

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»  
(НГТУ)**

**Образовательно-научный институт ядерной энергетики и технической физики  
им. академика Ф.М. Митенкова**

Выпускающая кафедра «Ядерные реакторы и энергетические установки»



**УТВЕРЖДАЮ:**

Директор института  
Хробостов А.Е.  
«01» июня 2020 г.

**Методические рекомендации по дисциплине  
«Организация и проведение научных исследований»  
ОП ВО**

**по направлению: 14.04.02 Ядерная физика и технологии**

**Направленность (программы): Ядерные реакторы и энергетические установки**

**Квалификация выпускника: магистр**

**Очная форма обучения**

г. Нижний Новгород  
2020 г

**Целью работы** является изучение динамических свойств и передаточных функций типовых звеньев системы автоматического регулирования. Изучение электронных аналогов реальных объектов.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

**Система автоматического регулирования (САР)** – совокупность элементов, предназначенная для поддержания заданной величины в определённых пределах.

САР состоит из объекта регулирования и автоматического регулятора.

Общепринятый подход при изучении динамических свойств САР заключается в определении изменения выходного сигнала при стандартных входных воздействиях. Различают временной и частотный анализ.

В случае временного анализа в качестве стандартных входных воздействий выбирают сигналы в виде:

- прямоугольного импульса (причем его длительность выбирают много меньшей характерных длительностей процессов в исследуемой системе), выходной сигнал называют – **импульсной характеристикой** системы;
- единичного скачка (ступеньки, толчка); выходной сигнал называют – **переходной характеристикой** системы;
- линейной функции.

В случае частотного анализа стандартное воздействие – синусоидальный сигнал. Результатом анализа являются получение амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик системы (**АЧХ** и **ФЧХ**). **АЧХ** - это зависимость коэффициента усиления системы от частоты, **ФЧХ** - это зависимость фазового сдвига синусоидального сигнала между входом и выходом системы от частоты.

Регулируемый объект в общем случае сложен, поэтому его разбивают на простые составляющие элементы - звенья. Звеном системы называют ее элемент или часть, обладающую определенными свойствами в динамическом отношении. Физическая основа звена не играет определяющей роли.

Простейшими типовыми звеньями САР являются: усилительное, интегрирующее, апериодическое, колебательное, дифференцирующее и запаздывающее.

В инженерной практике для упрощения анализа и расчетов пользуются символическим языком, описывающим реальные звенья, составляющие объект регулирования, передаточными функциями.

**Передаточная функция** определяется как отношение образа выходного воздействия к образу входного воздействия.

Пусть между входным воздействием  $X$  и выходным сигналом  $Y$  имеется линейная взаимосвязь, которая в общем случае описывается уравнением (1):



$$\sum_0^n a_k \frac{d^k Y}{dt^k} = \sum_0^m b_k \frac{d^k X}{dt^k} \quad (1)$$

Выполнив над обеими частями этого уравнения преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим:

$$Y(S) \cdot \sum_{k=0}^n a_k S^k = X(S) \sum_{k=0}^m b_k S^k,$$

$$Y(S) \cdot D(S) = X(S) \cdot K(S),$$

откуда:  $Y(S) = \frac{K(S)}{D(S)} \cdot X(S).$  (2)

Величину  $Z(S) = \frac{K(S)}{D(S)}$  называют передаточной функцией, а  $D(S) = \sum_{k=0}^n a_k S^k$

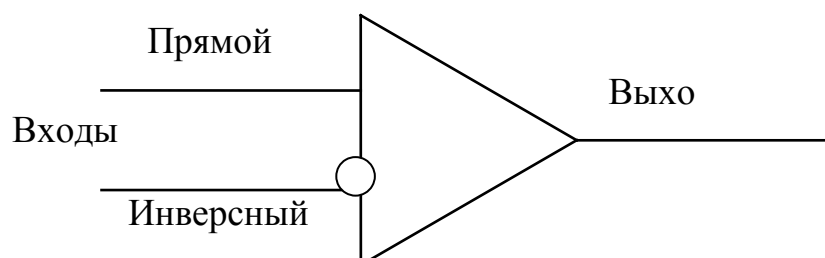
- характеристическим многочленом.

Таким образом, выходная величина  $Y$  определяется соотношением

$$Y(S) = X(S) Z(S). \quad (3)$$

Поэтому  $Y(S)$  можно трактовать как отклик звена на входное воздействие вида  $X(S)$ . Причем  $Y(S)$  получается простым умножением образа входного воздействия на передаточную функцию звена.

Электронное аналоговое моделирование производится с применением операционных усилителей. На функциональных схемах усилитель изображают в виде треугольника.



Усилитель имеет два входа (прямой и инвертирующий) и один выход. Характеризуется дифференциальным коэффициентом усиления ( $K_d$ ), входным ( $R_{вх}$ ) и выходным ( $R_{вых}$ ) сопротивлениями, а также амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристиками. Идеальный усилитель имеет бесконечное усиление -  $K_d$ , бесконечное входное сопротивление -  $R_{вх}$ , нулевое выходное сопротивление -  $R_{вых}$ , линейные АЧХ и ФЧХ.

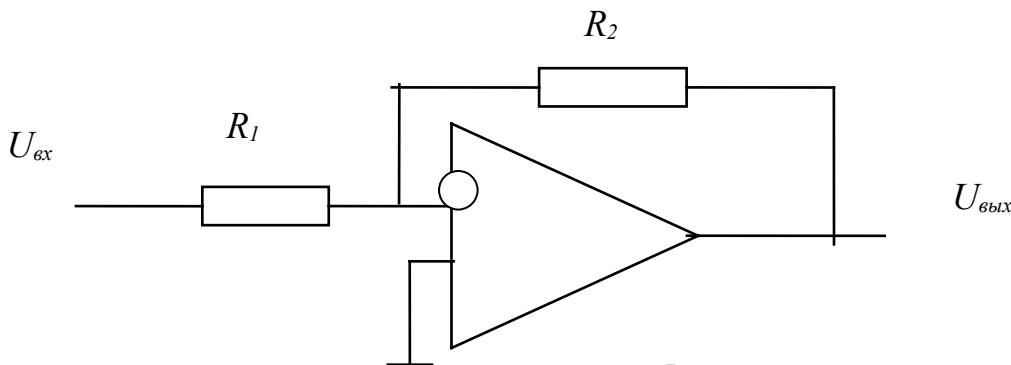
В настоящее время разработаны и используются усилители с параметрами –  $K_d=10^6 - 10^8$ ,  $R_{вх}=10^{13}$  Ом,  $R_{вых}=1$  Ом. С АЧХ и ФЧХ линейными в диапазоне частот от 0 до  $50 \div 100$  Гц.

## ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ САР

### 1. Усилительное звено

Описывается уравнением:  $Y=k X$ . Передаточная функция  $Z(S)=k$ .

Моделируется схемой:

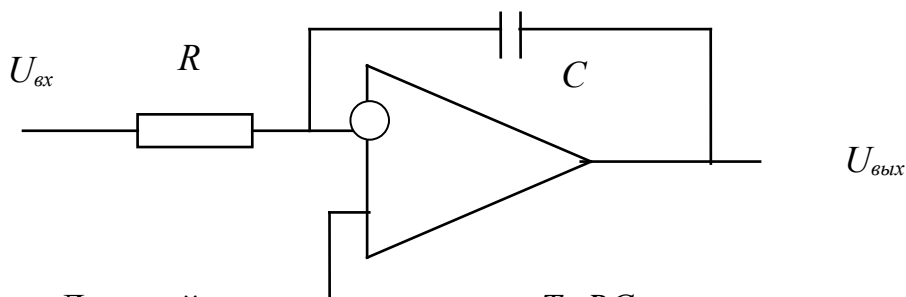


Для этой схемы справедливо  $k = - \frac{R_2}{R_1}$

### 2. Интегрирующее звено

Описывается уравнением:  $T \frac{dY}{dt} = X$ . Передаточная функция:  $Z(S) = \frac{1}{TS}$

Моделируется схемой:

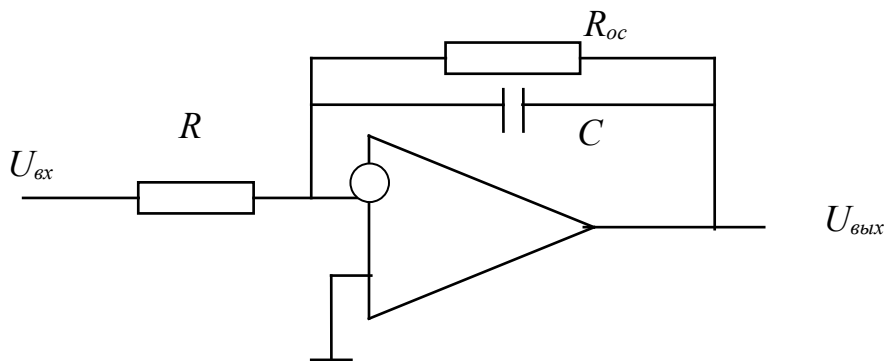


Для этой схемы справедливо:  $T=RC$ .

### 3. Апериодическое звено

Описывается уравнением  $T \frac{dY}{dt} + Y = kX$ . Передаточная функция  $Z(S) = \frac{k}{TS + 1}$

Моделируется схемой



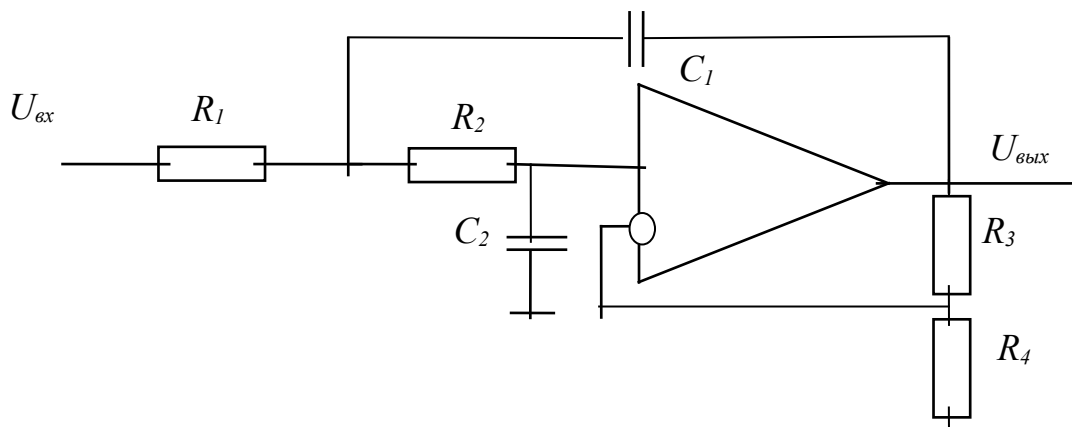
Для этой схемы справедливо  $T = R_{oc} C$ ,  $k = \frac{R_{oc}}{R}$ .

#### 4. Колебательное звено

Описывается уравнением  $T_2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = kX$ .

Передаточная функция  $Z(S) = \frac{k}{(T_2 S)^2 + T_1 S + 1}$

Моделируется схемой:



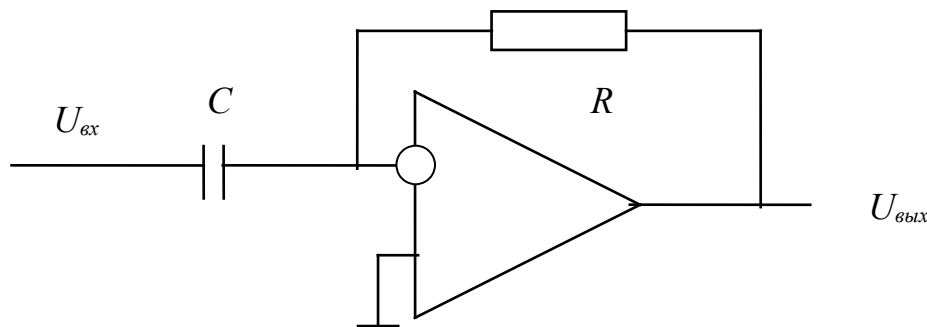
Для этой схемы справедливо  $T_1 = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{1}{R_2 C_2} \frac{R_3}{R_4} \right)$ ;

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}; \quad k = \frac{R_3}{R_4} + 1.$$

#### 5. Дифференцирующее звено

Описывается уравнением  $Y = T \frac{dX}{dt}$ . Передаточная функция  $Z(S) = TS$

Моделируется схемой:



Для этой схемы справедливо  $T = RC$ .

## 6. Запаздывающее звено

Реализует функцию задержки входного сигнала на заданное время  $t$ .  
Моделируется, например, при помощи магнитофона вариацией скорости движения ленты или численными методами (в данной работе не рассматриваются).

Передаточная функция звена  $Z(S) = \exp(-tS)$ .

Таким образом, передаточные функции для типовых звеньев таковы:

- усилительное звено  $Z(S) = k$ ;
- интегрирующее звено  $Z(S) = \frac{1}{TS}$ ;
- апериодическое звено  $Z(S) = \frac{k}{TS + 1}$ ;
- колебательное звено  $Z(S) = \frac{k}{(T_2 S)^2 + T_1 S + 1}$ ;
- дифференцирующее звено  $Z(S) = TS$ ;
- запаздывающее звено  $Z(S) = \exp(-tS)$ .

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АПЕРИОДИЧЕСКОГО ЗВЕНА

Пусть объект управления задан передаточной функцией, имеющей вид апериодического звена  $Z(S) = 1/(TS + 1)$ .

