной решётки $d \sin \varphi = n\lambda$ следует, что при угле дифракции $\varphi \rightarrow 90^\circ$ $d \sin 90^\circ = n_{\max} \lambda$ и максимальный порядок спектра решетки $n_{\max} = \frac{d}{\lambda}$. Отсюда можно получить, что максимальная разрешающая способность решетки

$$R_{\max} = Nn_{\max} = \frac{Nd}{\lambda} = \frac{l_{\text{реш}}}{\lambda}, \quad (3.18)$$

где $l_{\text{реш}}$ – длина дифракционной решетки.

3.7. Примеры решения задач

Задача №1. На щель шириной $a = 0,1$ мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ($\lambda = 0,6$ мкм). Определить ширину l центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L = 1$ м.

Дано
 $\lambda = 0,6$ мкм,
 $L = 1$ м,
 $a = 0,1$ мм
 $l = ?$

Решение

Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между этими двумя минимумами интенсивности (рис. 3.19).

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ , определяемыми условием

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (1)$$

где m — порядок минимума. В нашем случае он равен единице.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу $l = 2L \operatorname{tg} \varphi$. Заметив, что при малых углах $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$, перепишем эту формулу в виде

$$l = 2L \sin \varphi. \quad (2)$$

Выразим $\sin \varphi$ из формулы (1) и подставим его в равенство (2):

$$l = \frac{2Lm\lambda}{a}. \quad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим $l = 1,2$ см.

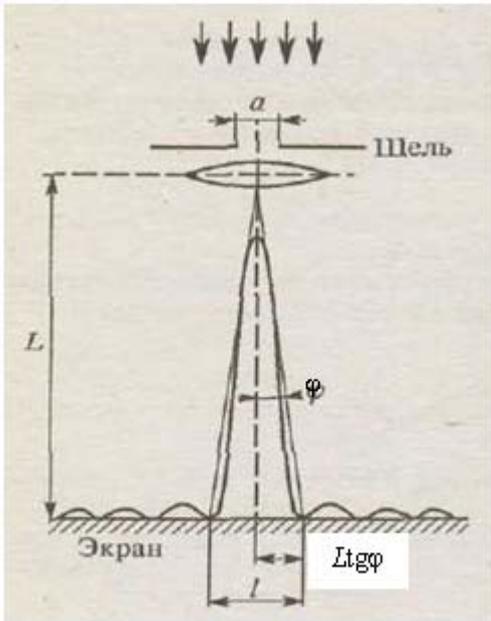


Рис. 3.19

Задача №2. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на $L = 1$ м. Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см (рис. 3.20). Определить: 1) постоянную d дифракционной решетки; 2) число k штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом дает дифракционная решетка; 4) максимальный угол отклонения лучей.

Дано
 $\lambda = 0,5$ мкм,
 $L = 1$ м,
 $l = 20,2$ см

$d = ?$,
 $n = ?$,
 $N = ?$,
 $\varphi_{\max} = ?$

Решение

1. Постоянная d дифракционной решетки, длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующий n -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi = \pm n \lambda, \quad (1)$$

где n - порядок спектра или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае $n = 1$, $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$. Так как $l/2 \ll L$, то $\operatorname{tg} \varphi = (l/2)/L$. С учетом последних трех равенств соотноше-

ние (1) примет вид $d \frac{l}{2L} = \lambda$, откуда постоянная решетки $d = \frac{2L\lambda}{l}$. Подставляя численные данные, получим $d = 4,95$ мкм.

2. Число штрихов на 1 см найдем из формулы $k = \frac{1}{d}$. После подстановки числовых значений получим $k = 2,02 \cdot 10^3$ см⁻¹.

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение n_{\max} , исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90° .

Из формулы (1) запишем

$$n_{\max} = \frac{d}{\lambda} \sin \varphi. \quad (2)$$

Подставляя сюда значения величин, получим $n_{\max} = 9,9$. Число n обязательно должно быть целым. Следовательно, $n_{\max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решетки. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному n_{\max} , т.е. всего $2n_{\max}$. Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов:

$$N = 2n_{\max} + 1.$$

Подставляя значение n_{\max} , найдем

$$N = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

4. Для определения максимального угла отклонения лучей, соответствующего последнему дифракционному максимуму, выразим из соотношения (2) синус этого угла:

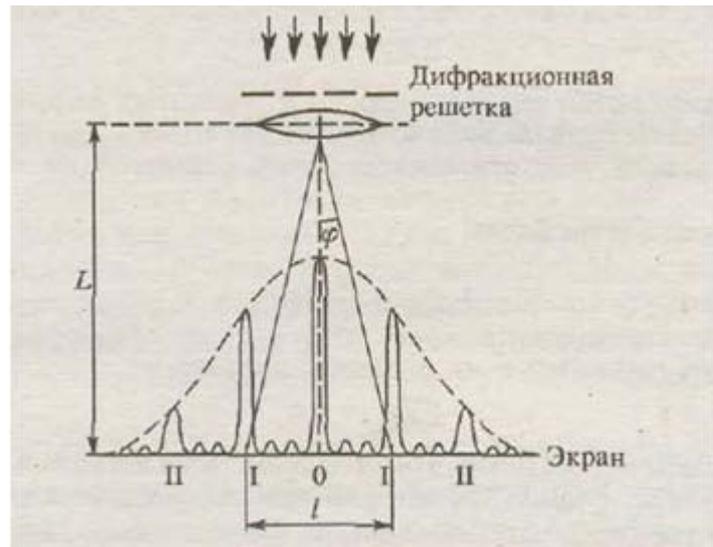


Рис. 3.20

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{n_{\max} \lambda}{d}.$$

Отсюда

$$\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{n_{\max} \lambda}{d}\right).$$

Подставив сюда значения величин λ , d , n_{\max} и произведя вычисления, получим $\varphi_{\max} = 65,4^\circ$.

Задача №3. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте трубы гониометра на угол φ в поле зрения видна линия с длиной волны $\lambda_1 = 440$ нм в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим углом другие спектральные линии, соответствующие длинам волн в пределах видимого спектра (от 400 нм до 700 нм)?

Дано

$$\lambda_1 = 440 \text{ нм},$$

$$n=3,$$

$$\varphi_{\lambda_1} = \varphi_{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 = ?$$

Решение

Положение максимумов интенсивности определяется условием

$$d \sin \varphi = \pm n \lambda, \quad (1)$$

где $n=0,1,2,\dots$, d – период решетки. Максимум нулевого порядка только один, максимумов первого, второго и т.д. порядков имеется по два (они расположены симметрично относительно максимума нулевого порядка). Соотношение (1) можем записать в виде

$$d \sin \varphi = n \lambda. \quad (2)$$

По условию задачи $\lambda = \lambda_1$, $n=3$. Тогда имеем $d \sin \varphi = 3\lambda_1$, откуда

$$\sin \varphi = 3\lambda_1 / d. \quad (3)$$

Для спектральной линии λ_2 получаем

$$\sin \varphi = n\lambda_2 / d. \quad (4)$$

Соотношения (3) и (4) дают $3\lambda_1 = n\lambda_2$, откуда $\lambda_2 = (3/n)\lambda_1$. Поскольку n – целые числа, то возьмем $n=1$. При этом получается $\lambda_2 = 3\lambda_1$, или $\lambda_2 = 1320$ нм, которая не соответствует видимому спектру. Возьмем $n=2$. При этом $\lambda_2 = 3\lambda_1/2$, $\lambda_2 = 660$ нм соответствует видимому спектру. При $n=3$ получаем $\lambda_2 = \lambda_1$. При $n=4$ длина волны $\lambda_2 = 3\lambda_1/4$, $\lambda_2 = 330$ нм находится вне видимого спектра.

Таким образом, искомая длина волны $\lambda_2 = 660$ нм находится в спектре второго порядка.

Задача № 4. Период дифракционной решетки $d = 5 \cdot 10^{-6}$ м. Найти угловую дисперсию $\frac{d\varphi}{d\lambda}$ решетки в спектре первого порядка для $\lambda = 668$ нм.

Дано

$$d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

$$n=1,$$

$$\lambda = 668 \text{ нм}$$

Решение

Продифференцировав соотношение

$$d \sin \varphi = n \lambda, \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = ?$$

получим $d \cos \varphi d\varphi = n d\lambda$, откуда

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{n}{d \cos \varphi}. \quad (2)$$

Подставив в (1) численные значения, получаем

$$\sin \varphi = \frac{1 \cdot 668 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-6}}, \varphi \approx 7,7^\circ. \text{ Тогда } \cos \varphi = 0,991, \frac{d\varphi}{d\lambda} = 2,02 \cdot 10^5 \text{ рад/м.}$$

ГЛАВА 4 Поляризация света

4.1. Естественный и поляризованный свет

Свет, как известно, представляет собой сложное явление: в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна, в других – как поток особых частиц (фотонов).

В электромагнитной волне колеблются векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей, которые перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Излучение источника света (светящегося тела) складывается из волн, испускаемых атомами тела. Излучение отдельного атома продолжается около 10^{-8} с. За это время успевает образоваться последовательность «горбов и впадин», называемая цугом волн. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Одновременно «вспыхивает» большое количество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, накладываясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. Плоскость колебаний для каждого цуга ориентирована случайным образом, а сами колебания различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Свет, в котором направления колебаний упорядочены, называется *поляризованным*.

Свет, испускаемый обычными источниками, неполяризован. Неполяризованный свет называют также естественным светом.

Во всех процессах взаимодействия света с веществом основную роль играет электрический вектор \vec{E} , поэтому его называют световым вектором. Плоскость, проходящая через световой вектор \vec{E} и луч, называется плоскостью поляризации.

Если при распространении плоской электромагнитной волны световой вектор сохраняет свою ориентацию, то такую волну называют линейно-поляризованной или плоско-поляризованной.

Если вдоль одного и того же направления распространяются две монохроматические волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то в результате их сложения в общем случае возникает эллиптически-поляризованная волна (рис. 4.1).

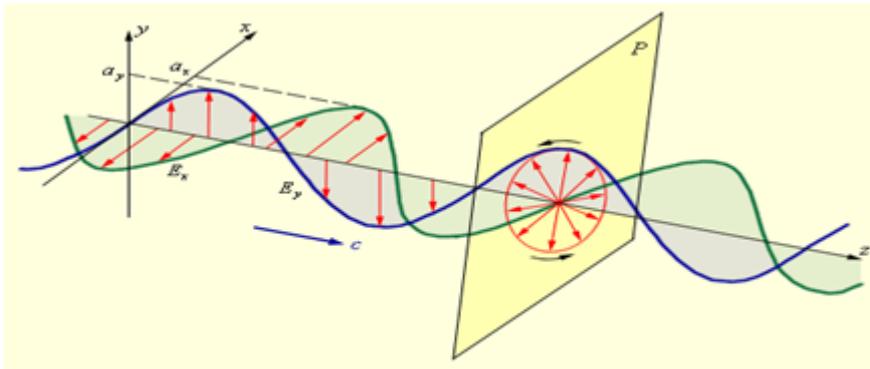


Рис. 4.1

В эллиптически-поляризованной волне в любой плоскости P , перпендикулярной направлению распространения волны, конец результирующего вектора \vec{E} за один период светового колебания описывает эллипс,

который называется эллипсом поляризации. Форма и размер эллипса поляризации определяются амплитудами a_x и a_y линейно-поляризованных волн и фазовым сдвигом $\Delta\varphi$ между ними. Частным случаем эллиптически-поляризованной волны является волна с круговой поляризацией ($a_x = a_y$, $\Delta\varphi = \pm \pi/2$).