В начале рассмотрим переходную характеристику объекта управления.  
**Переходная характеристика** - это реакция системы на скачкообразное входное воздействие.

Входное воздействие во временной области

$$X(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

$$X(t) = X_0 \quad \text{при } t \geq 0,$$

в Лапласовской области  $X(S) = X_0 / S$ .

Поскольку передаточная функция объекта управления  $Z(S) = 1 / (TS + 1)$ , то сигнал на выходе объекта управления имеет вид

$$Y(S) = Z(S) \cdot X(S) = X_0 / S(TS + 1).$$

Для получения явного вида функции выполним обратное преобразование Лапласа, воспользовавшись формулой Жордана.

$$\text{Характеристическое уравнение } D(S) = S(TS + 1) = 0.$$

$$\text{Его корни } S_1 = 0; S_2 = -1/T.$$

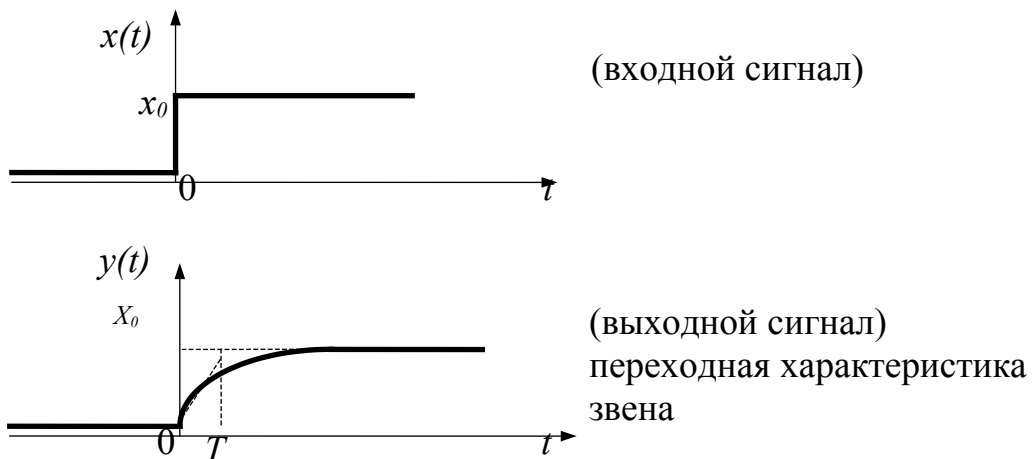
Подстановка найденных корней в производную  $dD/dS$  дает

$$D'(S_1) = 0; D'(S_2) = -1/T.$$

Обратное преобразование Лапласа имеет вид:

$$Y(t) = X_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right].$$

Графический вид переходной характеристики апериодического звена представлен на рисунке.



Теперь найдем амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) исследуемого звена (**АЧХ** - коэффициент усиления звена от частоты, **ФЧХ** - фазовый сдвиг гармонического сигнала между входом и выходом в функции частоты).

Для этого в передаточной функции  $Z(S) = \frac{1}{TS + 1}$  произведем замену  $S$  на

$j\omega$  и разделим полученную дробь на действительную и мнимую части путем умножения числителя и знаменателя на комплексно сопряженный знаменатель. В результате получим:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega T + 1} \cdot \frac{-j\omega T + 1}{-j\omega T + 1} = \frac{1}{T\omega + 1} - j \frac{T\omega}{T\omega + 1}.$$

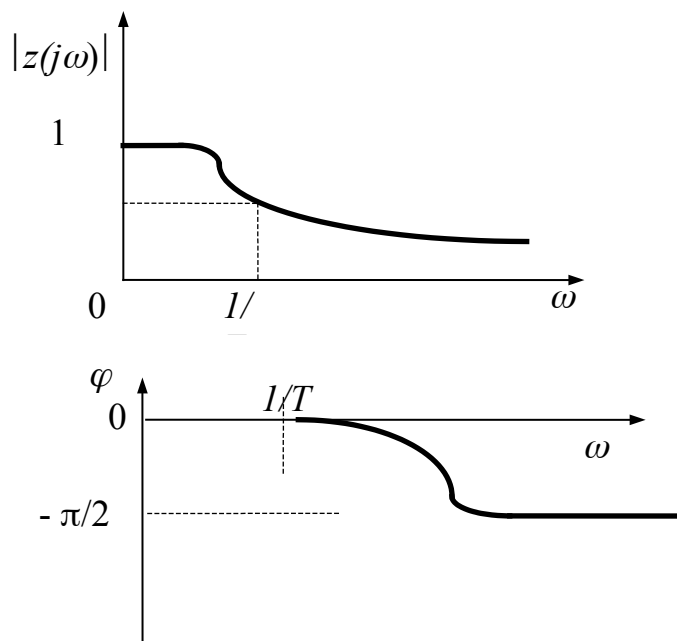
Далее находим АЧХ

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}},$$

ФЧХ

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg}\left(\frac{Im}{Re}\right) = \text{Arctg}(-T\omega).$$

Вид функции АЧХ и ФЧХ приведен на рисунках:



### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования обратных связей используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет, блок питания и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием вида звеньев, подлежащих изучению.

### Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы



1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Предварительно ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:
  - "Развертка" 50 мкс/дел
  - "Усиление" 2 В/дел
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:
  - "Работа" 1,
  - "Блок сигналов" [,
  - "Звено" подключить исследуемое звено.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики системы, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Переключатели на планшете установить в следующие положения:
  - "Работа" 1,
  - "Блок сигналов"  $\sin \omega t$ ,
  - "Частота" последовательно 1, 2, 3,...
8. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение входного и выходного синусоидальных сигналов.
9. Измерить период сигналов на всех частотах и записать результат в таблицу.
10. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.
11. Переключателем "Звено" подключить следующее исследуемое звено и повторить пп. 5-10 этого раздела.

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Построить переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных звеньев.

2. По переходным характеристикам рассчитать постоянные времени и коэффициенты усиления.

### **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.
2. Отчет должен содержать следующие основные части:
  - формулировку цели работы;
  - графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
  - расчет постоянных времени систем.
  - расчет и построение АЧХ и ФЧХ систем, используя найденные по переходным характеристикам постоянные времени и константы.
  - выводы о проделанной работе.
3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерности используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

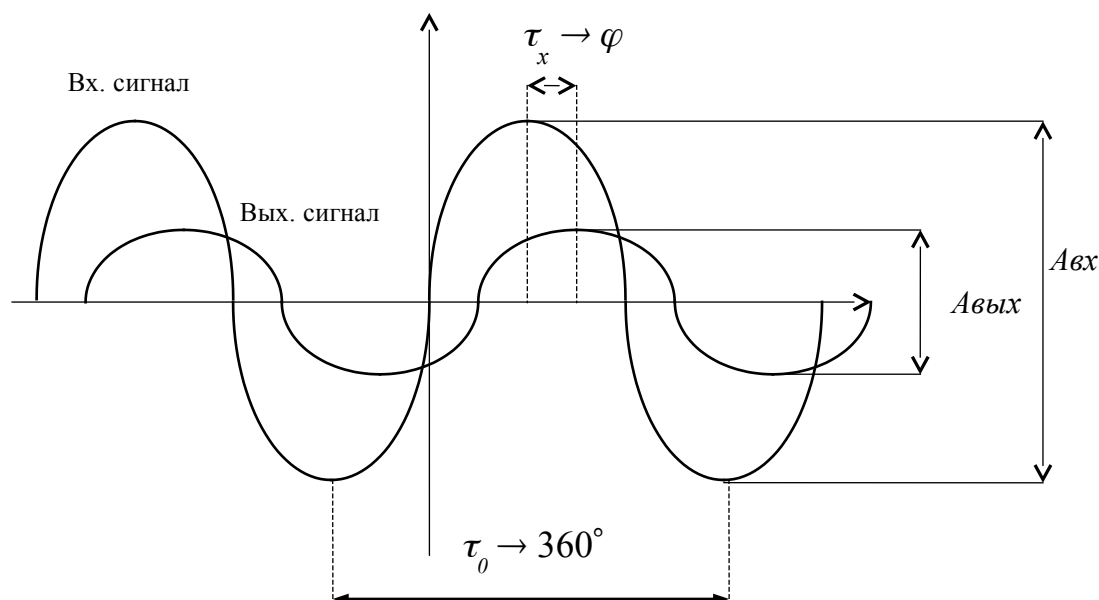
1. Назовите типовые звенья САР, их назначение. Принцип действия электронных аналогов.
2. Что такое передаточная функция звена, АЧХ и ФЧХ?
3. Что называется временным и частотным анализом звена?
4. Что такое характеристическое уравнение?

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.
4. Горбачев Е.Д. Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.

## Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы.



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду,  $f=1/\tau_0$  ( $\omega=2\pi f$ ).
2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле  $\varphi=360\frac{\tau_x}{\tau_0}$ .
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.
5. Для измерений используется правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

**Целью работы** является изучение динамических свойств и передаточных функций типовых звеньев системы автоматического регулирования. Изучение электронных аналогов реальных объектов.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

**Система автоматического регулирования (САР)** – совокупность элементов, предназначенная для поддержания заданной величины в определённых пределах.

САР состоит из объекта регулирования и автоматического регулятора.

Общепринятый подход при изучении динамических свойств САР заключается в определении изменения выходного сигнала при стандартных входных воздействиях. Различают временной и частотный анализ.

В случае временного анализа в качестве стандартных входных воздействий выбирают сигналы в виде:

- прямоугольного импульса (причем его длительность выбирают много меньшей характерных длительностей процессов в исследуемой системе), выходной сигнал называют – **импульсной характеристикой** системы;
- единичного скачка (ступеньки, толчка); выходной сигнал называют – **переходной характеристикой** системы;
- линейной функции.

В случае частотного анализа стандартное воздействие – синусоидальный сигнал. Результатом анализа являются получение амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик системы (**АЧХ** и **ФЧХ**). **АЧХ** - это зависимость коэффициента усиления системы от частоты, **ФЧХ** - это зависимость фазового сдвига синусоидального сигнала между входом и выходом системы от частоты.

Регулируемый объект в общем случае сложен, поэтому его разбивают на простые составляющие элементы - звенья. Звеном системы называют ее элемент или часть, обладающую определенными свойствами в динамическом отношении. Физическая основа звена не играет определяющей роли.

Простейшими типовыми звеньями САР являются: усилительное, интегрирующее, апериодическое, колебательное, дифференцирующее, запаздывающее.

В инженерной практике для упрощения анализа и расчетов пользуются символическим языком, описывающим реальные звенья, составляющие объект регулирования, передаточными функциями.

**Передаточная функция** определяется как отношение образа выходного воздействия к образу входного воздействия.

Пусть между входным воздействием  $X$  и выходным сигналом  $Y$  имеется линейная взаимосвязь, которая в общем случае описывается уравнением (1):



$$\sum_0^n a_k \frac{d^k Y}{dt^k} = \sum_0^m b_k \frac{d^k X}{dt^k} \quad (1)$$

Выполнив над обеими частями этого уравнения преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим:

$$Y(S) \cdot \sum_{k=0}^n a_k S^k = X(S) \sum_{k=0}^m b_k S^k,$$

$$Y(S) \cdot D(S) = X(S) \cdot K(S),$$

откуда:  $Y(S) = \frac{K(S)}{D(S)} \cdot X(S).$  (2)

Величину  $Z(S) = \frac{K(S)}{D(S)}$  называют передаточной функцией,

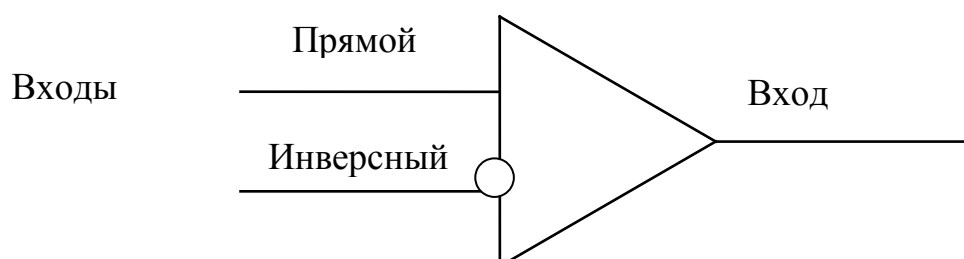
а  $D(S) = \sum_{k=0}^n a_k S^k$  - характеристическим многочленом.

Таким образом, выходная величина  $Y(S)$  определяется соотношением

$$Y(S) = X(S) Z(S). \quad (3)$$

То есть выходной сигнал  $Y(S)$  является откликом звена на входное воздействие вида  $X(S)$ . Причем  $Y(S)$  получается простым умножением образа входного воздействия на передаточную функцию звена.

Электронное аналоговое моделирование производится с применением операционных усилителей. На функциональных схемах усилитель изображают в виде треугольника.



Усилитель имеет два входа (прямой и инвертирующий) и один выход. Характеризуется дифференциальным коэффициентом усиления ( $K_d$ ), входным ( $R_{вх}$ ) и выходным ( $R_{вых}$ ) сопротивлениями, а также амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристиками. Идеальный усилитель имеет бесконечное усиление -  $K_d$ , бесконечное входное сопротивление -  $R_{вх}$ , нулевое выходное сопротивление -  $R_{вых}$ , линейную АЧХ и нулевую ФЧХ.

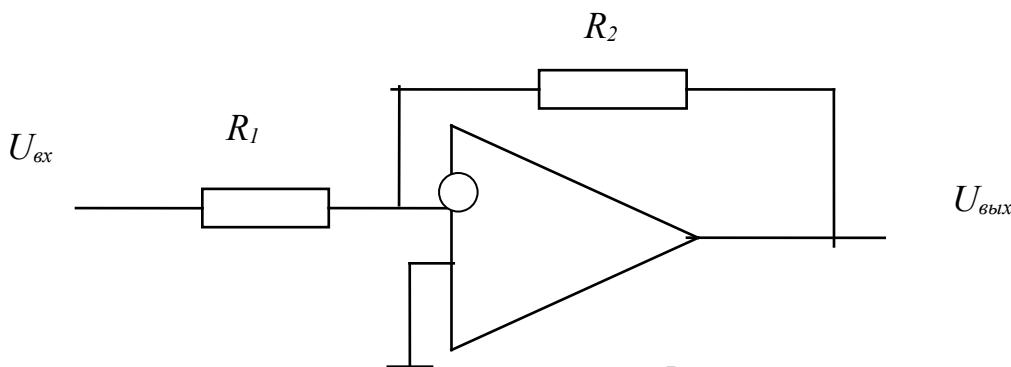
В настоящее время разработаны и применяются усилители с параметрами –  $K_d=10^6 - 10^8$ ,  $R_{вх}=10^{13}$  Ом,  $R_{вых}=1$  Ом. С АЧХ линейной, а ФЧХ нулевой в диапазоне частот от 0 до 100Гц.

## ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

### 1. Усилительное звено

Описывается уравнением:  $Y=k X$ . Передаточная функция  $Z(S)=k$ .

Моделируется схемой:

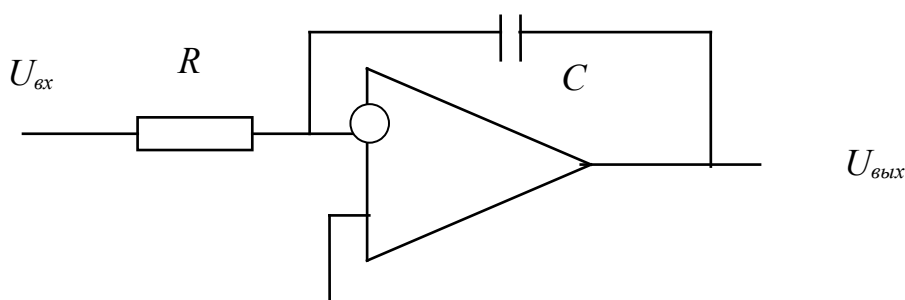


Для этой схемы справедливо  $k = - \frac{R_2}{R_1}$

### 2. Интегрирующее звено

Описывается уравнением:  $T \frac{dY}{dt} = X$ . Передаточная функция:  $Z(S) = \frac{1}{TS}$

Моделируется схемой:



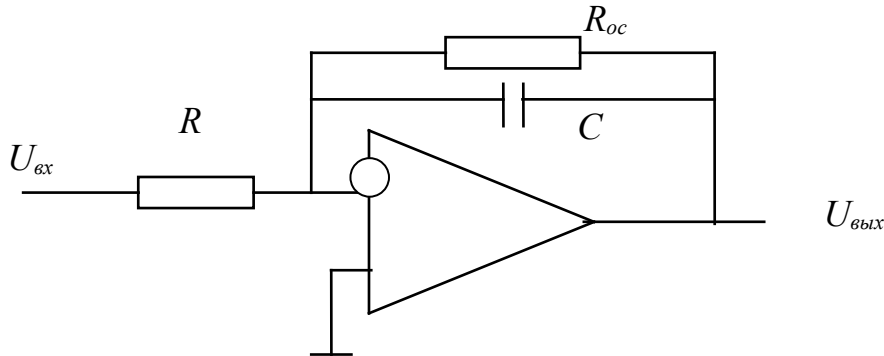
Для этой схемы:  $T=RC$ .

### 3. Апериодическое звено

Описывается уравнением  $T \frac{dY}{dt} + Y = kX$ . Передаточная функция

$$Z(S) = \frac{k}{TS + 1}$$

Моделируется схемой



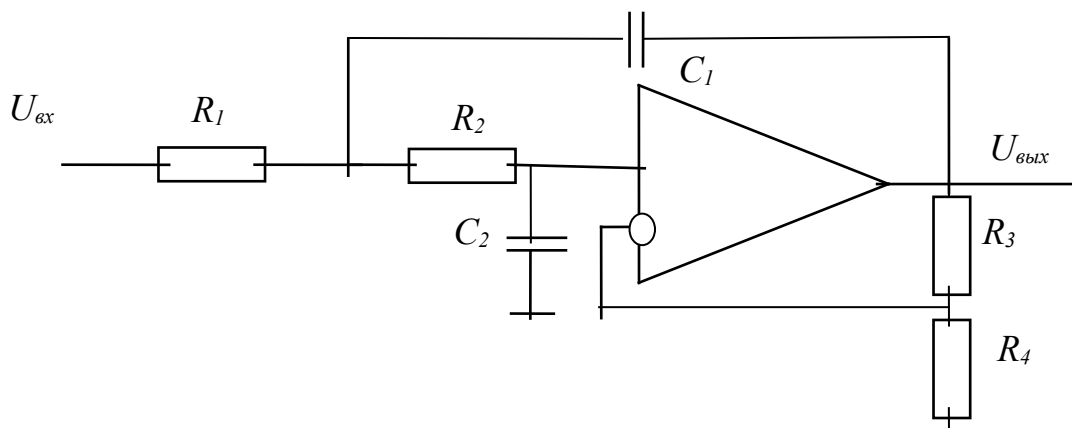
Для этой схемы:  $T = R_{oc} C$ ,  $k = \frac{R_{oc}}{R}$ .

#### 4. Колебательное звено

Описывается уравнением  $T_2 \frac{d^2Y}{dt^2} + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = kX$ .

Передаточная функция  $Z(S) = \frac{k}{(T_2 S)^2 + T_1 S + 1}$

Моделируется схемой:



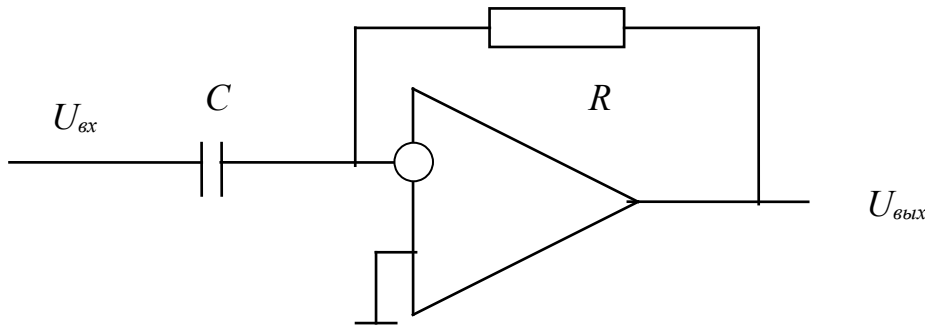
Для этой схемы  $T_1 = \frac{1}{R_1 C_1 R_2 C_2} \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} - \frac{1}{R_2 C_2} \frac{R_3}{R_4} \right)$ ;

$$T_2 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}; \quad k = \frac{R_3}{R_4} + 1.$$

### 5. Дифференцирующее звено

Описывается уравнением  $Y = T \frac{dX}{dt}$ . Передаточная функция  $Z(S) = TS$

Моделируется схемой:



Для этой схемы:  $T = RC$ .

### 6. Запаздывающее звено

Реализует функцию задержки входного сигнала на заданное время  $t$ .

Моделируется, например, при помощи магнитофона вариацией скорости движения ленты или численными методами (в данной работе не рассматриваются).

Передаточная функция звена  $Z(S) = \exp(-tS)$ .

Таким образом, передаточные функции для типовых звеньев таковы:

- усилительное звено  $Z(S) = k$ ;
- интегрирующее звено  $Z(S) = \frac{1}{TS}$ ;
- апериодическое звено  $Z(S) = \frac{k}{TS + 1}$ ;
- колебательное звено  $Z(S) = \frac{k}{(T_2 S)^2 + T_1 S + 1}$ ;
- дифференцирующее звено  $Z(S) = TS$ ;
- запаздывающее звено  $Z(S) = \exp(-tS)$ .

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АПЕРИОДИЧЕСКОГО ЗВЕНА

Пусть объект управления задан передаточной функцией, имеющей вид апериодического звена  $Z(S) = 1/(TS + 1)$ .

В начале рассмотрим переходную характеристику объекта управления. **Переходная характеристика** - это реакция системы на скачкообразное входное воздействие.



Входное воздействие во временной области записывается так:

$$X(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

$$X(t) = X_0 \quad \text{при } t \geq 0,$$

в Лапласовской области  $X(S) = X_0 / S$ , где  $S$  – Лапласовская переменная.

Поскольку передаточная функция объекта управления (апериодического звена) -  $Z(S) = 1 / (TS + 1)$ , то сигнал на выходе объекта управления имеет вид

$$Y(S) = Z(S) \cdot X(S) = X_0 / S(TS + 1).$$

Для получения явного вида функции выполним обратное преобразование Лапласа, воспользовавшись формулой Жордана.

$$\text{Характеристическое уравнение } D(S) = S(TS + 1) = 0.$$

$$\text{Его корни } S_1 = 0; S_2 = -1/T.$$

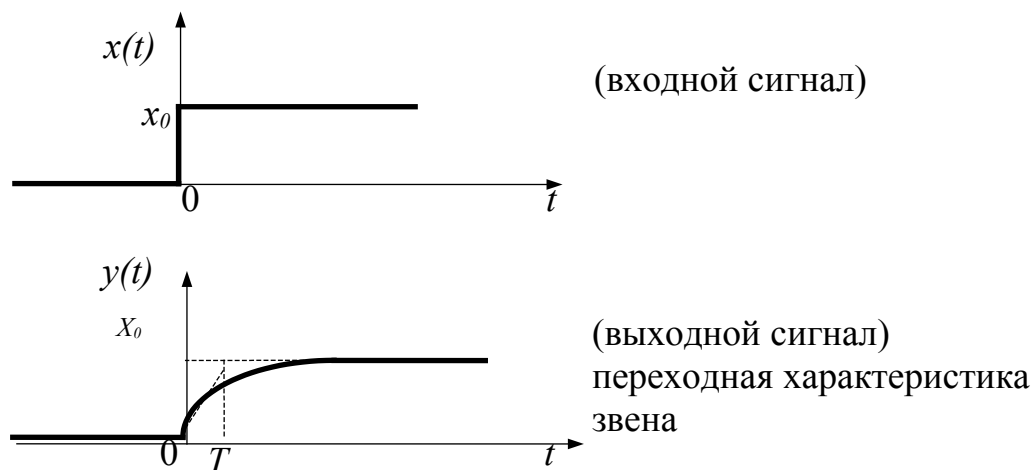
Подстановка найденных корней в выражение для производной  $dD/dS$  дает

$$D'(S_1) = 0; D'(S_2) = -1/T.$$

Обратное преобразование Лапласа имеет вид:

$$Y(t) = X_0 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right].$$

Графический вид переходной характеристики апериодического звена представлен на рисунке.



Теперь найдем амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) исследуемого звена (АЧХ – зависимость коэффициента усиления звена от частоты, ФЧХ - фазовый сдвиг гармонического сигнала между входом и выходом в зависимости от частоты).

Для этого в передаточной функции звена  $Z(S) = \frac{1}{TS + 1}$  заменим Лапласовскую переменную  $S$  на комплексную частоту  $j\omega$  и разделим полученную дробь на действительную и мнимую части. Для этого умножим числитель и знаменатель функции на комплексно сопряженный знаменатель. В результате получим:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega T + 1} \cdot \frac{-j\omega T + 1}{-j\omega T + 1} = \frac{1}{T\omega + 1} - j \frac{T\omega}{T\omega + 1}.$$

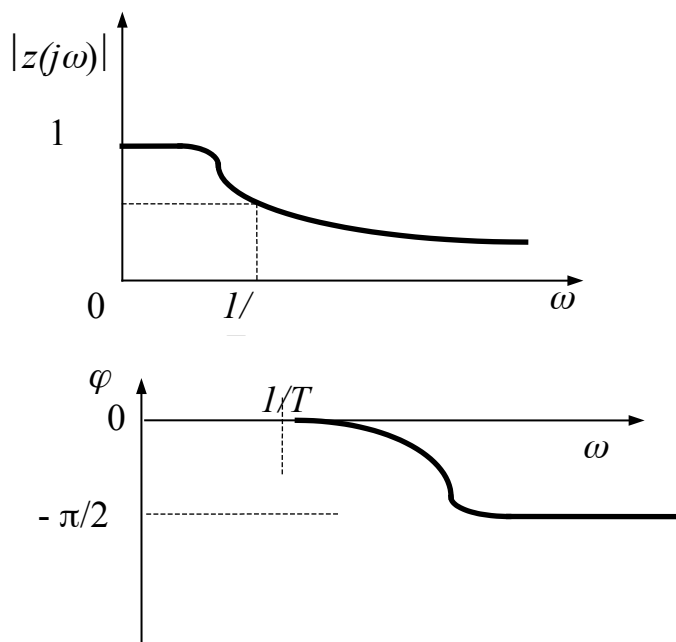
Далее находим АЧХ

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}},$$

ФЧХ

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg} \left( \frac{Im}{Re} \right) = \text{Arctg}(-T\omega).$$

Вид функций АЧХ и ФЧХ приведен на рисунках:



## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования обратных связей используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием вида звеньев, подлежащих изучению.