Свет, представляющий собой суперпозицию естественного и линейно-поляризованного света, называется частично поляризованным.

Степенью поляризации света называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} , I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивность света, проходящего через анализатор.

Для плоско-поляризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$; для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$.

В каждый момент времени вектор \vec{E} может быть спроектирован на две взаимно перпендикулярные оси (рис. 4.2). Это означает, что любую волну (поляризованную и неполяризованную) можно представить как суперпозицию двух линейно-

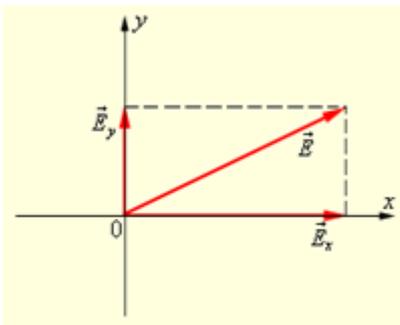


Рис. 4.2

поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях волн: $\vec{E}(t) = \vec{E}_x(t) + \vec{E}_y(t)$. Но в поляризованной волне обе составляющие $\vec{E}_x(t)$ и $\vec{E}_y(t)$ когерентны, а в неполяризованной – некогерентны, т. е. в первом случае разность фаз между $\vec{E}_x(t)$ и $\vec{E}_y(t)$ постоянна, а во втором она является случайной функцией времени.

4.2. Явление двойного лучепреломления. Закон Малюса. Закон Брюстера

Явление двойного лучепреломления света объясняется тем, что во многих кристаллических веществах показатели преломления для двух взаимно перпендикулярно поляризованных волн различны. Поэтому кристалл раздваивает проходящие через него лучи. Два луча на выходе кристалла линейно поляризованы

во взаимно перпендикулярных направлениях. Кристаллы, в которых происходит двойное лучепреломление, называются анизотропными (рис. 4.3).

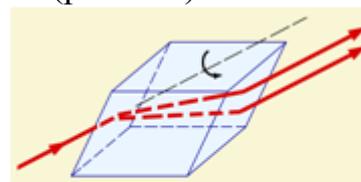


Рис. 4.3

У многих кристаллов поглощение света сильно зависит от направления электрического вектора в световой волне. Это явление называют дихроизмом. Этим свойством, в частности, обладают пластинки турмалина, использованные в опытах Малюса. При определенной толщине пластинка турмалина почти полностью поглощает одну из взаимно перпендикулярно поляризованных волн (например, \vec{E}_x) и частично пропускает вторую волну (\vec{E}_y). Плоскость, в которой совершает колебания электрический вектор в прошедшей волне, называется плоскостью пропускания пластины. Пластинка турмалина может быть использована как для получения поляризованного света (поляризатор), так и для анализа характера поляризации света (анализатор).

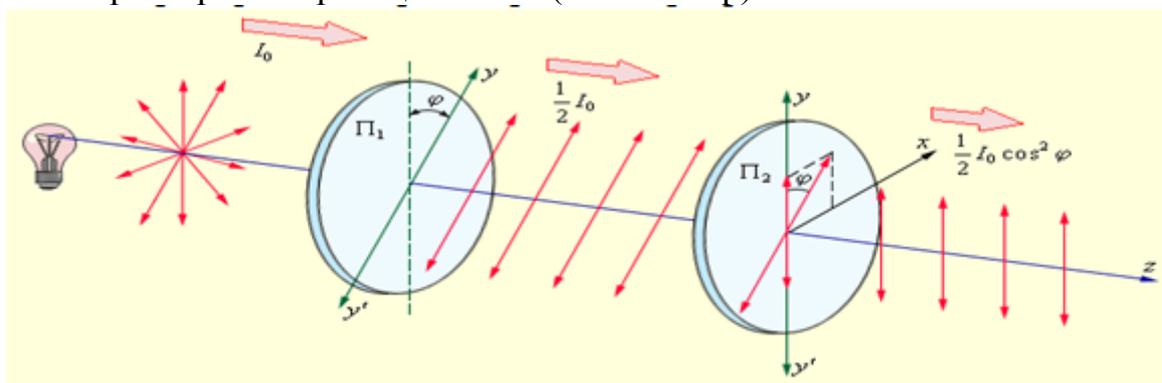


Рис. 4.4

Рассмотрим прохождение естественного света через две последовательно расположенных пластинки турмалина Π_1 и Π_2 , плоскости пропускания которых повернуты друг относительно друга на некоторый угол φ (рис. 4.4). Первая пластинка играет роль поляризатора. Она превращает естественный свет в линейно-поляризованный с интенсивностью $I_1 = \frac{I_0}{2}$. Вторая пластинка служит для анализа падающего на нее света. Интенсивность линейно-поляризованной волны на выходе второй пластинки будет определяться из закона Малюса:

$$I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \varphi = \frac{I_0}{2} \cos^2 \varphi.$$

Поляризованный свет можно получить при отражении естественного света от границы раздела двух диэлектриков. При падении естественного света под углом Брюстера

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1},$$

где n_1, n_2 – показатели преломления диэлектрических сред, отраженный свет будет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения волны.

4.3. Вращение плоскости поляризации

При прохождении плоско поляризованного света через некоторые вещества наблюдается вращение плоскости поляризации световой волны. Такие вещества называются оптически активными. К их числу относятся кристаллические вещества (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.)

Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах $\varphi = \alpha d$, где α - постоянная вращения; d - длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях $\varphi = [\alpha] \rho d$, где $[\alpha]$ - удельное вращение, ρ - плотность жидкости;

в) в растворах $\varphi = [\alpha] C d$, где C - концентрация оптически активного вещества в растворе.

Постоянная вращения зависит от длины волны (дисперсия вращательной способности).

4.4. Примеры решения задач

Задача №1. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком (рис. 4.5). Опреде-

Дано	Решение
$\varphi = 97^\circ$,	Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения
$n_2 = 1,5$	
$n_1 = ?$	
	$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = n_{21}$,
	где n_{21} - относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

лить показатель преломления жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно, $\operatorname{tg} \alpha_{\text{Б}} = n_2/n_1$. Согласно условию задачи, отраженный луч повернут на угол φ относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то $\alpha_{\text{Б}} = \varphi/2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$, откуда $n_1 = n_2/\operatorname{tg}(\varphi/2)$. Сделав подстановку численных значений, получаем $n_1 = 1,33$.

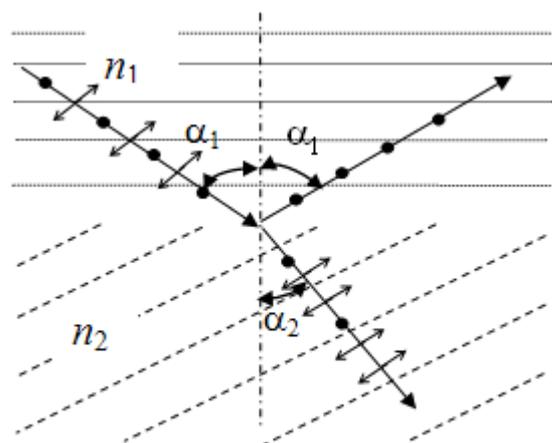


Рис. 4.5

Задача №2. На систему, состоящую из двух николей N_1 и N_2 , расположенных так, что угол α между их плоскостями пропускания равен 60° , падает естественный свет. Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николю N_1 ; 2) во сколько раз уменьшится интен-

Дано
 $\alpha=60^\circ$,
 $k = 0,05$
 $I_1=?$,
 $I_2=?$

Решение

Николю, или призму Николя, является поляризатором, представляющим собой призму из исландского шпата, разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом, показатель преломления которого лежит между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле.

сивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

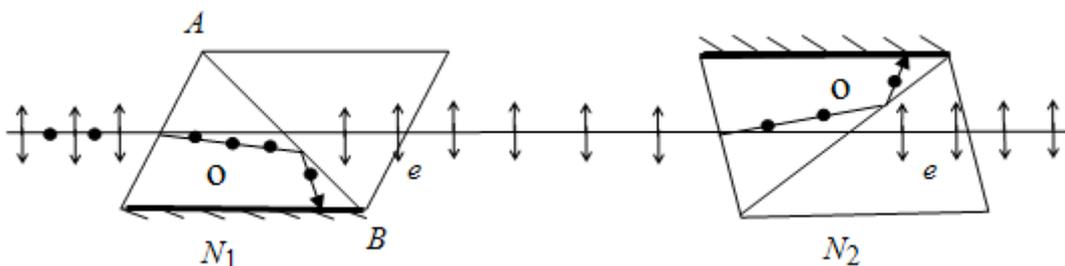


Рис. 4.6

Пучок естественного света, падая на грань николя N_1 (рис. 4.6), разделяется вследствие двойного лучепреломления на две волны: обыкновенную (o) и необыкновенную (e). Эти волны поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и распространяются внутри кристалла в разных направлениях и с разными скоростями. Вектор напряженности электрического поля в необыкновенном луче совершает колебания в плоскости рисунка (плоскость главного сечения кристалла). Плоскость, в которой совершает колебания вектор напряженности электрического поля в обыкновенном луче, перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный луч вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч проходит через николю. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения в веществе николя. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николю N_1 , равна $I_1 = \frac{1}{2} I_0(1 - k)$, где $k = 0,05$ – относительная потеря интенсивности света в николе; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на николю N_1 .

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{\frac{1}{2} I_0(1 - k)} = \frac{2}{1 - k}. \quad (1)$$

Подставив численные значения, найдем $I_0/I_1 = 2,1$. Таким образом, интенсивность света при прохождении через николю N_1 уменьшается в 2,1 раза.

Пучок плоско-поляризованного света интенсивности I_1 падает на николю N_2 и также разделяется в кристалле на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч полностью поглощается в николе, а интенсивность необыкновенного луча света, вышедшего из николя, определяется законом Малюса (без учета поглощения в этом николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостями пропускания николей N_1 и N_2 .

Учитывая потери интенсивности во втором николе, получим

$$I_2 = I_1(1 - k) \cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего через систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1 - k) \cos^2 \alpha}.$$

Заменив I_0/I_1 его выражением по формуле (1), получим

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Подставив данные, произведем вычисления:

$$I_0/I_2 = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

Задача №3. Пучок частично поляризованного света пропускают через николю. Первоначально николю установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно-поляризованного света. При повороте николя на угол $\varphi = 60^\circ$ интенсивность пропускаемого им света уменьшилась в $k = 2$ раза. Определить отношение I_e/I_n - интенсивностей естественного и

Дано	Решение
$\varphi = 60^\circ,$ $k = 2$	Отношение интенсивности I_e естественного света к интенсивности I_n поляризованного света найдем из следующих соображений. При первоначальном положении николя он полностью пропустит линейно поляризованный свет и половину интенсивности естественного света.
$I_e/I_n = ?$ $P = ?$	

линейно-поляризованного света, составляющих данный частично- поляризованный свет, а также степень поляризации P пучка света.