## **Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы**

1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Предварительно ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:
  - "Развертка" 50 мкс/дел
  - "Усиление" 2 В/дел
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:
  - "Работа" 1,
  - "Блок сигналов" [ ,
  - "Звено" подключить исследуемое звено.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики системы, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Переключатели на планшете установить в следующие положения:
  - "Работа" 1,
  - "Блок сигналов"  $\sin \omega t$ ,
  - "Частота" последовательно 1, 2, 3,...
8. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение входного и выходного синусоидальных сигналов.
9. Измерить период сигналов на всех частотах и записать результат в таблицу.
10. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.
11. Переключателем "Звено" подключить следующее исследуемое звено и повторить пп. 5-10 этого раздела.

## **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Построить переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных звеньев.
2. По переходным характеристикам рассчитать постоянные времени и коэффициенты усиления.

### **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.
2. Отчет должен содержать следующие основные части:
  - формулировку цели работы;
  - графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
  - расчет постоянных времени систем.
  - расчет и построение АЧХ и ФЧХ систем, используя найденные по переходным характеристикам постоянные времени и константы.
  - выводы о проделанной работе.
3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерности используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Назовите типовые звенья САР, их назначение. Принцип действия электронных аналогов.
2. Что такое передаточная функция звена, АЧХ и ФЧХ?
3. Что называется временным и частотным анализом звена?
4. Что такое характеристическое уравнение?

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Мельников В.И. Динамические процессы при регулировании ЯЭУ. Горький, 1987.
4. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.

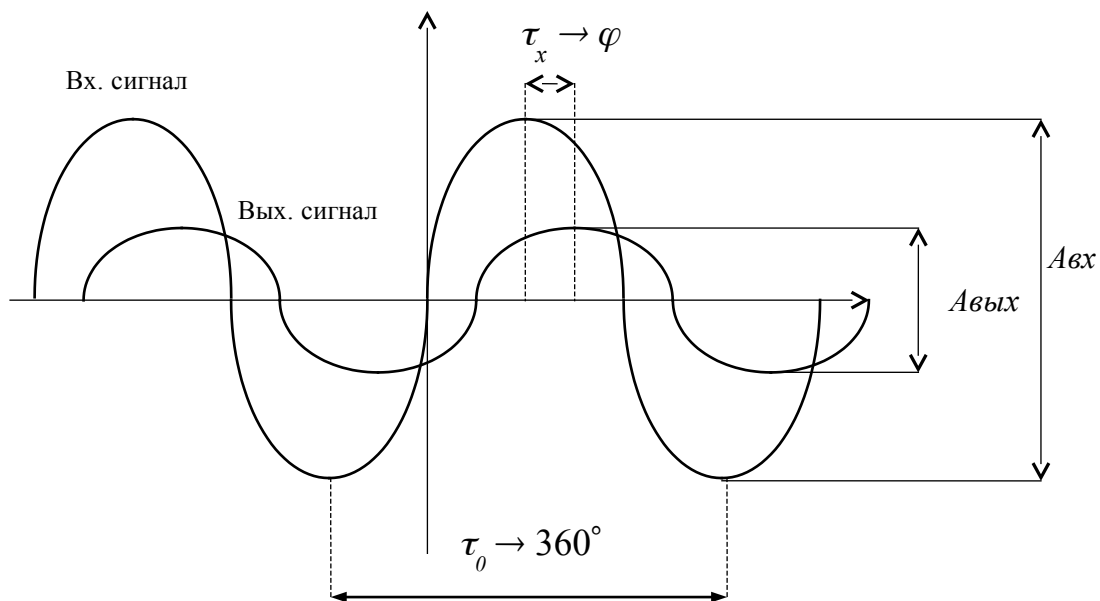
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.

6. Горбачевич Е.Д. Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.

## Приложение

### Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы.



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду,  $f=1/\tau_0$  ( $\omega=2\pi f$ ).
2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{вых}/A_{вх}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле  $\varphi=360\frac{\tau_x}{\tau_0}$ .
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.
5. Для измерений используется правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

**Обратная связь** играет главную роль в осуществлении систем автоматического регулирования. Смысл обратной связи заключается в подаче части выходного сигнала на вход объекта управления после той или иной его обработки. На практике в большинстве случаев используют системы автоматического управления с обратной связью, работающей по принципу компенсации возмущения (рис.1).

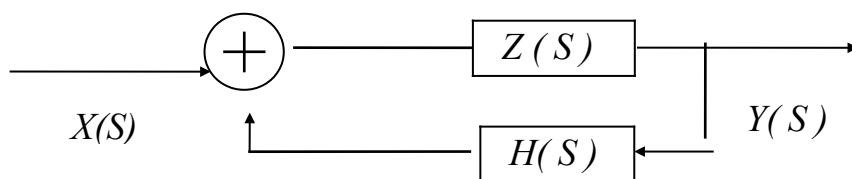


Рис. 1. Функциональная схема включения обратной связи в системе управления.

$Z(S)$  - передаточная функция объекта управления;

$H(S)$  - передаточная функция обратной связи.

$S$  - переменная Лапласа

**Передаточная функция** системы (рис.1) записывается в виде

$$W(S) = \frac{Z(S)}{1 + Z(S)H(S)} \quad (1)$$

**Различают жесткую и гибкую обратные связи.** При жесткой обратной связи  $H(S) = K$ . При гибкой обратной связи  $H(S)$  является функцией  $S$ .

Системы подлежащие управлению могут быть устойчивыми, неустойчивыми и неопределенными.

**Система устойчива**, если после прекращения входного воздействия ее выходная величина возвращается в состояние, определенное статической характеристикой системы. **Неустойчивой система** является, если после прекращения входного воздействия ее выходная величина совершает незатухающие колебания (колебательная неустойчивость). или неограниченно возрастает (экспоненциальная неустойчивость). **Неопределенный система** является в случае, если после прекращения входного воздействия выходная

величина фиксируется на достигнутом уровне.

Для ответа на вопрос об устойчивости системы регулирования необходимо аналитически исследовать корни характеристического многочлена  $D(S)$  (знаменателя передаточной функции, которая имеет вид рациональной дроби), путем решения уравнения:

$$D(S) = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 + \dots + a_n S^n = 0 \quad (2)$$

Для систем с обратной связью

$$D(S) = 1 + Z(S) \cdot H(S) = 0 \quad (3)$$

Система устойчива, если все действительные части корней этого уравнения отрицательны, т. е. справедливо  $\alpha_k < 0$  в  $S_k = \alpha_k + j \beta_k$ .

Если мнимая часть хотя бы одного корня уравнения (2) не нулевая, то выходная величина может совершать колебательные движения.

Часто поиск корней уравнения (2) затруднен, поэтому для оценки устойчивости системы управления используют **критерии устойчивости**.

Например, применяют алгебраический критерий Рауса-Гурвица, который свидетельствует, что система устойчива, если в характеристическом уравнении (2) все коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_n$  положительны.

Кроме того, при степени полинома  $D(S)$  большем чем два, накладываются дополнительные условия, в частности, при  $n=3$  необходимо, чтобы  $a_1 a_2 > a_0 a_3$ , а при  $n=4$  -  $a_1 a_2 a_3 - a_4 a_1^2 - a_0 a_3^2 > 0$ .

## АНАЛИЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЖЕСТКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ.

Пусть объект управления задан передаточной функцией, имеющей вид интегрирующего звена  $Z(S) = 1/TS$ , а передаточная функция звена обратной связи -  $H(S) = K$  (рис.2).

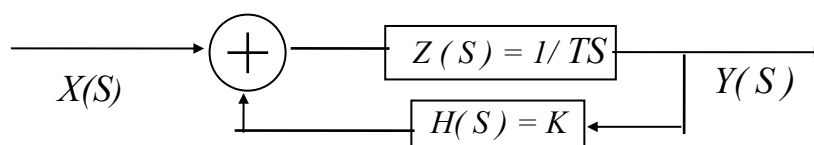


Рис.2. Функциональная схема системы управления с жесткой обратной связью. (**жесткая обратная связь** - характеризуется тем, что сигнал на выходе цепи обратной связи пропорционален отклонению выходной величины).

В начале рассмотрим переходную характеристику объекта управления с отключенной обратной связью (**переходная характеристика** - это реакция системы на скачкообразное входное воздействие).

Входное воздействие во временной области записывается:

$$X(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

$$X(t) = X_0 \quad \text{при } t \geq 0,$$

в Лапласовской области:  $X(S) = X_0 / S$ .

Поскольку передаточная функция объекта управления  $Z(S) = 1 / TS$ , то выходная величина:

$$Y(S) = Z(S) \cdot X(S) = X_0 / TS.^2$$

Обратное преобразование дает:  $Y(t) = X_0 \cdot t / T$ , т.е. выходная величина есть линейная функция.

Передаточная функция системы с обратной связью

$$W(S) = \frac{Z(S)}{1 + H(S)Z(S)} = \frac{1}{TS + K} = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{TS}{K}}$$

Как видим, это передаточная функция апериодического звена, постоянная времени которого равна  $T/K$ , а коэффициент усиления в установившемся режиме  $1/K$ .

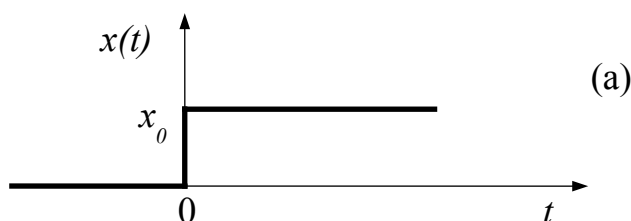
Выходная величина записывается следующим образом:

$$Y(S) = W(S) \cdot X(S) = \frac{X_0}{S} \cdot \frac{1}{K \cdot \left[1 + \frac{TS}{K}\right]}$$

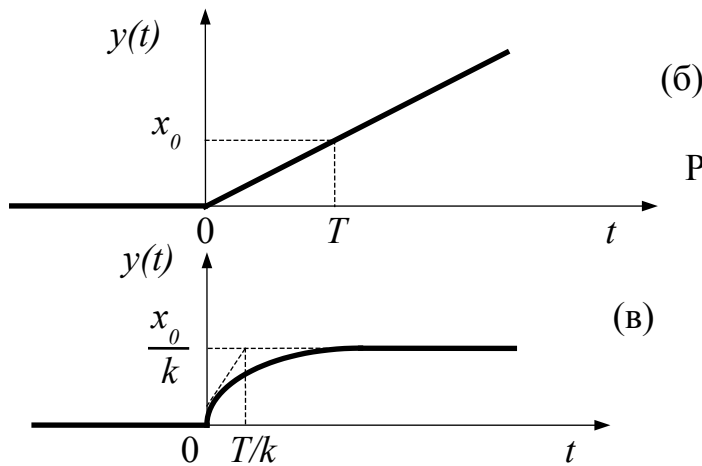
Обратное преобразование Лапласа:

$$Y(t) = \frac{X_0}{K} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T} \cdot K\right)\right]$$

Графический вид переходных характеристик представлен на рис.3.







(б)

(в)

Рис.3. Переходные характеристики систем:

(б) - без обратной связи

(в) - с обратной связью

(а) - входной сигнал

Найдем амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) исследуемого объекта (**АЧХ** - это зависимость коэффициента усиления от частоты, **ФЧХ** - зависимость фазового сдвига гармонического сигнала между входом и выходом от частоты).

Вначале вычислим АЧХ и ФЧХ объекта управления без обратной связи

Для этого в передаточной функции  $Z(S) = \frac{1}{TS}$  произведем замену  $S$  на  $j\omega$  и разделим полученную дробь на действительную и мнимую части:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega T} = 0 - j \frac{1}{T\omega}$$

Далее находим АЧХ :

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{0 + \left(\frac{1}{T\omega}\right)^2} = \frac{1}{T\omega}$$

ФЧХ :

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg} \left( \frac{Im}{Re} \right) = \text{Arctg} \left[ \left( -\frac{1}{T\omega} \right) \cdot \left( \frac{1}{0} \right) \right] = -\frac{\pi}{2}$$

АЧХ и ФЧХ системы с обратной связью находятся способом, аналогичным рассмотренному выше.