Общая интенсивность пропущенного при этом света равна $I_1 = I_n + 1/2 I_e$. При втором положении николя интенсивность пропущенного поляризованного света определится по закону Малюса, а интенсивность естественного света, как и в первом случае, будет равна половине интенсивности естественного света, падающего на николю. Общая интенсивность во втором случае

$$I_2 = I_n \cos^2 \varphi + 1/2 I_e.$$

В соответствии с условием задачи $I_1 = k I_2$, или

$$I_n + 1/2 I_e = k(I_n \cos^2 \varphi + 1/2 I_e).$$

Подставив сюда значение угла φ , k и произведя вычисления, получим

$$I_e/I_n = 1 \text{ или } I_e = I_n,$$

то есть интенсивности естественного и поляризованного света в заданном пучке равны между собой.

Степень поляризации частично-поляризованного света определяется соотношением

$$P = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}), \quad (1)$$

где $I_{\max} = I_n + \frac{1}{2}I_e = \frac{3}{2}I_n$, $I_{\min} = \frac{1}{2}I_e = \frac{1}{2}I_n$.

Подставив найденные выражения I_{\max} и I_{\min} в формулу (1), получим

$$P = \frac{\frac{3}{2}I_n - \frac{1}{2}I_n}{\frac{3}{2}I_n + \frac{1}{2}I_n} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, степень поляризации пучка света $P = 1/2$.

Задача №4. Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с плоскостями пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно-поляризованного света максимальный коэффициент пропускания $\tau = 0,81$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения данной системы поляроидов?

Дано

$$\varphi = 60^\circ,$$

$$\tau = 0,81$$

$$\frac{I_0}{I_3} = ?$$

Решение

Поляроид – искусственный поляризатор, состоящий из целлулоидной пленки, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов сульфата йодистого хинина. По оптическим свойствам поляроид аналогичен кристаллу турмалина.

Интенсивность света, прошедшего через первый поляроид, равна половине интенсивности падающего на него естественного света, умноженной на коэффициент пропускания τ :

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \tau.$$

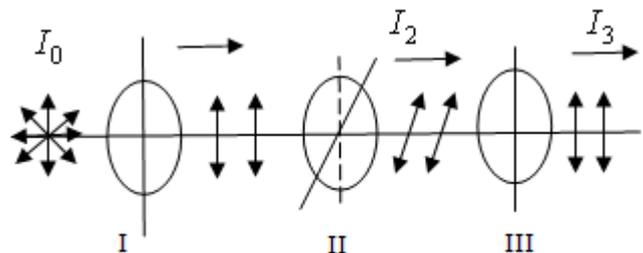
Интенсивность света, прошедшего через второй поляроид, определяется в соответствии с законом Малюса по формуле (с учетом потерь):

$$I_2 = I_1 \tau \cos^2 \varphi,$$

или $I_2 = \frac{1}{2} I_0 \tau^2 \cos^2 \varphi$.

Свет интенсивности I_2 падает на третий поляроид, в котором также происходит уменьшение интенсивности за счет потерь и несовпадения плоскости поляризации световой волны с плоскостью пропускания поляроида.

Величина интенсивности I_3 прошедшего света будет



I, II, III – плоскости пропускания поляроидов

$$I_3 = I_2 \tau \cos^2 \varphi, \text{ или } I_3 = \frac{1}{2} I_0 \tau^3 \cos^4 \varphi.$$

Отношение $\frac{I_0}{I_3} = \frac{2}{\tau^3 \cos^4 \varphi}$.

Подставив численные значения, получаем $\frac{I_0}{I_3} = 60$. Интенсивность есте-

ственного (неполяризованного) света после прохождения указанной системы поляроидов уменьшилась в 60 раз.

Задача №5. При падении естественного света на поляризатор проходит $\eta_1 = 30\%$ светового потока, а через два таких поляризатора проходит $\eta_2 = 13,5\%$ потока. Найти угол φ между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

Дано

$$\eta_1 = 30\%,$$

$$\eta_2 = 13,5\%$$

$$\varphi = ?$$

Решение

В соответствии с рисунком предыдущей задачи введем обозначения: I_0 - интенсивность падающего естественного света, I_1 - интенсивность света, прошедшего через первый поляризатор, I_2 - интенсивность света после прохождения через второй поляризатор.

Если бы поляризаторы были идеальными, то при падении естественного света на первый поляризатор через него прошло бы 50% светового потока. Значение $\eta_1 = 30\%$ свидетельствует о наличии в поляризаторе потерь, связанных с отражением и поглощением. Введем коэффициент поглощения k .

Тогда интенсивность проходящего светового потока запишется в виде

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 k,$$

$$I_2 = I_1 k \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 k^2 \cos^2 \varphi.$$

Неизвестный коэффициент k определим из условия задачи $\eta_1 = 30\%$:

$$\eta_1 = \frac{I_1}{I_0} 100\%, \text{ или } 0,3 = \frac{\frac{1}{2} I_0 k}{I_0}, \text{ откуда } k=0,6.$$

Для нахождения угла φ воспользуемся вторым условием задачи $\eta_2 = 13,5\% = 0,135$, где

$$\eta_2 = \frac{I_2}{I_0},$$

$$\eta_2 = \frac{\frac{1}{2} I_0 k^2 \cos^2 \varphi}{I_0}, \text{ откуда получаем } \cos^2 \varphi = \frac{2\eta_2}{k^2}.$$

Подставив численные значения, получаем $\cos^2 \varphi = 0,75$. Угол $\varphi = 30^\circ$.

Задача №6. Плоско-поляризованный пучок света падает на поляроид и полностью им гасится ($I_1 = 0$). Когда на пути пучка поместили кварцевую пла-

стинку, то интенсивность I_2 пучка после выхода из поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Постоянная вращения кварца $\alpha = 48,9$ град/мм.

Дано

$$I_2 = 1/2 I_1,$$

$$\alpha = 48,9 \text{ град/мм}$$

$$d = ?$$

Решение

На рисунке введены обозначения: (P-P) – плоскость пропускания поляроида; (I-I) – первое положение плоскости поляризации света, (II-II) – второе положение плоскости поляризации света.

Полное гашение света поляроидом означает, что плоскость пропускания поляроида (P-P) перпендикулярна плоскости поляризации света (I-I). Этот вывод вытекает из закона Малюса:

$$I_1 = I_0 \cos^2(\pi/2) = 0.$$

Введение кварцевой пластины приводит к повороту плоскости (II-II) поляризации света на угол φ , определяемый соотношением

$$\varphi = \alpha d, \quad (1)$$

где α - постоянная вращения кварца, d – толщина кварцевой пластины.

Зная, во сколько раз уменьшается интенсивность света после выхода из поляроида, определим угол β между плоскостью пропускания поляроида (P-P) и «новой» плоскостью поляризации света (II-II):

$$I = I_0 \cos^2 \beta.$$

Так как $\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$, то $I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$, или

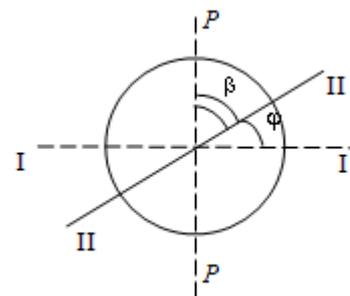
$$I = I_0 \sin^2 \varphi. \quad (2)$$

Подставив в (2) соотношение (1), получаем $I = I_0 \sin^2(\alpha d)$. Отсюда найдем $\alpha d = \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}}$. Толщина пластины определяется равенством

$$d = \frac{1}{\alpha} \arcsin \sqrt{\frac{I}{I_0}}.$$

Подставив численные значения и учтя, что 1 радиан $\approx 57^\circ$, получаем $d = \frac{1}{48,9} \arcsin \sqrt{0,5} = 0,92 \text{ мм}$.

Задача №7. Пластина кварца толщиной $d_1 = 1 \text{ мм}$, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1 = 20^\circ$. Определить, какова должна быть толщина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя «параллельными» николями, чтобы свет был полностью погашен.



Дано	Решение
$\varphi = 20^\circ$	Угол поворота плоскости поляризации кварцевой пластинкой определяется соотношением $\varphi = \alpha d$. Пользуясь этой формулой, выразим искомую толщину d_2 пластинки:
$d_1 = 1 \text{ мм}$	
$d_2 = ?$	

$$d_2 = \varphi_2 / \alpha,$$

где φ_2 – угол поворота плоскости поляризации, при котором свет будет полностью погашен ($\varphi_2 = 90^\circ$). Постоянную вращения α для кварца найдем также из формулы $\varphi = \alpha d$, подставив в нее заданные в условии задачи значения d_1 и φ_1 :

$$\alpha = \varphi_1 / d_1.$$

Подставив выражение α в предыдущую формулу, получим

$$d_2 = (\varphi_2 / \varphi_1) d_1.$$

Численно $d_2 = 4,5 \text{ мм}$.

ГЛАВА 5

Элементы квантовой физики

5.1. Тепловое излучение

Рассмотренные ранее явления (интерференция, дифракция, поляризация света) свидетельствуют о волновой природе света. В то же время закономерности теплового излучения, фотоэлектрического эффекта, эффекта Комптона можно адекватно истолковать только на основе квантовых представлений о свете как о потоке дискретных частиц, несущих энергию фотонов.

Излучение телами электромагнитных волн (свечение тел) может осуществляться за счет различных видов энергии. Самым распространенным является тепловое излучение, т.е. испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел. Все остальные виды свечения, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме внутренней (тепловой), объединяются под общим названием «люминесценция».

В отличие от люминесценции, тепловое излучение может находиться в состоянии термодинамического равновесия с излучающими телами.

Если в замкнутую полость с зеркально отражающими стенками, из которой удален воздух, поместить несколько тел, нагретых до различной температуры, то, как показывает опыт, такая система с течением времени приходит в состояние теплового равновесия, при котором все тела приобретают одинаковую температуру. Тела обмениваются энергией только путем испускания и поглощения лучистой энергии. В состоянии равновесия процессы испускания и поглощения энергии каждым телом в среднем компенсируют друг друга и в пространстве между телами плотность энергии излучения достигает определенного значения, зависящего только от установившейся температуры тел. Это излучение, находящееся в термодинамическом равновесии с телами, имеющими определенную температуру, называется равновесным или черным излучением.

ем. Плотность энергии равновесного излучения и его спектральный состав зависят только от температуры.

Пусть одно из тел в полости обладает свойством поглощать всю падающую на его поверхность лучистую энергию любого спектрального состава. Такое тело называют абсолютно черным. Абсолютно черных тел в природе не бывает. Хорошей моделью такого тела является небольшое отверстие в замкнутой полости (рис. 5.1). Свет, падающий через отверстие внутрь полости, после многочисленных отражений будет практически полностью поглощен стенками, и отверстие снаружи будет казаться совершенно черным.