В передаточной функции  $W(S) = \frac{1}{K} \frac{1}{1 + \frac{TS}{K}}$  производим замену  $S$  на  $j\omega$  и получаем:

$$W(S) = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T \cdot j\omega}{K}} \cdot \frac{1 - \frac{T \cdot j\omega}{K}}{1 - \frac{T \cdot j\omega}{K}} = \frac{1}{K \left[ 1 + \left( \frac{T\omega}{K} \right)^2 \right]} \cdot \left[ 1 - j \left( \frac{T \cdot \omega}{K} \right) \right]$$

АЧХ находится как

$$|Z(j\omega)| = \frac{1}{K \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{T\omega}{K}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{K^2 + (TS)^2}},$$

ФЧХ находится как

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg} \left[ -\frac{T\omega}{K} \right],$$

Вид функций АЧХ и ФЧХ приведен на рис. 4

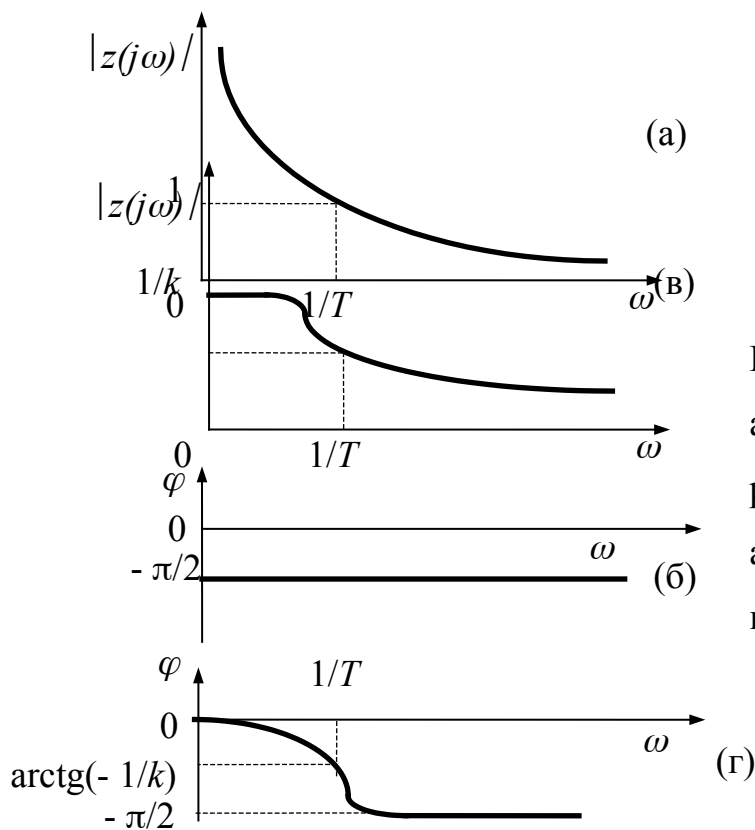


Рис.4. Амплитудно-частотные а, в и фазо-частотные б, г характеристики систем:

а, б - без обратной связи;

в, г - с обратной связью.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования систем с обратными связями используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет, блок питания и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием вида обратной связи системы, подлежащей изучению.

## **Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы**

1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:  
"Развертка"  $50 \mu\text{s/дел}$   
"Усиление"  $2 \text{ В/дел}$
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 2  
"Блок сигналов"  $\lceil$   
"Обратная связь" откл.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики системы, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданные преподавателем вид и величину обратной связи и действовать согласно п. 6.
8. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 2  
"Блок сигналов"  $\sin \omega t$   
"Обратная связь" откл.  
"Частота" - последовательно 1, 2, 3,...
9. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение входного и выходного синусоидальных сигналов.
10. Измерить период синусоидальных сигналов на всех частотах и записать результат в таблицу.
11. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.
12. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданные

преподавателем вид и величину обратной связи и действовать согласно п. 11.

## **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Построить переходные характеристики системы без обратной связи и с включенной обратной связью.
2. Построить АЧХ и ФЧХ системы без обратной связи и с включенной обратной связи.

## **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.
2. Отчет должен содержать следующие основные части:
  - формулировку цели работы;
  - графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
  - расчет постоянной времени системы без обратной связи по ее переходной характеристике.
  - расчет и построение АЧХ и ФЧХ системы без обратной связи, используя найденную постоянную времени.
  - расчет постоянной времени и коэффициента передачи системы с обратной связью по ее переходной характеристике.
  - расчет и построение АЧХ и ФЧХ системы с обратной связью, используя найденные постоянную времени и коэффициент передачи.
  - выводы о проделанной работе.
3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерность используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

## **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Какие виды обратных связей Вы знаете?
2. Назовите критерии устойчивости систем с обратной связью.
3. Что такое характеристическое уравнение?

4. В каком случае система с положительной обратной связью сохраняет устойчивость?
5. Почему при анализе устойчивости системы исследуют корни характеристического уравнения?

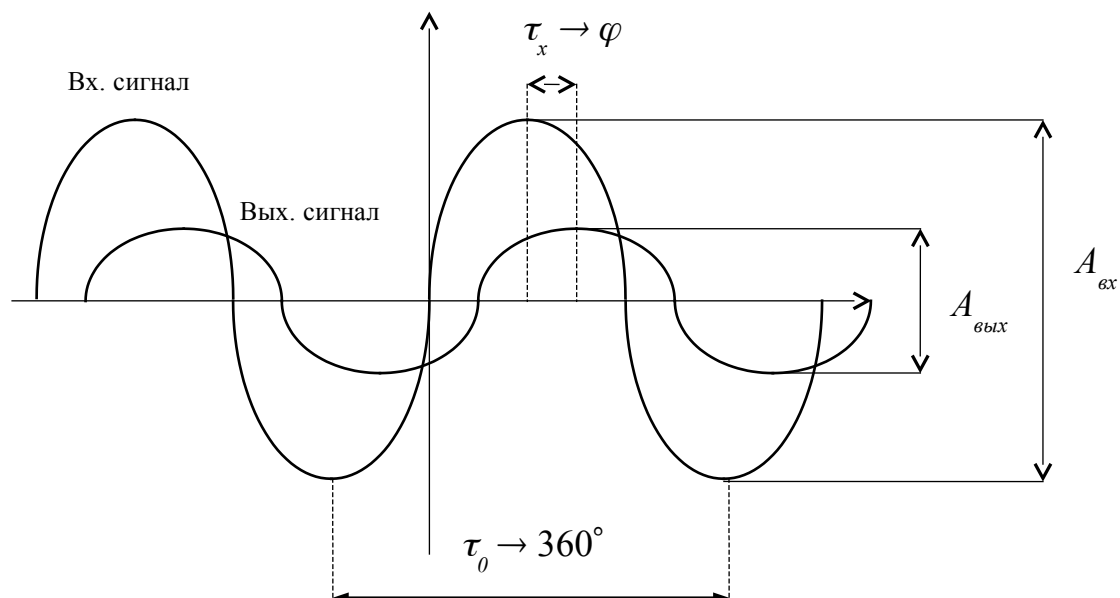
### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.
5. Горбачев Е.Д., Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.

### Приложение 1

#### Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду -  $f=1/\tau_0$  ( $\omega=2\pi f$ ).
2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле -  $\varphi=360\tau_x/\tau_0$
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.

Для измерений используются правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

## Приложение 2

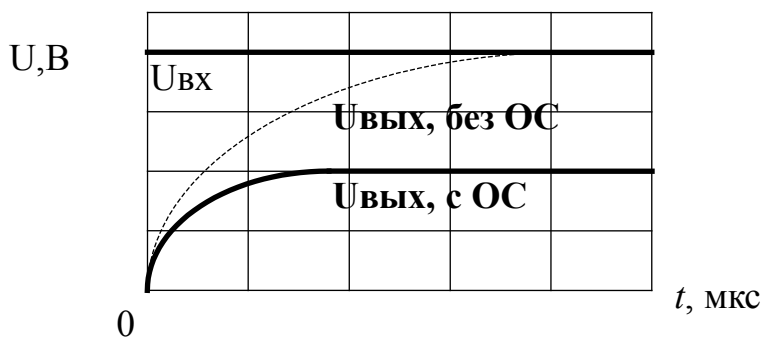


Рис.1. Переходные характеристики системы с включенной обратной связью и без нее.

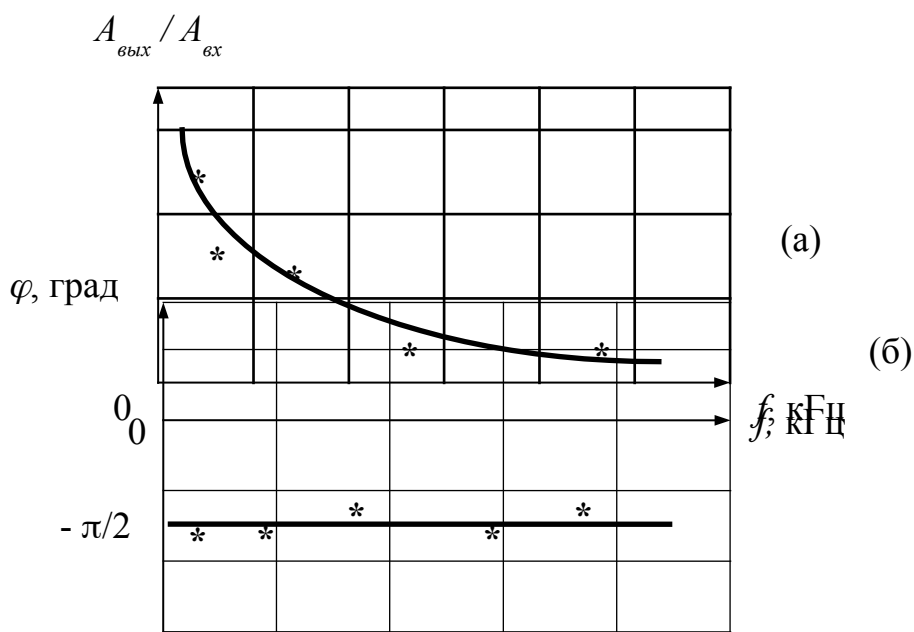


Рис.2. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики системы без обратной связи

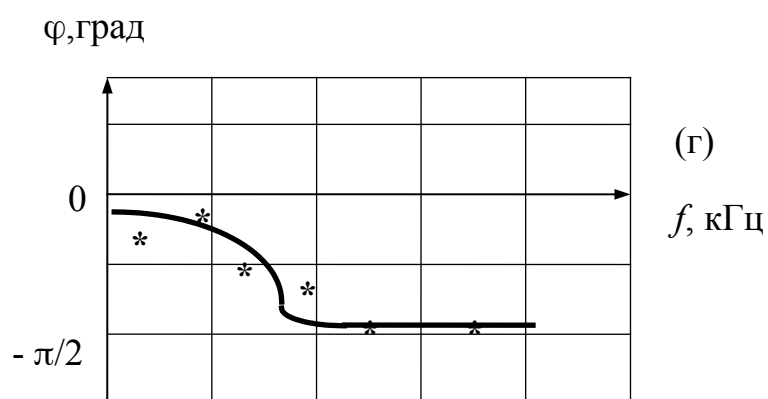
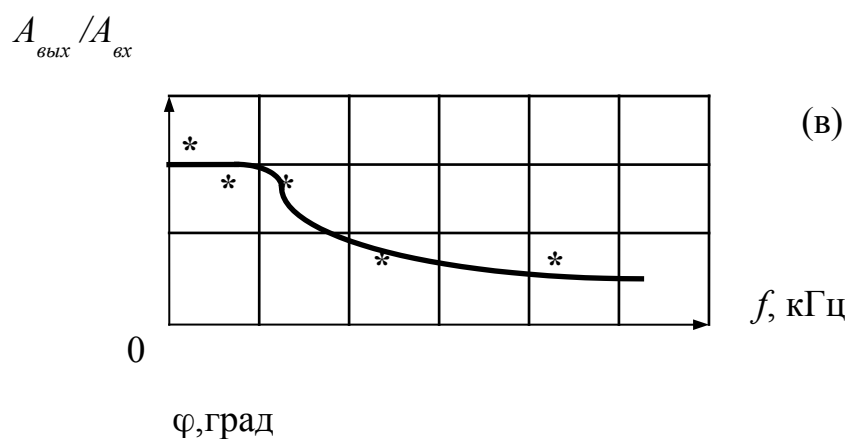


Рис.3. Амплитудно-частотная (в) и фазо-частотная (г) характеристики системы с включенной обратной связью.

**Целью работы** является изучение влияния обратной связи на поведение и устойчивость работы систем автоматического управления (САУ).

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

**Обратная связь** играет главную роль в осуществлении систем автоматического регулирования. Смысл обратной связи заключается в подаче части выходного сигнала на вход объекта управления после той или иной его обработки. На практике в большинстве случаев используют системы автоматического управления с обратной связью, работающей по принципу компенсации возмущения (рис.1).

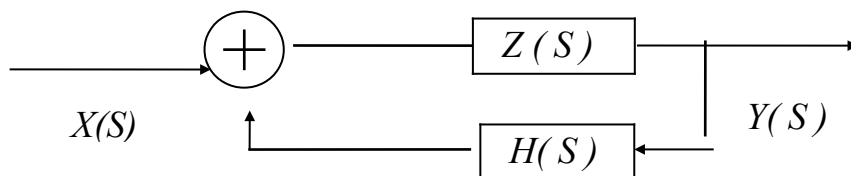


Рис. 1. Функциональная схема включения обратной связи в системе управления.

$Z(S)$  - передаточная функция объекта управления;

$H(S)$  - передаточная функция обратной связи.

$S$  - переменная Лапласа

**Передаточная функция** системы (рис.1) записывается в виде

$$W(S) = \frac{Z(S)}{1 + Z(S)H(S)} \quad (1)$$

**Различают жесткую и гибкую обратные связи.** При жесткой обратной связи  $H(S) = K$ . При гибкой обратной связи  $H(S)$  является функцией  $S$ .

Системы подлежащие управлению могут быть устойчивыми, неустойчивыми и неопределенными.

**Система устойчива**, если после прекращения входного воздействия ее выходная величина возвращается в состояние, определенное статической характеристикой системы. **Неустойчивой система** является, если после прекращения входного воздействия ее выходная величина совершает незатухающие колебания (колебательная неустойчивость). или неограниченно возрастает (экспоненциальная неустойчивость). **Неопределенный система**



является в случае, если после прекращения входного воздействия выходная величина фиксируется на достигнутом уровне.

Для ответа на вопрос об устойчивости системы регулирования необходимо аналитически исследовать корни характеристического многочлена  $D(S)$  (знаменателя передаточной функции, которая имеет вид рациональной дроби), путем решения уравнения:

$$D(S) = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 + \dots + a_n S^n = 0 \quad (2)$$

Для систем с обратной связью

$$D(S) = 1 + Z(S) \cdot H(S) = 0 \quad (3)$$

Система устойчива, если все действительные части корней этого уравнения отрицательны, т. е. справедливо  $\alpha_k < 0$  в  $S_k = \alpha_k + j \beta_k$ .