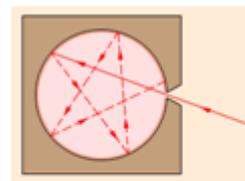


Рис. 5.1

Распределение энергии по длинам волн в излучении абсолютно черного тела при заданной температуре T характеризуется излучательной способностью $r(\lambda, T)$, равной мощности излучения с единицы поверхности тела в единичном интервале длин волн. Произведение $r(\lambda, T)\Delta\lambda$ равно мощности излучения, испускаемого единичной площадкой поверхности по всем направлениям в интервале длин волн $\Delta\lambda$. Аналогично можно ввести распределение энергии по частотам $r(\nu, T)$. Функцию $r(\lambda, T)$ или $r(\nu, T)$ часто называют спектральной плотностью энергетической светимости, а полный поток $R(T)$ излучения всех длин волн, равный

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu,$$

называют энергетической светимостью тела.

Поглощательной способностью $a(\nu, T)$ называется отношение поглощенной мощности излучения к падающей на единицу поверхности тела мощности, обусловленной электромагнитными волнами, частоты которых заключены в единичном интервале.

Кирхгоф установил, что отношение спектральной плотности энергетической светимости к поглощательной способности не зависит от природы тела и является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (*закон Кирхгофа*):

$$\frac{r(\nu, T)}{a(\nu, T)} = f(\nu, T).$$

Для абсолютно черного тела $a(\nu, T) = 1$, тогда $r(\nu, T) = f(\nu, T)$, т.е. универсальная функция Кирхгофа является спектральной плотностью энергетической светимости абсолютно черного тела.

Й. Стефаном и А. Больцманом было установлено, что интегральная светимость $R(T)$ абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры T (*закон Стефана – Больцмана*):

$$R(T) = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,671 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Экспериментальные измерения спектрального распределения излучения абсолютно черного тела показали, что при каждом значении температуры T зависимость $r(\lambda, T)$ имеет ярко выраженный максимум (рис. 5.2). С увеличением температуры максимум смещается в область коротких длин волн, причем произведение температуры T на длину волны λ_m , соответствующую максимуму, остается постоянным:

$$\lambda_m = \frac{b}{T},$$

где $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постоянная Вина.

Это соотношение, полученное Вином, выражает так называемый закон смещения Вина: длина волны λ_m , на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре T .

Успехи термодинамики, позволившие теоретически вывести законы Стефана–Больцмана и Вина, вселяли надежду, что из термодинамических соображений удастся получить всю кривую спектрального распределения излучения черного тела $r(\lambda, T)$. В 1900 году эту проблему пытался решить знаменитый английский физик Д. Релей, который в основу своих рассуждений положил теорему классической статистической механики о равномерном распределении энергии по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия. Эта теорема была применена Релеем к равновесному излучению в полости. Несколько позже эту идею подробно развил Джинс. Таким путем удалось получить зависимость излучательной способности абсолютно черного тела от длины волны λ и температуры T :

$$r(\lambda, T) = 2\pi c k T \lambda^{-4},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана.

Это соотношение называют *формулой Релея–Джинса*. Она согласуется с

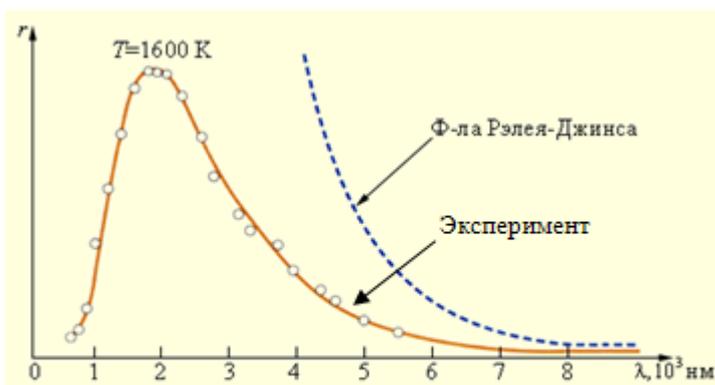


Рис. 5.3

экспериментальными данными только в области достаточно длинных волн (рис. 5.3). Кроме того, из нее следует абсурдный вывод о том, что энергетическая светимость $R(T)$ абсолютно черного тела должна обращаться в бесконечность, а, следовательно, равновесие между нагретым телом и излучением в замкнутой полости может установиться

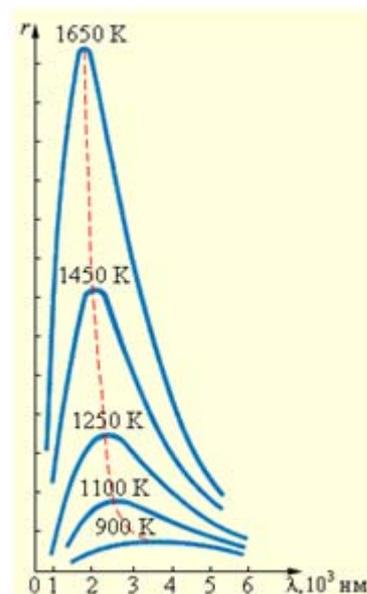


Рис. 5.2

только при абсолютном нуле температуры.

Таким образом, безупречный с точки зрения классической физики вывод приводит к формуле, которая находится в резком противоречии с опытом. Стало ясно, что решить задачу о спектральном распределении излучения абсолютно черного тела в рамках существующих теорий невозможно. Эта задача была успешно решена М. Планком на основе новой идеи, чуждой классической физике.

М. Планк пришел к выводу, что процессы излучения и поглощения нагретым телом электромагнитной энергии происходят не непрерывно, как это предполагалось в классической физике, а конечными порциями – квантами. Квант – это минимальная порция энергии, излучаемой или поглощаемой телом. По теории Планка энергия кванта ε прямо пропорциональна частоте света:

$$\varepsilon = h\nu,$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

На основе гипотезы о прерывистом характере процессов излучения и поглощения телами электромагнитного излучения Планк получил формулу для излучательной способности абсолютно черного тела:

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad r(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света, h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура.

5.2. Фотоэлектрический эффект. Фотоны

Внешний фотоэффект состоит в вырывании электронов с поверхности металлов под действием падающего на них электромагнитного излучения (света).

Схема экспериментальной установки для исследования фотоэффекта изображена на рис. 5.4.

В экспериментах использовался стеклянный вакуумный баллон с двумя металлическими электродами, поверхность которых была тщательно очищена. К электродам прикладывалось некоторое напряжение U , полярность которого можно было изменять с помощью двойного ключа. Один из электродов (катод K) через кварцевое окошко освещался монохроматическим светом некоторой длины волны λ , и при неизменном световом потоке снималась зависимость силы фототока I от приложенного напряжения.

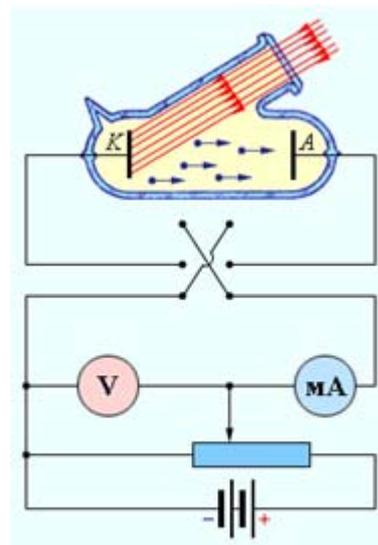


Рис. 5.4

На рис. 5.5 изображены типичные кривые такой зависимости, полученные при двух значениях интенсивности светового потока, падающего на катод.

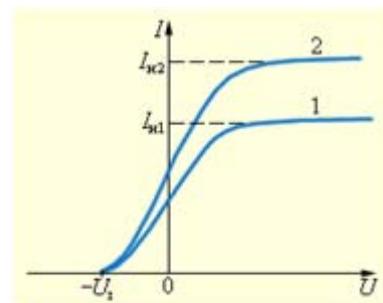


Рис. 5.5

Кривые показывают, что при достаточно больших положительных напряжениях на аноде A фототок достигает насыщения, так как все электроны, вырванные светом из катода, достигают анода. Тщательные измерения показали, что ток насыщения I_n прямо пропорционален интенсивности падающего света.

Когда напряжение на аноде отрицательно, электрическое поле между катодом и анодом тормозит электроны. Анода могут достичь только те электроны, кинетическая энергия которых превышает $|eU|$, где e – величина заряда электрона. Если напряжение на аноде меньше, чем $-U_3$, фототок прекращается. Измеряя U_3 , можно определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов:

$$\frac{mV^2}{2} = eU_3.$$

Экспериментально были установлены следующие основные законы фотоэффекта:

1. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с увеличением частоты света ν и не зависит от его интенсивности.
2. Для каждого вещества существует так называемая «красная граница» фотоэффекта, т. е. наименьшая частота ν_0 , при которой еще возможен внешний фотоэффект.
3. Число фотоэлектронов, вырываемых светом из катода за 1 с, прямо пропорционально интенсивности света.
4. Фотоэффект практически безынерционен, фототок возникает мгновенно после начала освещения катода при условии, что частота света $\nu > \nu_0$.

Теоретическое объяснение наблюдаемых закономерностей фотоэффекта было дано А. Эйнштейном на основе гипотезы М. Планка о том, что свет излучается и поглощается определенными порциями, причем энергия каждой такой порции определяется формулой $\varepsilon = h\nu$, где h – постоянная Планка. Эйнштейн пришел к выводу, что свет имеет прерывистую дискретную структуру. Электромагнитная волна состоит из отдельных порций – квантов, впоследствии названных фотонами.

При взаимодействии с веществом фотон целиком передает всю свою энергию $h\nu$ одному электрону. Часть энергии электрона затрачивается на преодоление потенциального барьера на границе металл–вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода A , зависящую от свойств материала катода. Наибольшая кинетическая энергия, которую может иметь вылетевший из катода фотоэлектрон, определяется законом сохранения энергии:

$$\left(\frac{mV^2}{2}\right)_{\max} = eU_3 = h\nu - A.$$

Последнюю формулу принято называть уравнением Эйнштейна для фотоэффекта.

С помощью уравнения Эйнштейна можно объяснить все закономерности внешнего фотоэффекта. Из уравнения Эйнштейна следуют линейная зависимость максимальной кинетической энергии от частоты и независимость от интенсивности света, существование красной границы, безынерционность фотоэффекта. Общее число фотоэлектронов, покидающих за 1 с поверхность катода, должно быть пропорционально числу фотонов, падающих за то же время на поверхность. Из этого следует, что ток насыщения должен быть прямо пропорционален интенсивности светового потока.

Как следует из уравнения Эйнштейна, работа выхода A электрона из металла $A = h\nu_{\min}$.

5.3. Эффект Комптона

Концепция фотонов, предложенная А. Эйнштейном в 1905 г. для объяснения фотоэффекта, получила экспериментальное подтверждение в опытах американского физика А. Комптона (1922 г.). Комптон исследовал упругое рассеяние коротковолнового рентгеновского излучения с длиной волны λ_0 на свободных (слабо связанных с атомами) электронах вещества. Опыт показал, что в рассеянном излучении наряду со спектральной линией с длиной волны λ_0 наблюдается также спектральная линия с большей длиной волны λ' . Величина $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла рассеяния θ . Соотношение интенсивностей смещенной (λ) и несмещенной (λ_0) линий зависит от рода рассеивающего вещества.

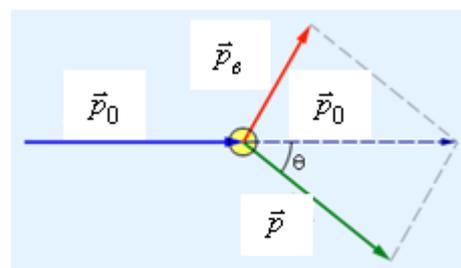


Рис. 5.6

Эффект увеличения длины волны рассеянного излучения, названный впоследствии эффектом Комптона, не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны излучения не должна изменяться при рассеянии. Согласно волновой теории, электрон под действием периодического поля световой волны совершает вынужденные колебания на частоте волны и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Объяснение эффекта Комптона было дано в 1923 году А. Комптоном и П. Дебаем на основе квантовых представлений о природе излучения. Если принять, что излучение представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона есть результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. У легких атомов рассеивающих веществ электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными. В процес-

се столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц – налетающего фотона, обладающего энергией $\varepsilon_0 = h\nu_0$ и импульсом $p_0 = \frac{h\nu_0}{c}$, с покоящимся электроном, энергия покоя которого равна $E_0 = m_0c^2$ (рис. 5.6). Фотон, столкнувшись с электроном, изменяет направление движения (рассеивается). Импульс фотона после рассеяния становится равным $p = \frac{h\nu}{c}$, а его энергия $\varepsilon = h\nu$. Энергия электрона после столкновения в соответствии с релятивистской формулой становится равной $E = \sqrt{p_e^2c^2 + m_0^2c^4}$, где p_e – приобретенный импульс электрона. Закон сохранения энергии записывается в виде

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + \sqrt{p_e^2c^2 + m_0^2c^4}.$$

Закон сохранения импульса $\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e$ можно переписать в скалярной форме, если воспользоваться теоремой косинусов (см. рис. 5.6):

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu_0\nu}{c^2}\cos\theta.$$

Из двух соотношений, выражающих законы сохранения энергии и импульса, после несложных преобразований и исключения величины p_e можно получить

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

Не зависящая от свойств рассеивающего вещества величина $\Lambda = \frac{h}{m_0c} = 2,43 \cdot 10^{-3}$ нм называется комptonовской длиной волны электрона.

5.4. Давление света

Из наличия у фотона импульса вытекает, что свет, падающий на поверхность тела, действует на это тело с какой – то силой.

Сила светового давления F на поверхность равна произведению светового давления P на площадь S поверхности:

$$F = P S.$$

Световое давление – это давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность, которое выражается соотношением

$$P = \frac{E_e}{c}(1+r) \text{ или } P = w(1+r),$$

где E_e - плотность потока энергии излучения, падающего на поверхность (энергетическая освещенность поверхности), c - скорость света в вакууме, $w = \frac{E_e}{c}$ – объемная плотность энергии излучения, r – коэффициент отражения.

Если свет падает на поверхность под углом α к нормали, то давление, производимое светом на поверхность, выражается соотношением

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + r) \cos \alpha.$$

Для идеально отражающей (зеркальной) поверхности $r = 1$, для идеально поглощающей поверхности (абсолютно черное тело) $r = 0$.

Энергетическая освещенность поверхности E_e – это величина, численно равная мощности излучения, падающей на единичную площадку:

$$E_e = \frac{\Phi_e}{S},$$

где Φ_e – поток энергии (мощность) излучения, падающего на поверхность S .

5.5. Примеры решения задач

Задача №1. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda = 500$ нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) энергетическую светимость Солнца $R(T)$, 2) поток мощности, излучаемый Солнцем Φ_e , 3) массу m электромагнитных волн, излучаемых Солнцем за время $t = 1$ с.

Дано
 $\lambda = 500$ нм,
 $m_C = 1,98 \cdot 10^{30}$ кг,
 $R_C = 6,95 \cdot 10^8$ м,
 $t = 1$ с

$R_e = ?$,
 $\Phi_e = ?$,
 $m = ?$

Решение

1. Энергетическая светимость черного тела выражается формулой Стефана–Больцмана $R(T) = \sigma T^4$.

Температура излучающей поверхности может быть

определена из закона смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}.$$

Выразив отсюда температуру T и подставив в закон Стефана–Больцмана, получим $R(T) = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^4$. Произведя вычисления, найдем $R(T) = 6,4 \cdot 10^7$ Вт/м².

2. Поток мощности Φ_e , излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости тела на площадь его поверхности:

$$\Phi_e = R(T) S = R(T) 4\pi r^2,$$

где $r = 7 \cdot 10^8$ м – радиус Солнца.

$$\Phi_e = 4 \cdot 3,14 (7 \cdot 10^8)^2 6,4 \cdot 10^7 = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

3. Массу электромагнитных волн всех длин, излучаемых Солнцем за время $t = 1$ с, определим, применив закон взаимосвязи массы и энергии:

$$E = m c^2.$$

С другой стороны, энергия излучаемых электромагнитных волн равна произведению потока энергии на время излучения:

$$E = \Phi_e t.$$

Приравняв выражения для энергии, получим, что

$$m = \frac{\Phi_e t}{c^2}.$$

Подставив числовые значения, получим $m = 4 \cdot 10^9$ кг.

Задача №2. Определить максимальную кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов, выбитых с поверхности натрия светом с длиной волны λ для двух случаев: 1) $\lambda_1 = 410$ нм, 2) $\lambda_2 = 550$ нм.

Дано

$$\begin{aligned} A_{\text{ВЫХ}} &= 2,28 \text{ эВ}, \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \\ m_e &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \\ \lambda_1 &= 410 \text{ нм}, \\ \lambda_2 &= 550 \text{ нм}, \\ 1 \text{ эВ} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{кин}} &= ?, \\ V &= ? \end{aligned}$$

Решение

1. Длина волны падающего света $\lambda_1 = 410$ нм. Энергия фотона вычисляется по формуле

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda_1}.$$

Подставив числовые значения, получим $h\nu = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,03 \text{ эВ}$.

Из уравнения Эйнштейна находим

$$E_{\text{кин}} = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - A_{\text{ВЫХ}} = 3,03 \text{ эВ} - 2,28 \text{ эВ} = 0,75 \text{ эВ}.$$

Полученная энергия фотоэлектрона (0,75 эВ) много меньше энергии покоя электрона (0,5 МэВ). Следовательно, для данного случая максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона может быть вычислена по классической формуле $E_{\text{кин}} = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}$. $E_{\text{кин}} = 0,75 \text{ эВ} = 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Скорость фотоэлектрона, выбитого с поверхности натрия, найдем по формуле

$$V = \sqrt{\frac{2E_{\text{кин}}}{m_e}}. \text{ Выполнив вычисления, получим } V = 5,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

2. Длина волны падающего света $\lambda_2 = 550$ нм. Энергия падающего фотона

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda_2}.$$

Подставив числовые значения, получим $h\nu = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,26 \text{ эВ}$. Полученное значение меньше работы выхода фотоэлектрона с поверхности натрия, поэтому фотоэффект при падении света с $\lambda_2 = 550$ нм наблюдаться не будет.

Задача №3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна $\lambda_0 = 550$ нм. Определить: 1) работу выхода $A_{\text{ВЫХ}}$ фотоэлектронов из этого металла; 2) максимальную скорость фотоэлектронов, вырывааемых с поверхности металла светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм.

Дано

$$\begin{aligned} e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \\ m_e &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}, \\ \lambda_0 &= 550 \text{ нм}, \\ \lambda &= 400 \text{ нм}, \\ 1 \text{ эВ} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \end{aligned}$$

Решение

1. Из определения «красной границы» фотоэффекта

$$v_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h} \text{ или } \lambda_0 = \frac{c}{v_0} = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}$$

получаем формулу для расчета работы выхода

$$A_{\text{ВЫХ}} = ?, \\ V = ?$$

$$A_{\text{ВЫХ}} = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Подставив числовые значения, получим $A_{\text{ВЫХ}} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,26 \text{ эВ}$.

2. Для вычисления максимальной скорости фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла светом, воспользуемся уравнением Эйнштейна в виде

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}.$$

Из него получим

$$V = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}.$$

Выполнив вычисления, получим $V = 5,45 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Задача №4. Задерживающее напряжение U_3 для платиновой пластинки составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определить работу выхода фотоэлектронов из второй пластинки, если для платины $A_{\text{ВЫХ1}} = 6,3 \text{ эВ}$.

Дано

$$A_{\text{ВЫХ1}} = 6,3 \text{ эВ}, \\ e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \\ U_{31} = 3,7 \text{ В}, \\ U_{32} = 5,3 \text{ В}, \\ 1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Решение

Зная задерживающее напряжение U_3 , можно определить максимальное значение кинетической энергии фотоэлектронов:

$$eU_3 = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}.$$

$$A_{\text{ВЫХ2}} = ?$$

Уравнение Эйнштейна тогда примет вид

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + eU_3.$$

Запишем его для каждой пластинки:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ1}} + eU_{31},$$

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ2}} + eU_{32}.$$

Выражая из них работу выхода фотоэлектронов из второй пластинки $A_{\text{ВЫХ2}}$, получим

$$A_{\text{ВЫХ2}} = A_{\text{ВЫХ1}} + e(U_{31} - U_{32}).$$

Подставив числовые значения, найдем $A_{\text{ВЫХ2}} = 4,7 \text{ эВ}$.

Задача №5. Параллельный пучок света длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$ падает нормально на зачерненную поверхность, производя давление $P = 10 \text{ мкПа}$. Определить: 1) концентрацию n фотонов в потоке; 2) число фотонов N , падающих на поверхность площадью 1 м^2 за время 1 с .

Дано

$$\lambda = 500 \text{ нм}, \\ P = 10 \text{ мкПа}, \\ S = 1 \text{ м}^2, \\ t = 1 \text{ с}$$

Решение

1. Концентрация n фотонов в пучке может быть найдена как

$$n = \frac{w}{\varepsilon}$$

$$n = ?,$$

$$N = ?$$

где $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ – энергия одного фотона. Из формулы $P = w(1+r)$, определяющей давление света, выражаем

$$w = \frac{P}{1+r}.$$

Тогда искомая концентрация фотонов равна

$$n = \frac{P\lambda}{(1+r)hc}.$$

Коэффициент отражения r для зачерненной поверхности принимаем равным нулю. Подставив числовые значения, получим $n = 2,52 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$.

2. Число фотонов N , падающих на поверхность единичной площади в единицу времени, равно

$$N = \frac{E_e}{\varepsilon},$$

где $E_e = wc$. Подставив соответствующие выражения, имеем

$$N = \frac{P\lambda}{(1+r)h} = nc.$$

Выполнив вычисления, получим $N = 7,56 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Лабораторная работа № 3–4 Скорость звука в воздухе

Цель работы - определение скорости звука в воздухе путем измерения разности фаз волны в различных точках звукового поля.

Приборы и оборудование: звуковой генератор, измерительная скамья, на которой установлены динамик и микрофон, усилитель сигнала микрофона, осциллограф.