Если мнимая часть хотя бы одного корня уравнения (2) не нулевая, то выходная величина может совершать колебательные движения.

Часто поиск корней уравнения (2) затруднен, поэтому для оценки устойчивости системы управления используют **критерии устойчивости**.

Например, применяют алгебраический критерий Рауса-Гурвица, который свидетельствует, что система устойчива, если в характеристическом уравнении (2) все коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_n$  положительны.

Кроме того, при степени полинома  $D(S)$  большем чем два, накладываются дополнительные условия, в частности, при  $n=3$  необходимо, чтобы  $a_1 a_2 > a_0 a_3$ , а при  $n=4$  -  $a_1 a_2 a_3 - a_4 a_1^2 - a_0 a_3^2 > 0$ .

## АНАЛИЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЖЕСТКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ.

Пусть объект управления задан передаточной функцией, имеющей вид интегрирующего звена  $Z(S) = 1/TS$ , а передаточная функция звена обратной связи -  $H(S) = K$  (рис.2).

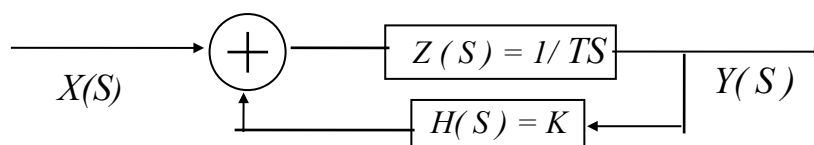


Рис.2. Функциональная схема системы управления с жесткой обратной связью. (**жесткая обратная связь** - характеризуется тем, что сигнал на выходе цепи обратной связи пропорционален отклонению выходной величины).

В начале рассмотрим переходную характеристику объекта управления с отключенной обратной связью (**переходная характеристика** - это реакция системы на скачкообразное входное воздействие).

Входное воздействие во временной области записывается:

$$X(t) = 0 \quad \text{при } t < 0,$$

$$X(t) = X_0 \quad \text{при } t \geq 0,$$

в Лапласовской области:  $X(S) = X_0 / S$ .

Поскольку передаточная функция объекта управления  $Z(S) = 1 / TS$ , то выходная величина:

$$Y(S) = Z(S) \cdot X(S) = X_0 / TS.^2$$

Обратное преобразование дает:  $Y(t) = X_0 \cdot t / T$ , т.е. выходная величина есть линейная функция.

Передаточная функция системы с обратной связью

$$W(S) = \frac{Z(S)}{1 + H(S)Z(S)} = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{TS}{K}} = \frac{1}{TS + K}$$

Как видим, это передаточная функция апериодического звена, постоянная времени которого равна  $T/K$ , а коэффициент усиления в установившемся режиме  $1/K$ .

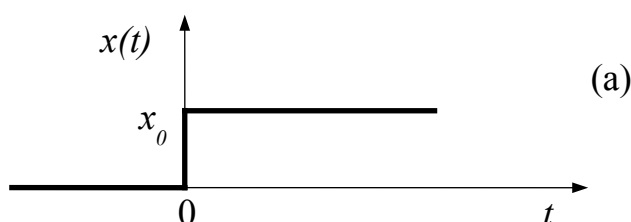
Выходной сигнал в Лапласовском представлении записывается следующим образом:

$$Y(S) = W(S) \cdot X(S) = \frac{X_0}{S} \cdot \frac{1}{K \cdot \left[1 + \frac{TS}{K}\right]}$$

Обратное преобразование Лапласа дает явный вид выходного сигнала:

$$Y(t) = \frac{X_0}{K} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T} \cdot K\right)\right]$$

Графический вид переходных характеристик представлен на рис.3.



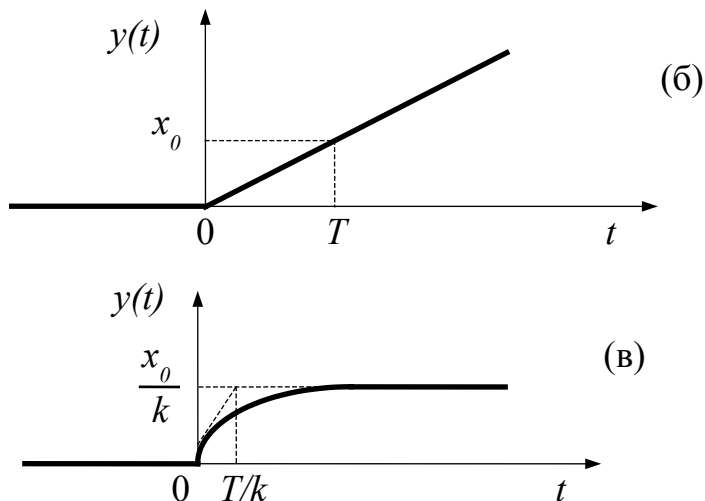


Рис.3. Переходные характеристики системы: (б) - без обратной связи;  
(в) - с обратной связью; (а) - входной сигнал

Найдем амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики (АЧХ и ФЧХ) исследуемого объекта (АЧХ - это зависимость коэффициента усиления от частоты, ФЧХ - зависимость фазового сдвига гармонического сигнала между входом и выходом от частоты).

Вначале вычислим АЧХ и ФЧХ объекта управления без обратной связи

Для этого в передаточной функции  $Z(S) = \frac{1}{TS}$  произведем замену  $S$  на  $j\omega$  и разделим полученную дробь на действительную и мнимую части:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega T} = 0 - j \frac{1}{T\omega}$$

Далее находим АЧХ :

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{0 + \left(\frac{1}{T\omega}\right)^2} = \frac{1}{T\omega}$$

и ФЧХ :

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg}\left(\frac{Im}{Re}\right) = \text{Arctg}\left[\left(-\frac{1}{T\omega}\right) \cdot \left(\frac{1}{0}\right)\right] = -\frac{\pi}{2}$$

АЧХ и ФЧХ системы с обратной связью находятся способом, аналогичным рассмотренному выше.

В передаточной функции  $W(S) = \frac{1}{K} \frac{1}{1 + \frac{TS}{K}}$  производим замену  $S$  на  $j\omega$  и получаем:

$$W(S) = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T \cdot j\omega}{K}} \cdot \frac{1 - \frac{T \cdot j\omega}{K}}{1 - \frac{T \cdot j\omega}{K}} = \frac{1}{K \left[ 1 + \left( \frac{T\omega}{K} \right)^2 \right]} \cdot \left[ 1 - j \left( \frac{T \cdot \omega}{K} \right) \right].$$

АЧХ находится как:

$$|Z(j\omega)| = \frac{1}{K \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{T\omega}{K} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{K^2 + (TS)^2}},$$

ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = \text{Arctg} \left[ - \frac{T\omega}{K} \right],$$

Вид функций АЧХ и ФЧХ приведен на рис. 4

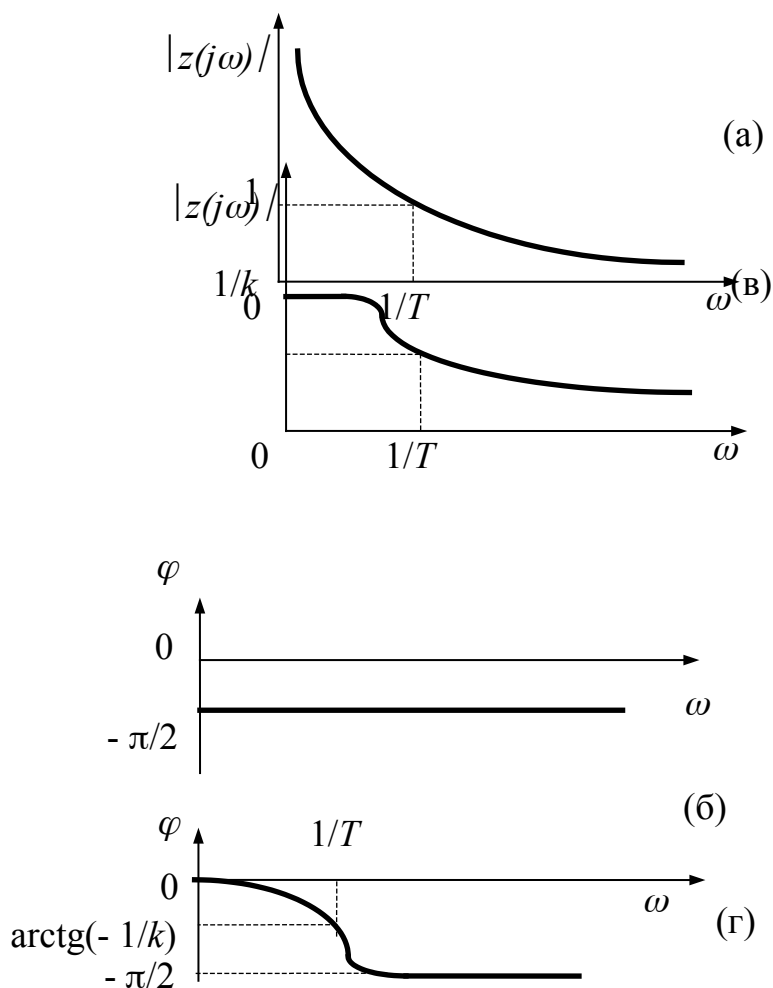


Рис.4. Амплитудно-частотные (а, в) и фазо-частотные (б, г) характеристики системы: а, б - без обратной связи; в, г - с обратной связью.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования систем с обратными связями используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет, блок питания и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием вида обратной связи системы, подлежащей изучению.

### **Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы**

1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:  
"Развертка"  $50 \mu\text{s/дел}$   
"Усиление"  $2 \text{ В/дел}$
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 2  
"Блок сигналов"  $\lceil$   
"Обратная связь" откл.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики системы, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданные преподавателем вид и величину обратной связи и действовать согласно п. 6.
8. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 2  
"Блок сигналов"  $\sin \omega t$   
"Обратная связь" откл.  
"Частота" - последовательно 1, 2, 3,...

9. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение входного и выходного синусоидальных сигналов.

10. Измерить период синусоидальных сигналов на всех частотах и записать результат в таблицу.

11. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.

12. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданные преподавателем вид и величину обратной связи и действовать согласно п. 11.

## **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Построить переходные характеристики системы без обратной связи и с включенной обратной связью.

2. Построить АЧХ и ФЧХ системы без обратной связи и с включенной обратной связи.

## **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.

2. Отчет должен содержать следующие основные части:

- формулировку цели работы;
- графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
- расчет постоянной времени системы без обратной связи по ее переходной характеристике.
- расчет и построение АЧХ и ФЧХ системы без обратной связи, используя найденную постоянную времени.
- расчет постоянной времени и коэффициента передачи системы с обратной связью по ее переходной характеристике.
- расчет и построение АЧХ и ФЧХ системы с обратной связью, используя найденные постоянную времени и коэффициент передачи.
- выводы о проделанной работе.

3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать

ясно читаемые оси и деления, размерность используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие виды обратных связей Вы знаете?
2. Назовите критерии устойчивости систем с обратной связью.
3. Что такое характеристическое уравнение?
4. В каком случае система с положительной обратной связью сохраняет устойчивость?
5. Почему при анализе устойчивости системы исследуют корни характеристического уравнения?

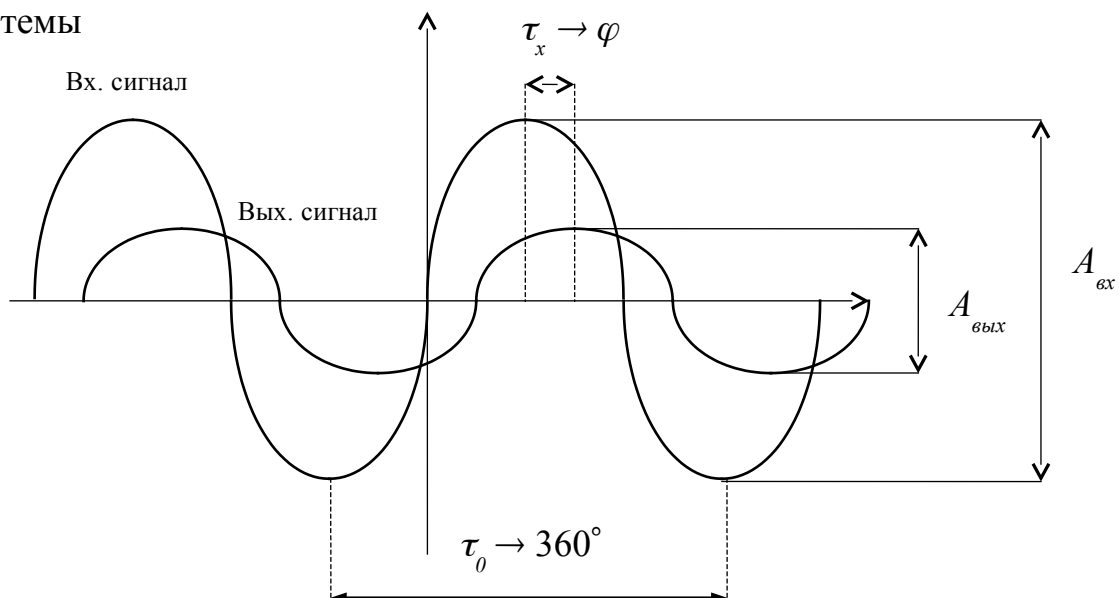
## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Мельников В.И. Динамические процессы при регулировании ЯЭУ. Горький, 1987.
4. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.
6. Горбачев Е.Д. Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.

### Приложение 1

#### Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду-  $f=1/\tau_0$  ( $\omega=2\pi f$ ).
2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле -  $\varphi=360\tau_x/\tau_0$
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.

Для измерений используются правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

## Приложение 2

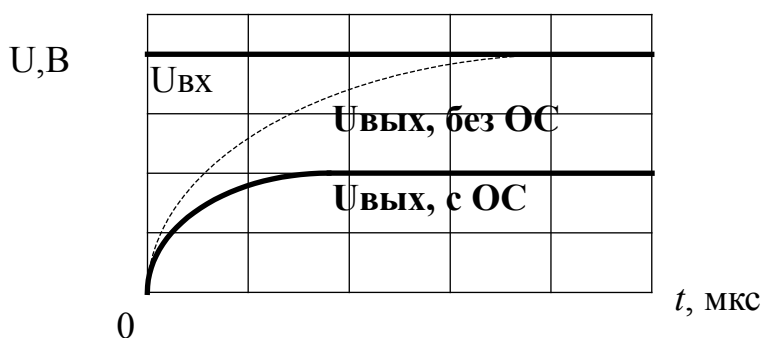


Рис.1. Переходные характеристики системы с включенной и выключенной обратной связью.

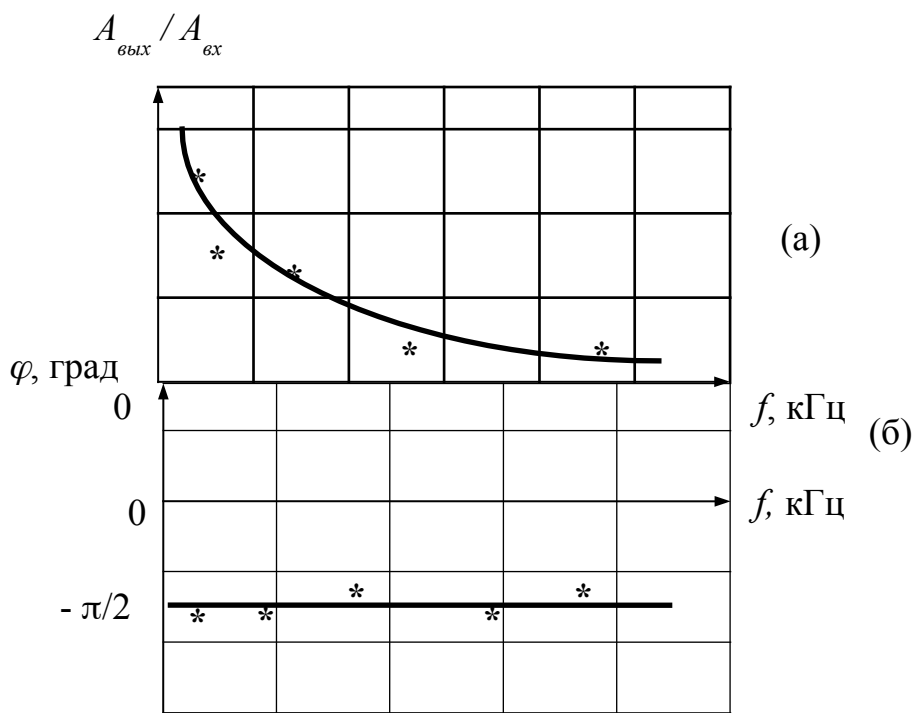




Рис.2. Амплитудно-частотная (а) и фазо-частотная (б) характеристики системы без обратной связи

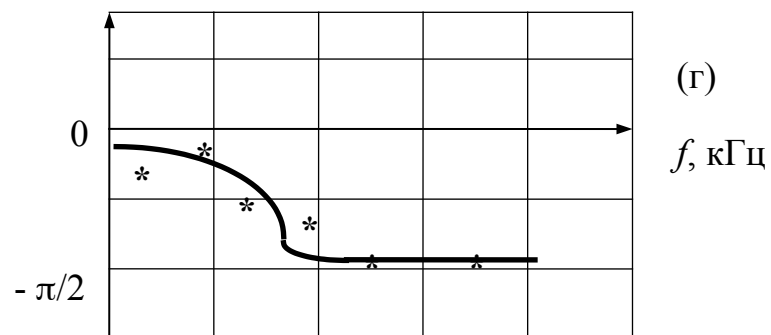
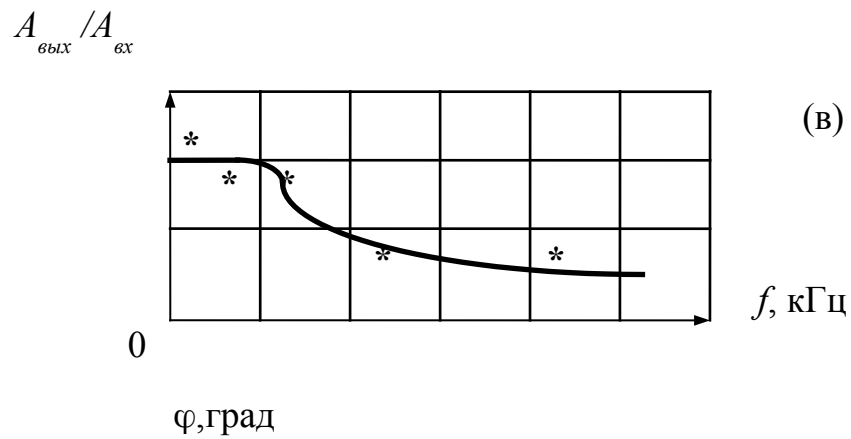


Рис.3. Амплитудно-частотная (в) и фазо-частотная (г) характеристики системы с включенной обратной связью.

Целью работы является изучение динамических свойств точечного ядерного реактора нулевой мощности и влияния внешней обратной связи на его поведение и устойчивость.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ВЫВОД ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

**Точечным** называется реактор, в котором пренебрегают пространственным распределением нейтронной плотности. Реактором **нулевой мощности** является реактор, находящийся в тепловом равновесии с окружающей средой, в связи с чем в нем отсутствуют внутренние обратные связи, обусловленные мощностными и температурными эффектами реактивности.

В общем виде уравнения кинетики такого реактора с учётом шести групп запаздывающих нейтронов записывают следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i + q \\ \frac{dc_i}{dt} &= -\lambda_i c_i + \frac{\beta_i}{l} n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $n$  – плотность нейтронов ( $1/m^3$ ),  $\rho$  – реактивность,  $l$  – время жизни мгновенных нейтронов (с),  $q$  – мощность источника нейтронов ( $1/m^3c$ ),  $\beta$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов,  $\beta_i$  – доля запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы,  $c_i$  – концентрация ядер-излучателей запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы ( $1/m^3$ ),  $\lambda_i$  – постоянная распада ядер-излучателей запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы ( $1/c$ ).

Уравнения кинетики значительно упрощаются, если вместо шести выбрать одну **эффективную** группу запаздывающих нейтронов, используя  $\beta$  и  $\lambda$  вычисленные с использованием формул

$$\beta = \sum \beta_i \quad \text{и} \quad \beta/\lambda = \sum (\beta_i/\lambda_i)$$

При этом уравнения (1) без учета источника нейтронов преобразуются до уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l} n + \lambda c \\ \frac{dc}{dt} &= -\lambda c + \frac{\beta}{l} n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Определим в реакторе, как объекте управления, в качестве входной

величины **реактивность**, а в качестве выходной – **нейтронную плотность** и выведем его передаточную функцию.

Уравнения (1,2) являются нелинейными (потому что с формальной точки зрения содержат произведение  $\rho n$ ), т.е. определяют реактор как нелинейный объект управления. Для получения передаточной функции необходимо линеаризовать уравнение (2), для чего произведем замену переменных:

$$n = n_0 + \delta n; c = c_0 + \delta c; \rho = \rho_0 + \delta \rho,$$

где  $\delta n, \delta c, \delta \rho$  - малые отклонения  $n, c, \rho$  от стационарных значений-  $n_0, c_0, \rho_0$ .

В равновесных условиях производные по времени равны нулю, поэтому  $c_0 = \beta n_0 / l \lambda$ , кроме того, очевидно  $\rho_0 = 0$ .

Подставив эти соотношения в уравнение (2) и пренебрегая переменными второго порядка малости, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta n &= -\frac{\beta}{l} \delta n + \lambda \delta c + \frac{n_0}{l} \delta \rho \\ \frac{d}{dt} \delta c &= \frac{\beta}{l} \delta n - \lambda \delta c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Выполнив преобразование Лапласа над уравнениями (3), найдем передаточную функцию реактора по реактивности как отношение образа малого отклонения нормированной нейтронной плотности к малому отклонению реактивности:

$$G(s) = \frac{\delta n(s)}{n_0 \delta \rho(s)} = \frac{1}{l s + \beta s / (s + \lambda)} \quad (4)$$

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РЕАКТОРА ПО ЕГО ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Для формирования модели точечного реактора нулевой мощности выполним разложение его передаточной функции (4) на функциональные элементы, представляющие собой элементарные звенья (усилительные, интегрирующие, апериодические и т.д.):

$$4 \quad G(s) = \frac{1}{s l + \beta s / (s + \lambda)} = \frac{1}{l} \frac{s + \lambda}{s(s + \lambda + \beta/l)} = \frac{T_2}{T_1} \frac{T_1 s + 1}{s(T_2 s + 1)} \quad (5)$$

где  $T_1 = 1/\lambda$ ; а  $T_2 = l/(\lambda l + \beta) \cong l/\beta$ , (поскольку  $\lambda l \ll \beta$ ).

Разложив формулу (5) на слагаемые, получим:

$$G(s) \approx \frac{l}{\beta} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} + \frac{1}{T_3 s} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \quad (6)$$

где  $T_3 = \beta/\lambda$ .

Таким образом, легко видеть, что электронная модель реактора состоит из двух параллельных цепей, замыкающихся на общем сумматоре. Первая цепь содержит последовательно соединенные усилительное и апериодическое звенья и описывает динамику мгновенных нейтронов, вторая – состоит из последовательно соединенных интегрирующего и апериодического звеньев и отражает поведение запаздывающих нейтронов. Эта модель используется в учебном планшете данной лабораторной работы.

## ПЕРЕХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЕАКТОРА

Поведение реакторной системы (изменение нейтронной плотности), описываемой передаточной функцией (4), при воздействии на нее скачка реактивности амплитудой  $\delta\rho$  в функции  $s$  записывается в виде:

$$\frac{\delta n(s)}{n_0} = \frac{\delta\rho}{s} G(s) = \delta\rho \frac{1}{s(1s + \beta s/(s + \lambda))} \quad (7)$$

где  $\delta\rho/s$  – преобразование Лапласа ступенчатого скачка реактивности амплитудой  $\delta\rho$ .

Перепишем это уравнение в виде

$$\frac{\delta n(t)}{n_0} = \frac{\delta\rho}{1} \cdot \frac{s + \lambda}{s^2(s + \lambda + \beta/l)} \quad (8)$$

Выполним обратное преобразование Лапласа соотношения (8) и получим временную зависимость нормированной нейтронной плотности от времени

$$\frac{\delta n(t)}{n_0} = \frac{\delta \rho}{\beta} [1 + \lambda t - \exp(-\frac{\beta}{l} t)] \quad (9)$$

Учитывая, что для малых аргументов  $1+x = \exp x$  (разложение в ряд Тейлора), получим

$$n(t) = n_0 [\exp(\frac{\lambda \delta \rho}{\beta} t) - \frac{\delta \rho}{\beta} \exp(-\frac{\beta}{l} t)] \quad (10)$$

Первый компонент суммы описывает динамический процесс изменения нейтронной плотности, обусловленный запаздывающими нейтронами, второй – вызван влиянием мгновенных нейтронов и называется скачком на мгновенных нейтронах.

## АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНАЯ И ФАЗО-ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕАКТОРА

Позволяет предсказывать поведение реактора при воздействии на него гармонического возмущения.

АЧХ и ФЧХ реактора получают из передаточной функции (4) путем замены лапласовской переменной  $s$  на  $j\omega$ .

$$G(s) = \frac{\delta n(s)}{n_0 \delta \rho(s)} = \frac{1}{ls + \beta s / (s + \lambda)} \quad (4)$$

АЧХ реактора это модуль  $G(j\omega)$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \frac{1}{\omega l} \sqrt{\frac{\omega^2 + \lambda^2}{\omega^2 + (\lambda + \beta/l)^2}}$$

ФЧХ записывается так

$$\theta = \arctg \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \arctg(-\frac{\omega^2 + \lambda\beta/l}{\omega\beta/l})$$

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования системы используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет, блок питания и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием величины обратной связи системы.

### **Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы**

1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:  
"Развертка"  $50 \mu\text{s/дел}$   
"Усиление"  $2 \text{ В/дел}$
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 3  
"Блок сигналов"  $\lceil$   
"Обратная связь" откл.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики реактора, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Блок сигналов перевести в положение  $\sin \omega t$ :
8. Ручку "Частота" устанавливать последовательно в положения 1, 2, 3,...
9. Измерить период синусоидальных сигналов на всех частотах и записать результаты в таблицу.
10. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.
11. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданную преподавателем или учебным мастером величину обратной связи и действовать согласно п. 6 - 10.

### **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Построить переходные характеристики модели реактора без обратной связи.
2. По переходной характеристике вычислить постоянные времени и константы, получить ее аналитическое описание.
3. Построить переходные характеристики модели реактора с включенной обратной связью.
4. По переходной характеристике вычислить коэффициент усиления цепи обратной связи.
5. Построить АЧХ и ФЧХ модели реактора без обратной связи и с включенной обратной связью.