Теоретическая часть

Природа звуковых волн в воздухе. Волновое уравнение. Уравнение волны

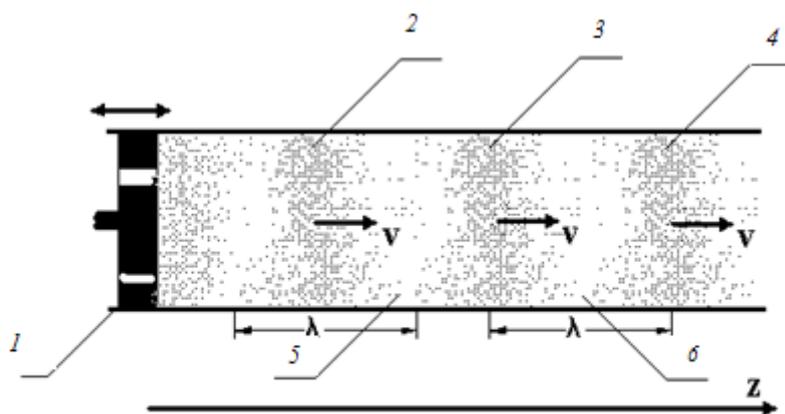


Рис.1

Звуковая волна в воздухе может возникнуть, если, например, мембрана (1 на рис.1) совершает гармонические колебания относительно положения равновесия вдоль оси Z . В воздухе возникают сменяющие друг друга области сжатия (2, 3, 4) и разрежения (5,6), которые перемещаются вдоль оси Z со скоростью звука V . Эти области возникают вследствие того, что в дополнение к хаотическому тепловому движению молекулы воздуха совершают колебательные движения, аналогичные тем, которые совершает мембрана. В звуковой волне воздух не перемещается вместе с волной, а перемещается *возмущение* давления Δp по отношению к равновесному (атмосферному давлению $p_{\text{атм}}$).

При ограниченной мощности звука это возмущение мало, т.е. $\Delta p \ll p_{\text{атм}}$. Отклонение давления Δp подчиняется волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - V^2 \Delta S = 0, \quad (1)$$

где $S(x,y,z)$ - функция, характеризующая возмущение среды (в частности Δp) в точке с координатами x, y, z в момент времени t ; V - скорость звука (скорость звуковой волны); $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

Одним из решений уравнения (1) является гармоническая волна, которая для переменного Δp имеет вид

$$\Delta p = \Delta p_m \cos \omega(t - r/V), \quad (2)$$

где r – расстояние от источника.

Возмущение среды в уравнении (2) может быть описано не только параметром Δp , но и другими. Поэтому в качестве переменной величины в уравнениях (1) и(2) могут быть также отклонения плотности $\Delta \rho$, положения частиц $\Delta \xi$, температуры ΔT и другие.

Основные характеристики гармонической волны

В уравнении (2) Δp_m [Па] – *амплитуда*, максимальное отклонение давления от равновесного; Δp – мгновенное значение отклонения в данной точке r в данный момент t ; $\omega = 2\pi\nu$ – *круговая частота*; ν - частота колебаний.

Человек слышит в диапазоне от 16 Гц до 20 кГц. Неслышимый звук с частотой ниже 16 Гц называется *инфразвуком*, выше 20 кГц – *ультразвуком*.

Аргумент косинуса $\omega(t - r/v) = \varphi$ - *фаза волны*. Поскольку сама функция периодична и имеет период 2π , то волна периодична во времени и пространстве. *Период* T – время, за которое совершается полный цикл колебаний (в данной точке пространства). *Длина волны* λ - это расстояние между двумя ближайшими точками волны, где возмущенные параметры среды (давление, скорость частиц) колеблются с разностью фаз 2π (рис.1). Другими словами, это расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду T :

$$\lambda = VT. \quad (3)$$

Поскольку $T = \frac{1}{\nu}$, формулу (3) можно представить как

$$V = \lambda \nu. \quad (4)$$

Следовательно, если измерить λ и ν , то по формуле (4) можно определить скорость звука.

Скорость звука

Скорость звука обычно постоянна для данного вещества при заданных внешних условиях и не зависит от частоты волны и ее амплитуды.

При распространении звука в воздухе сжатия и разрежения происходят так быстро, что обмен теплом не существенен. Процесс можно считать адиабатическим. Тогда для идеального газа скорость звука

$$V = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\gamma \frac{RT_0}{M}}, \quad (5)$$

где $\gamma = c_p/c_v$ - отношение теплоемкостей при постоянных давлении и объеме; p_0 , ρ_0 , T_0 - средние давление, плотность и температура среды; R - универсальная газовая постоянная; M - молярная масса. С увеличением температуры скорость звука в газах растет. Для воздуха в нормальных условиях принято: $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$; $p_0 = 0,1 \text{ МПа}$; $T_0 = 273 \text{ К}$; $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $R = 8,314 \text{ Дж/(К}\cdot\text{моль)}$.

Сложение взаимно-ортогональных гармонических колебаний одной частоты

В осциллографе, показанном на рис. 2, имеются горизонтально-отклоняющие пластины, подключенные к входу «X» на панели осциллографа, и вертикально-отклоняющие пластины, подключенные к входу «Y» на панели. Если подать гармоническое напряжение только на вход «X», то электронный луч будет перемещаться по горизонтали (по прямой линии) по закону

$$x = A \cos \omega t. \quad (6)$$

Если подать только на вход «Y» переменное напряжение той же частоты со сдвигом фаз на φ , то луч на экране будет перемещаться по закону

$$y = B \cos(\omega t - \varphi). \quad (7)$$

Если подать одновременно эти напряжения на входы «X» и «Y», то на экране будет отражен результат сложения двух взаимно-ортогональных колебаний.

В главе 1 настоящего комплекса подробно рассмотрен вопрос сложения гармонических взаимно – ортогональных колебаний. Получено уравнение эллипса.

Чтобы определить, каким будет результирующее изображение, исключим из уравнений (6) и (7) время t . Получим уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (8)$$

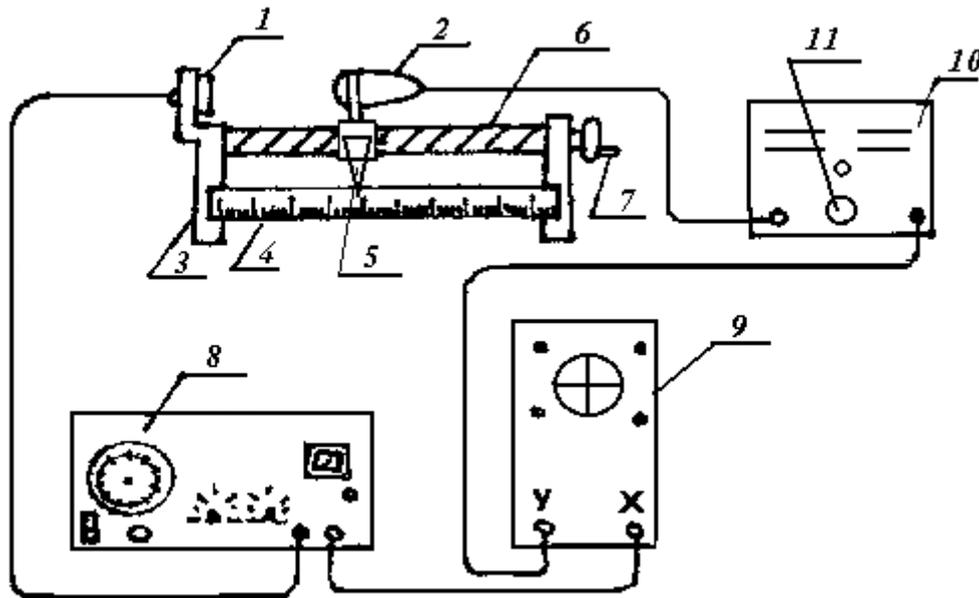


Рис.2

При изменении φ на 2π изображение на экране повторяет свою форму. Следовательно, если менять φ и наблюдать за изменением изображения, можно фиксировать момент, когда φ изменится на 2π .

При $\varphi = 0; \pi; 2\pi; 3\pi$ изображение обращается в прямую линию.

Методика измерений

Установка (рис.2) содержит звуковой генератор 8, измерительную скамью 3, на которой установлен источник звука (динамик 1) и приемник звука (микрофон 2). Скамья имеет миллиметровую шкалу 4 и указатель 5. При вращении винта 6 с помощью рукоятки 7 микрофон плавно перемещается вдоль измерительной скамьи. Сигнал со звукового генератора практически одновременно поступает на динамик и на вход «X» осциллографа 9. Частота генератора устанавливается по второй шкале (5–10 кГц). На вход «Y» осциллографа сигнал поступает через усилитель 10, позволяющий изменять сигнал по вертикальной оси с помощью ручки включения и регулировки усиления 11.

Звуковая волна проходит от динамика до микрофона со скоростью звука v за время $t_0 = l/v$, где l - расстояние между динамиком и микрофоном. Таким образом, на пластины «X» и «Y» осциллографа подаются синусоидальные напряжения одной частоты ν с разностью фаз:

$$\varphi = \omega t_0 = \frac{2\pi\nu l}{V} \quad (9)$$

При изменении l меняется как φ , так и изображение на экране (рис. 3).

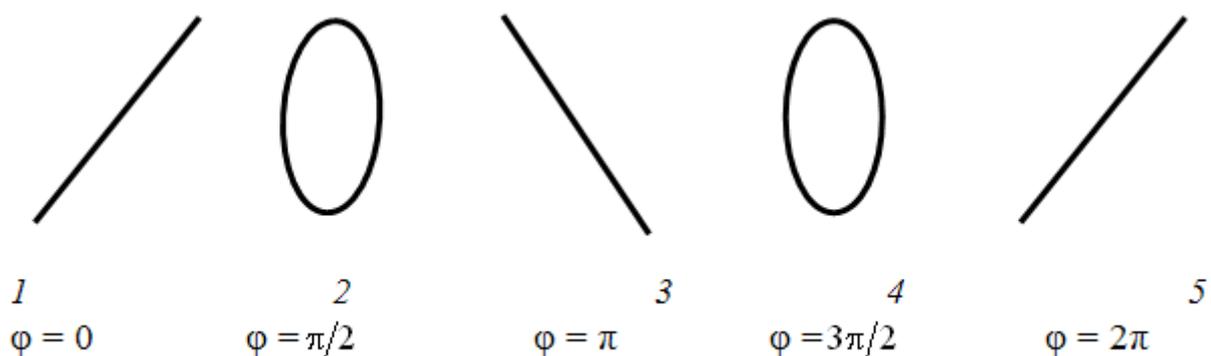


Рис. 3

Форма эллипса на экране осциллографа будет одинакова при изменении φ на величину, равную 2π . Такое изменение произойдет, если микрофон сдвинуть на расстояние Δl , равное длине звуковой волны. Таким образом, если форма эллипса повторится, то

$$\lambda = \Delta l. \quad (10)$$

После такого измерения длины волны по формуле (4) можно найти скорость звука. Частоту ν в формуле (4) определяют по показаниям шкалы звукового генератора.

Указания по технике безопасности

1. Приборы питаются от сети 220 В. Включение в сеть приборов должно проводиться только в присутствии лаборанта или преподавателя.
2. Все корпусные клеммы приборов должны быть надежно заземлены, для чего применяется провод без изоляции.
3. Напряжение сети 220 В измерять вольтметром нельзя. При измерении переменного напряжения можно измерять напряжения тех источников, один полюс которых заземлен.
4. Запрещается работать в помещении одному.

Экспериментальная часть

Задание. Измерение скорости звука

1. Включить генератор, осциллограф и усилитель в сеть, при этом загораются сигнальные лампочки.
2. Через минуту (после прогрева приборов) установить частоту генератора 7000 Гц и напряжение 2,5 В.
3. Вращая ручку звукового генератора «Регулировка выхода», ручку осциллографа «усиление Y» и ручку усилителя «усиление», добиться, чтобы размер эллипса на экране был порядка 3-4 см.

4. Удаляя микрофон от динамика (вращая рукоятку 7), определить λ по методике п.2. Предпочтительно использовать повторяющиеся прямые 1 и 5 на рис.3.
5. Измерения λ повторить три раза при неизменной частоте.
6. Провести аналогичные измерения на частотах 5800 и 5200 Гц.
7. Результаты измерений (всего 9 измерений) занести в таблицу

Таблица

	ν , Гц	Δl , мм	λ , м	V , м/с	$\langle V \rangle$, м/с
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

8. Подсчитать среднюю по девяти измерениям скорость звука.

Контрольные вопросы

1. Природа звуковых волн в воздухе. Волновое уравнение. Уравнение волны.
2. Частота, период, длина волны. Скорость звука.
3. Сложение взаимно-ортогональных колебаний одной частоты.
4. Состав установки и методика измерений длины волны и скорости звука.

Лабораторная работа № 3-11 Интерференция света при наблюдении колец Ньютона

Цель работы – ознакомиться с одним из случаев проявления волновых свойств света – образованием интерференционных колец Ньютона, рассчитать радиус кривизны линзы.

Приборы и оборудование: кассета с линзой и плоской стеклянной пластинкой; измерительный микроскоп с осветителем и предметным столиком.

Теоретическая часть

Явление интерференции как процесс сложения волн, при котором результирующая интенсивность отличается от суммы интенсивностей складываемых волн, достаточно подробно исследовано в главе 2 настоящего комплекса. Определены условия, при которых возможна интерференция света.

Теоретически рассмотрена интерференция при наблюдении колец Ньютона.

В данной лабораторной работе предлагается практически ознакомиться с методикой наблюдения и измерения радиусов колец Ньютона.

Необходимо учесть, что существует проблема использования естественных источников (Солнца, ламп накаливания). Они излучают некогерентные волны, и, казалось бы, интерференция таких волн невозможна. Действительно, атомы раскалённого тела излучают свет в виде отдельных элементарных волн (волновых пакетов, цугов) длительностью порядка 10^{-8} с, не связанных между собой по фазе. Для наблюдения интерференции в этих условиях найден приём, который используется во всех устройствах интерференции: каждую элементарную волну разделяют на части, затем создают малую оптическую разность хода между этими частями (например, в тонком воздушном зазоре, как в данной работе), и снова складывают. Части одной и той же элементарной волны при этом оказываются когерентны между собой.

Оптическая схема наблюдения колец Ньютона в отраженном свете представлена на рис. 2.6 (глава 2).

Радиус темных колец Ньютона, соответствующих минимуму интерференции, определен формулой

$$r = \sqrt{R\lambda_0 m}. \quad (1)$$

Эта формула получена в главе 2. Для повышения точности определения радиуса кривизны выпуклой линзы, используемой в эксперименте, получим иную формулу.

Пусть измерены r_m – радиус темного кольца с номером m и r_n – радиус темного кольца с номером n , где $m > n$. Вычтем r_n^2 из r_m^2 , и получим

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{\lambda_0(m - n)} = \frac{(r_m - r_n)(r_m + r_n)}{\lambda_0(m - n)}. \quad (2)$$

Формула (2) предпочтительнее для определения R , чем непосредственно (1). Здесь видно, что точность определения R зависит от того, насколько точно мы зафиксируем на изображении колец разницу радиусов. Очевидно, для этого лучше брать кольца с сильно отличающимися номерами m и n . Кроме того, центральные кольца размыты и можно ошибиться в определении номера кольца. В формулу же (2) входит лишь разница номеров, поэтому такая ошибка не играет заметной роли.

Экспериментальная часть

Описание установки и методика измерений. Установка состоит из измерительного микроскопа (рис.1), предметного столика и расположенной на нем кассеты – жестко скрепленных друг с другом линзы и плоскопараллельной стеклянной пластинки. Микроскоп содержит объектив 1, окуляр 2, осветитель 3, отсчетный механизм 4, винт смещения шкалы 5, вращающийся отсчетный барабан 6.

Оптическая схема установки показана на рис.2. Свет от лампы – осветителя 1 проходит коллиматор (на рисунке не показан), красный светофильтр 2 отражается вниз от светоотделительной пластинки 3 и через объектив (на рисунке не показан) падает на кассету 4 с линзой и плоскопараллельной пластинкой. Отраженный от кассеты свет с изображением колец Ньютона поднимается вверх, проходит в окуляр 6 и в глаз наблюдателя через пластинку 3. Подвижные пластинки 5 предназначены для измерения диаметров колец Ньютона. На одной из них нанесена шкала с ценой деления 0,25 мм, на другой – *сплошная* вертикальная визирная *нить*. В окуляре видно: изображение концентрических колец Ньютона, шкала, сплошная нить. Передвигая сплошную нить поворотом барабана (6 на рис. 1) от одной стороны кольца Ньютона до другой, по шкале барабана можно измерить диаметр кольца. Шкала барабана разделена на 100 делений, поэтому цена одного деления шкалы отсчетного барабана в 100 раз меньше цены деления шкалы в окуляре и составляет $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 2,5 \text{ мкм}$.

Кассета (4 на рис. 2) находится на предметном столике микроскопа. При повороте по часовой стрелке винта с насечкой, расположенного под столиком на его оси, столик поднимается вверх, позволяя ввести линзу кассеты в поле зрения микроскопа.

Примечание:

1. В поле зрения микроскопа имеется еще пунктирная вертикальная нить. Дополнительный винт, расположенный около винта 5 на рис. 2, регулирует положение этой нити. Пунктирная нить и регулирующий её положение винт в работе не используются.
2. Винт 5 смещает одновременно шкалу и нити. Положение винта 5 устанавливается при настройке, и этот винт при выполнении работы **не используется**.
3. Не следует поворачивать ось светоотделительной пластины (два выступа на корпусе вблизи осветителя). При неверном положении пластины нарушается работа прибора. Например, если пластина повернута на 90° по отношению к

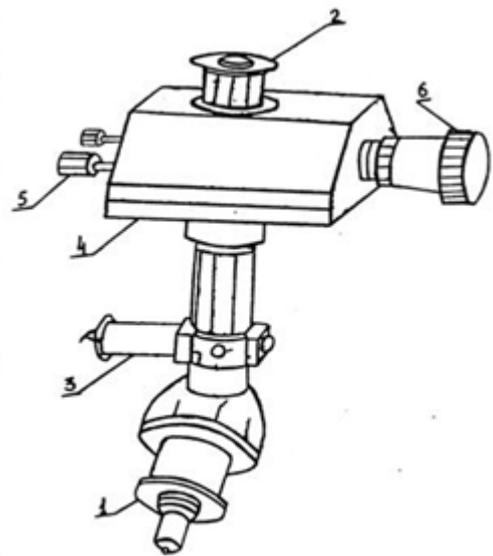


Рис. 1

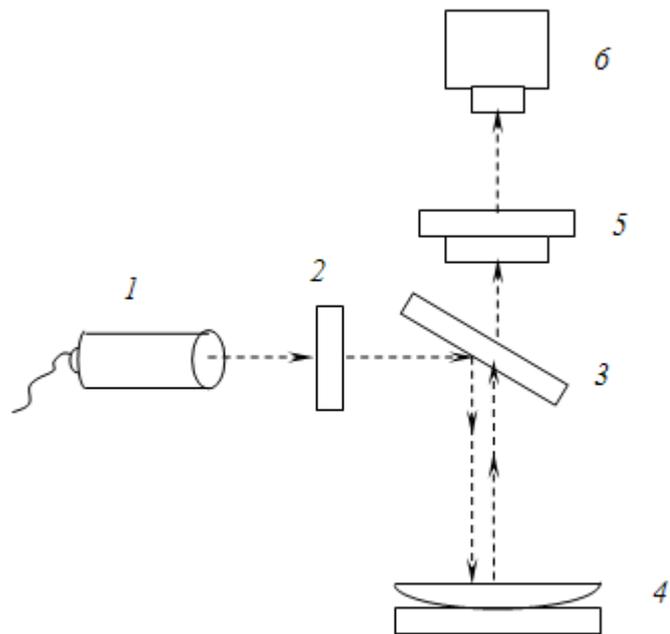


Рис.2

положению на рис. 3, то свет в окуляр поступает, а наблюдение колец невозможно.

4. Для контроля цены деления шкалы можно, вместо кассеты, поместить на столик линейку с миллиметровой шкалой.

Указания по технике безопасности

1. Включать установку только с разрешения преподавателя или лаборанта.
2. Запрещается оставлять установку включенной.
3. Запрещается вынимать осветитель. При включенном приборе не трогать трансформатор питания осветителя. Трансформатор расположен в нижней части микроскопа, его входное напряжение 220 В.
4. Запрещается работать в помещении одному.

Порядок выполнения работы

1. Включить в сеть осветитель.
2. Поместить кассету на предметный столик микроскопа линзой вверх.
3. Поворачивая винт предметного столика и перемещая кассету по столику, сфокусировать микроскоп на какую-либо деталь на кассете. При повороте винта предметного столика удерживать столик от проворачивания.
4. Перемещением кассеты по столику поместить точку касания линзы с пластинкой примерно в центр поля зрения микроскопа.
5. Поднимая или опуская предметный столик, сфокусировать микроскоп на кольца Ньютона так, чтобы они оказались в центре поля зрения микроскопа.
6. Один из способов настройки изображения колец следующий. Вначале настраивают микроскоп на металлическую поверхность корпуса кассеты (становится видна структура обработки поверхности). Затем выполняют действия п.4. Затем поднимают столик на 12–14 смещений винта столика (каждое около 60°). При правильной фокусировке в поле зрения микроскопа, кроме колец Ньютона, четко видны неоднородности, пятна на поверхности пластины.
7. Для диоптрической наводки на резкость изображения визирной нити и колец окуляр имеет резьбу.
8. Произвести измерения диаметра центрального темного пятна (диска), перемещая сплошную визирную нить поворотом барабана (6 на рис. 1). Цена деления шкалы микроскопа 0,25 мм, цена деления шкалы на барабане 2,5 мкм. Номера колец отсчитывают, начиная от центрального. Зная радиус центрального темного пятна, устанавливают визирную нить справа (или слева) от центра на второе, третье и т. д. темное кольцо и, пользуясь шкалой барабана, находят интервалы между соседними кольцами и вычисляют радиусы второго, третьего и т. д. колец.

Комбинируя попарно радиусы колец по формуле (2), определить радиус кривизны линзы. В формуле (2) $\lambda_0 = 650$ нм (определяется красным светофильтром). При этом в целях повышения точности результатов рекомендуется

комбинировать радиусы колец, отстоящих как можно дальше друг от друга. Найти среднее арифметическое $\langle R \rangle$. Полученные данные занести в таблицу.

Таблица

№ кольца	r , мм	R , см	$\langle R \rangle$, см
1			
2			
3			
4			
5			

Контрольные вопросы

1. Сущность явления интерференции. Условия наблюдения интерференции.
2. Оптическая разность хода. Условия максимума минимума интенсивности при интерференции.
3. Метод реализации интерференции от естественных источников.
4. Оптическая схема наблюдения колец Ньютона.
5. Вывод формулы для радиуса темных колец Ньютона в отраженном свете.

Лабораторная работа № 3-10

Дифракция света на плоской прозрачной решетке

Цель работы – ознакомиться с одним из вариантов проявления волновых свойств света – дифракцией Фраунгофера на дифракционной решетке, измерить с помощью дифракционной картины длину волны источника света, период и угловую дисперсию решетки.

Приборы и оборудование: осветительная лампа с линейчатым спектром, вентилятор, коллиматор, дифракционная решетка, оптическая труба, гониометр.

Теоретическая часть

Дифракция как проявление совокупности явлений, связанных с отклонением распространения света от законов геометрической оптики и наблюдаемых при прохождении света в среде с резко неоднородными оптическими свойствами, рассмотрена в главе 3 настоящего комплекса.

Дано объяснение явления дифракции с помощью принципа Гюйгенса – Френеля; определены количественные критерии, различающие два вида дифракции: дифракцию Френеля и дифракцию Фраунгофера.

В главе 3 подробно рассмотрена дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке. Приведены формулы, по которым на основании экспериментальных данных необходимо рассчитать период решетки, длину волны источника света, угловую дисперсию решетки.

В данной лабораторной работе углы φ дифракции не превышают 6^0 или $0,1$ рад. Поэтому условие для главных максимумов (формула(3.13)) при ди-

фракции от дифракционной решетки $d \sin \varphi = \pm n\lambda$, $n=0,1,2,3\dots$ можно упростить. Так как при малых углах $\sin \varphi \approx \varphi$, где угол φ исчисляется в радианах, то получаем выражение $d\varphi_{\text{рад}} = \pm n\lambda$, $n=0,1,2,3\dots$

Отсюда получаем выражение для периода решетки:

$$d = \frac{n\lambda}{\varphi_{\text{рад}}}$$

и, соответственно, выражение для длины волны

$$\lambda = \frac{\varphi_{\text{рад}} d}{n}$$

Экспериментальная часть. Описание установки

Установка содержит (рис.1) штатив 5, на котором установлена дифракционная решетка (на столике 4). Решетка освещается светом лампы, проходящем через коллиматор 2 со щелью 9. Наблюдатель видит дифракционный спектр в оптическую трубу 1 с винтом 10 для фокусировки.

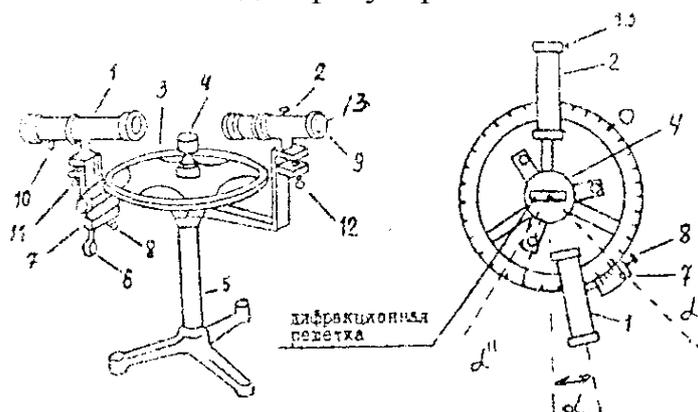


Рис.1

Для отсчета углов служит гониометр, который имеет шкалу 3 и нониус 7. Шкала 3 имеет деления, соответствующие целым числам градусов и половинам.

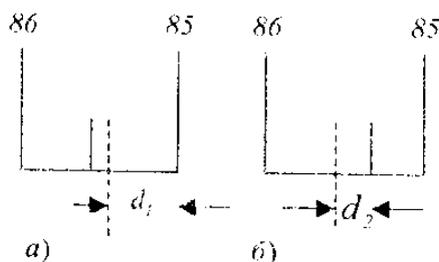


Рис.2

Для точного отсчета угловых минут служит нониус. Если положение нуля нониуса соответствует пунктирной линии на рис. 2,а, то к числу 85^0 следует добавить число минут (от 0 до 30) по шкале нониуса. Это число определяется

делением шкалы нониуса, которое совпадает с одним из делений шкалы 3. В положении рис. 2,б к углу $85^{\circ}30'$ следует добавить число минут по шкале нониуса. Винты 11 и 12 регулируют углы наклона трубы и коллиматора.

Рекомендации по технике безопасности

- 2.1. Не включать установку в отсутствие лаборанта или преподавателя.
- 2.2. Не прикасаться к кожуху мощной осветительной лампы.
- 2.3. Не работать в помещении одному.
- 2.4. Не прикасаться к проводам вентилятора и осветителя.

Задание 1. Определение углов расположения линии спектра.

1. Ослабить винт 6. Установить вдоль одной оси коллиматор 2 и оптическую трубу 1. Установить решетку перпендикулярно оси коллиматора.

2. Включить лампу – источник света и вентилятор (по указанию лаборанта). Смещением штатива и поворотом трубы 1 добиться, чтобы в оптической трубе была видна освещенная щель 9. Регулировочным винтом 13 сделать щель достаточно узкой. Перемещая окуляр трубы винтом 10, добиться отчетливого изображения визирной нити и щели.

3. Поворачивая трубу вокруг оси гониометра, убедиться в возможности наблюдения спектров первого, второго, третьего порядка справа и слева от центрального неокрашенного максимума (белое изображение щели). Как видно из рис. 1, если для одной и той же линии спектра и при одном порядке спектра по шкале гониометра измерить углы φ' и φ'' , то угол дифракции будет

$$\varphi = \frac{|\varphi'' - \varphi'|}{2}. \quad (1)$$

4. Повернуть трубу вправо до совмещения визирной нити с первым главным максимумом красной линии и произвести отсчет φ' . Для более точного отсчета можно закрепить винт 6 и винтом 8, добиться совмещения нити с серединой красной линии спектра.

5. Повернуть трубу влево от нулевого максимума, снова навести нить на красную линию и произвести отсчет φ'' . По формуле (1) найти угол дифракции.

6. Произвести аналогичные измерения и вычисления для красных линий в спектрах первого, второго и третьего порядков, а также для желтых и фиолетовых линий. Результаты занести в табл.1 и в табл.2. В табл.1 заносят углы φ' и φ'' в градусах и минутах. В табл.2 значения углов, полученные по формуле (1), следует перевести сначала в градусы, десятые и сотые доли градусов, затем в радианы по формуле $\varphi_{\text{рад}} = \frac{\varphi_{\text{град}}}{180} \pi$.

ЦВЕТ	Ф, [град, мин]					
	слева Ф''			справа Ф'		
	Порядок спектра n			Порядок спектра n		
	1	2	3	1	2	3
Красный						
Желтый						
Фиолетовый						

Таблица 2. Углы дифракции (в радианах)

ЦВЕТ	Ф, 0,01 рад		
	Порядок спектра n		
	1	2	3
Красный			
Желтый			
Фиолетовый			

Задание 2. Определение периода решетки d по известной длине волны $\lambda = 612\text{ нм}$.

По формуле $d = \frac{n\lambda}{\varphi_{\text{рад}}}$ и по данным табл. 2 рассчитать период d . Затем

определить число штрихов решетки на 1 мм ее длины. Результаты занести в табл. 3.

Таблица 3. Период решетки

n	Ф, 10 ⁻² рад	d, 10 ⁻⁵ м	$\langle d \rangle$, 10 ⁻⁵ м	Число штрихов на мм
1				
2				
3				

Задание 3. Определение длины волны $\lambda_{\text{ж}}$, $\lambda_{\text{ф}}$.

По формуле $\lambda = \frac{\varphi_{\text{рад}} d}{n}$ рассчитать $\lambda_{\text{ж}}$, $\lambda_{\text{ф}}$ и результаты занести в табл. 4.

Таблица 4. Длины волн

n	$\lambda_{\text{ж}}$, нм	$\lambda_{\text{ф}}$, нм	$\langle \lambda_{\text{ж}} \rangle$, нм	$\langle \lambda_{\text{ф}} \rangle$, нм
1				
2				
3				

Задание 4. Определение угловой дисперсии решетки.

Для определения экспериментального значения дисперсии $D_{\text{эксп}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$ по

данным табл. 2 найти $\Delta\varphi$ - разницу углов дифракции между крайними линиям спектра (красной и фиолетовой) в спектрах трех порядков. $\Delta\lambda$ - разница длин волн красной и фиолетовой.

Теоретическое значение дисперсии рассчитать по формуле $D = \frac{n}{d}$.

Данные занести в табл. 5.

Таблица 5. Угловая дисперсия решетки

n	$D_{\text{эксп}}, 10^5 \text{ рад/м}$	$D_{\text{теор}}, 10^5 \text{ рад/м}$
1		
2		
3		

Контрольные вопросы

1. В чем состоит сущность явления дифракции? Описать оптическую схему дифракции на решетке. В чем отличие дифракционной картины для монохроматического и белого света?

2. Что называется главным максимумом? Записать условие главных максимумов при дифракции на решетке.

3. Получить выражение для углового интервала между соседними главными максимумами в монохроматическом свете и угловой полуширины главных максимумов.

4. Что называется угловой дисперсией дифракционной решетки? Дать определение и пояснить физический смысл разрешающей способности решетки.

5. Из чего состоит экспериментальная установка и каков принцип ее действия?

6. В чем заключается методика измерений периода решетки, длины световой волны, дисперсии решетки?

Список физических констант

Скорость света в вакууме

$$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с,}$$

Постоянная Больцмана

$$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К,}$$

Масса покоя электрона

$$m_e = 0,911 \cdot 10^{-30} \text{ кг,}$$

Элементарный заряд (величина заряда электрона)

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл,}$$

Постоянная Планка

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с,}$$

Постоянная Вина

$$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К,}$$

Постоянная Стефана–Больцмана

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4),$$

Комптоновская длина волны электрона

$$\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м,}$$

Электронвольт

$$1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Библиографический список

1. Трофимова Т.И. Курс физики /Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2003.
2. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.
3. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы /И.Е. Иродов. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.
4. Савельев И.В. Курс общей физики: в 5 кн. Кн. 4: Волны. Оптика / И.В. Савельев. – М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2002.
5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для втузов /Т.И. Трофимова. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003.
6. Скорость звука в воздухе: лаб. работа № 3-4 по физике для студентов всех специальностей дневной и вечерней форм обучения / НГТУ; сост.: А.А. Виноградов и др. Н.Новгород, 2004, 9с.
7. Интерференция света при наблюдении колец Ньютона: лаб. работа по физике № 3-11 для студентов всех специальностей и всех форм обучения / НГТУ; сост.: А.А.Воробьев и др. Н.Новгород, 2007, 11с.
8. Дифракция света на плоской прозрачной решетке: лаб. работа № 3-10 по физике для студентов всех специальностей дневной и вечерней форм обучения / НГТУ; сост.: Н.С. Беллюстин и др. Н.Новгород, 2006, 13с.