### **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.
2. Отчет должен содержать следующие основные части:
  - формулировку цели работы;
  - графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
  - расчет постоянных времени системы без обратной связи по ее переходной характеристике.
  - расчет и построение АЧХ системы без обратной связи, используя найденные постоянные времени и константы.
  - расчет коэффициента передачи цепи обратной связи по переходной характеристике системы с обратной связью.
  - выводы о проделанной работе.
3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерность используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что такое точечный реактор нулевой мощности?
2. Покажите переходные характеристики точечного ректора нулевой мощности,

полученные при точном расчете по уравнению (2) и с помощью передаточной функции. Поясните причины различия.

3. Как выглядят АЧХ точечного реактора нулевой мощности без обратной связи и с включенной отрицательной обратной связью? Объясните различия.

### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

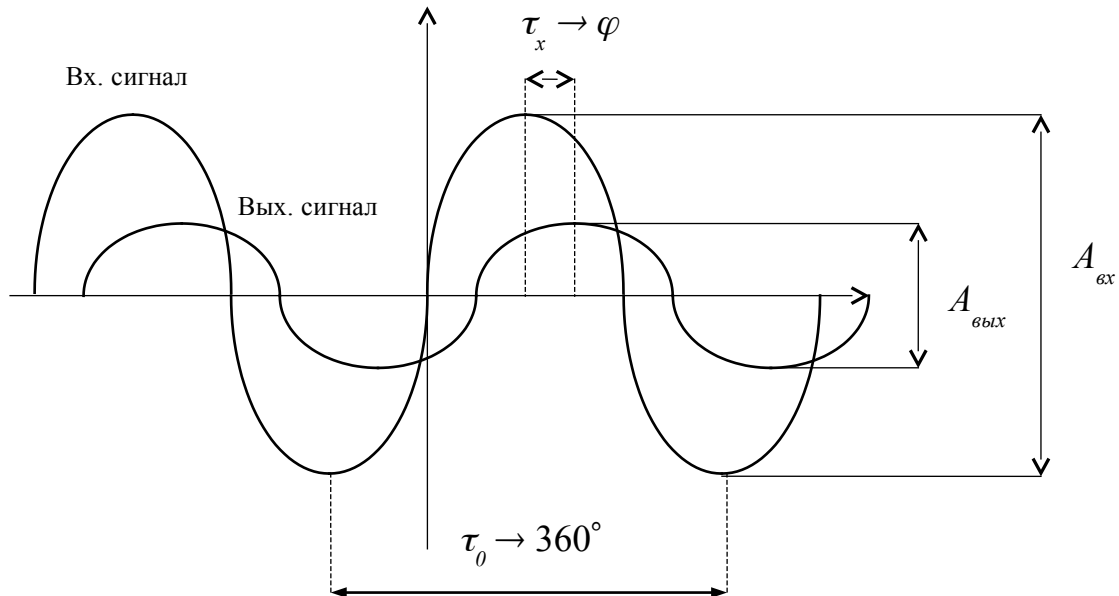
1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Мельников В.И. Динамические процессы при регулировании ЯЭУ. Горький, 1987.
4. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.
6. Горбачев Е.Д. Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.



## Приложение 1

### Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду -  $f = 1/\tau_0$  ( $\omega = 2\pi f$ ).
2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле -  $\varphi = 360\tau_x/\tau_0$
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.

Для измерений используются правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

Целью работы является изучение динамических свойств точечного ядерного реактора нулевой мощности и влияния внешней обратной связи на его поведение и устойчивость.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ВЫВОД ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

**Точечным** называется реактор, в котором пренебрегают пространственным распределением нейтронной плотности. Реактором **нулевой мощности** является реактор, находящийся в тепловом равновесии с окружающей средой, в связи с чем в нем отсутствуют внутренние обратные связи, обусловленные мощностными и температурными эффектами реактивности.

В общем виде уравнения кинетики такого реактора с учётом шести групп запаздывающих нейтронов записывают следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i + q \\ \frac{dc_i}{dt} &= -\lambda_i c_i + \frac{\beta_i}{l} n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $n$  – плотность нейтронов ( $1/\text{м}^3$ ),  $\rho$  – реактивность,  $l$  – время жизни мгновенных нейтронов (с),  $q$  – мощность источника нейтронов ( $1/\text{м}^3\text{с}$ ),  $\beta$  – эффективная доля запаздывающих нейтронов,  $\beta_i$  – доля запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы,  $c_i$  – концентрация ядер-излучателей запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы ( $1/\text{м}^3$ ),  $\lambda_i$  – постоянная распада ядер-излучателей запаздывающих нейтронов  $i$ -й группы ( $1/\text{с}$ ).

Уравнения кинетики значительно упрощаются, если вместо шести выбрать одну **эффективную** группу запаздывающих нейтронов, используя  $\beta$  и  $\lambda$  вычисленные с использованием формул

$$\beta = \sum \beta_i \quad \text{и} \quad \beta/\lambda = \sum (\beta_i/\lambda_i)$$

При этом уравнения (1) без учета источника нейтронов преобразуются до уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l} n + \lambda c \\ \frac{dc}{dt} &= -\lambda c + \frac{\beta}{l} n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Определим в реакторе, как объекте управления, в качестве входной

величины **реактивность**, а в качестве выходной – **нейтронную плотность** и выведем его передаточную функцию.

Уравнения (1,2) являются нелинейными (потому что с формальной точки зрения содержат произведение  $\rho n$ ), т.е. определяют реактор как нелинейный объект управления. Для получения передаточной функции необходимо линеаризовать уравнение (2), для чего произведем замену переменных:

$$n = n_0 + \delta n; c = c_0 + \delta c; \rho = \rho_0 + \delta \rho,$$

где  $\delta n, \delta c, \delta \rho$  - малые отклонения  $n, c, \rho$  от стационарных значений-  $n_0, c_0, \rho_0$ .

В равновесных условиях производные по времени равны нулю, поэтому  $c_0 = \beta n_0 / \lambda$ , кроме того, очевидно  $\rho_0 = 0$ .

Подставив эти соотношения в уравнение (2) и пренебрегая переменными второго порядка малости, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta n &= -\frac{\beta}{l} \delta n + \lambda \delta c + \frac{n_0}{l} \delta \rho \\ \frac{d}{dt} \delta c &= \frac{\beta}{l} \delta n - \lambda \delta c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Выполнив преобразование Лапласа над уравнениями (3), найдем передаточную функцию реактора по реактивности как отношение образа малого отклонения нормированной нейтронной плотности к малому отклонению реактивности:

$$G(s) = \frac{\delta n(s)}{n_0 \delta \rho(s)} = \frac{1}{ls + \beta s / (s + \lambda)} \quad (4)$$

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РЕАКТОРА ПО ЕГО ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ

Для формирования модели точечного реактора нулевой мощности выполним разложение его передаточной функции (4) на функциональные элементы, представляющие собой элементарные звенья (усилительные, интегрирующие, апериодические и т.д.):

$$4 \quad G(s) = \frac{1}{sl + \beta s / (s + \lambda)} = \frac{1}{l} \frac{s + \lambda}{s(s + \lambda + \beta/l)} = \frac{T_2}{T_1} \frac{T_1 s + 1}{s(T_2 s + 1)} \quad (5)$$

где  $T_1 = 1/\lambda$ ; а  $T_2 = l/(\lambda l + \beta) \cong l/\beta$ , (поскольку  $\lambda l \ll \beta$ ).

Разложив формулу (5) на слагаемые, получим:

$$G(s) \approx \frac{l}{\beta} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} + \frac{1}{T_3 s} \cdot \frac{1}{T_2 s + 1} \quad (6)$$

где  $T_3 = \beta/\lambda$ .

Таким образом, легко видеть, что электронная модель реактора состоит из двух параллельных цепей, замыкающихся на общем сумматоре. Первая цепь содержит последовательно соединенные усилительное и апериодическое звенья и описывает динамику мгновенных нейтронов, вторая – состоит из последовательно соединенных интегрирующего и апериодического звеньев и отражает поведение запаздывающих нейтронов. Эта модель используется в учебном планшете данной лабораторной работы.

## ПЕРЕХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЕАКТОРА

Поведение реакторной системы (изменение нейтронной плотности), описываемой передаточной функцией (4), при воздействии на нее скачка реактивности амплитудой  $\delta\rho$  в функции  $s$  записывается в виде:

$$\frac{\delta n(s)}{n_0} = \frac{\delta\rho}{s} G(s) = \delta\rho \frac{1}{s(1s + \beta s/(s + \lambda))} \quad (7)$$

где  $\delta\rho/s$  – преобразование Лапласа ступенчатого скачка реактивности амплитудой  $\delta\rho$ .

Перепишем это уравнение в виде

$$\frac{\delta n(t)}{n_0} = \frac{\delta\rho}{1} \cdot \frac{s + \lambda}{s^2(s + \lambda + \beta/l)} \quad (8)$$

Выполним обратное преобразование Лапласа соотношения (8) и получим временную зависимость нормированной нейтронной плотности от времени

$$\frac{\delta n(t)}{n_0} = \frac{\delta \rho}{\beta} [1 + \lambda t - \exp(-\frac{\beta}{l} t)] \quad (9)$$

Учитывая, что для малых аргументов  $1+x = \exp x$  (разложение в ряд Тейлора), получим

$$n(t) = n_0 [\exp(\frac{\lambda \delta \rho}{\beta} t) - \frac{\delta \rho}{\beta} \exp(-\frac{\beta}{l} t)] \quad (10)$$

Первый компонент суммы описывает динамический процесс изменения нейтронной плотности, обусловленный запаздывающими нейтронами, второй – вызван влиянием мгновенных нейтронов и называется скачком на мгновенных нейтронах.

## АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНАЯ И ФАЗО-ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕАКТОРА

Позволяет предсказывать поведение реактора при воздействии на него гармонического возмущения.

АЧХ и ФЧХ реактора получают из передаточной функции (4) путем замены лапласовской переменной  $s$  на  $j\omega$ .

$$G(s) = \frac{\delta n(s)}{n_0 \delta \rho(s)} = \frac{1}{ls + \beta s / (s + \lambda)} \quad (4)$$

АЧХ реактора это модуль  $G(j\omega)$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \frac{1}{\omega l} \sqrt{\frac{\omega^2 + \lambda^2}{\omega^2 + (\lambda + \beta/l)^2}}$$

ФЧХ записывается так

$$\theta = \arctg \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \arctg(-\frac{\omega^2 + \lambda \beta / l}{\omega \beta / l})$$

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для моделирования системы используется электронный стенд, в состав которого входят: планшет, блок питания и электронно-лучевой осциллограф (индикатор).

Перед началом работы у преподавателя или учебного мастера получить задание с указанием величины обратной связи системы.

### **Включение аппаратуры и последовательность выполнения работы**

1. Включить блок питания переводом тумблера "Сеть" в верхнее положение.
2. Включить осциллограф (для этого тумблер "Сеть" переводим в верхнее положение).
3. Ручки управления на осциллографе установить в следующие положения:  
"Развертка"  $50 \mu\text{s}/\text{дел}$   
"Усиление"  $2 \text{ В}/\text{дел}$
4. Добиться синхронизации луча осциллографа (устойчивого изображения осциллограммы) ручками "Стабилизация" и "Уровень".
5. Переключатели на планшете установить в следующие положения:  
"Работа" 3  
"Блок сигналов"  $\lceil$   
"Обратная связь" откл.
6. Ручками " $\leftrightarrow$ ", " $\updownarrow$ " и "Развертка" выбрать удобное для наблюдения изображение переходной характеристики реактора, после чего зарисовать полученную осциллограмму.
7. Блок сигналов перевести в положение  $\sin \omega t$ :
8. Ручку "Частота" устанавливать последовательно в положения 1, 2, 3,...
9. Измерить период синусоидальных сигналов на всех частотах и записать результаты в таблицу.
10. Записать амплитуды входного и выходного сигналов, а также их фазовый сдвиг на всех частотах.
11. Включить переключатель "Обратная связь", установить заданную преподавателем или учебным мастером величину обратной связи и действовать согласно п. 6 - 10.

### **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ**

1. Построить переходные характеристики модели реактора без обратной связи.
2. По переходной характеристике вычислить постоянные времени и константы, получить ее аналитическое описание.
3. Построить переходные характеристики модели реактора с включенной обратной связью.
4. По переходной характеристике вычислить коэффициент усиления цепи обратной связи.
5. Построить АЧХ и ФЧХ модели реактора без обратной связи и с включенной обратной связью.

### **ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА**

1. Отчет оформить на листах писчей бумаги формата А4.
2. Отчет должен содержать следующие основные части:
  - формулировку цели работы;
  - графический материал с результатами измерений, а именно переходные характеристики, АЧХ и ФЧХ исследованных систем.
  - расчет постоянных времени системы без обратной связи по ее переходной характеристике.
  - расчет и построение АЧХ системы без обратной связи, используя найденные постоянные времени и константы.
  - расчет коэффициента передачи цепи обратной связи по переходной характеристике системы с обратной связью.
  - выводы о проделанной работе.
3. Графические материалы выполнить вручную. Они должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерность используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т. д.

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что такое точечный реактор нулевой мощности?
2. Покажите переходные характеристики точечного ректора нулевой мощности,

полученные при точном расчете по уравнению (2) и с помощью передаточной функции. Поясните причины различия.

3. Как выглядят АЧХ точечного реактора нулевой мощности без обратной связи и с включенной отрицательной обратной связью? Объясните различия.

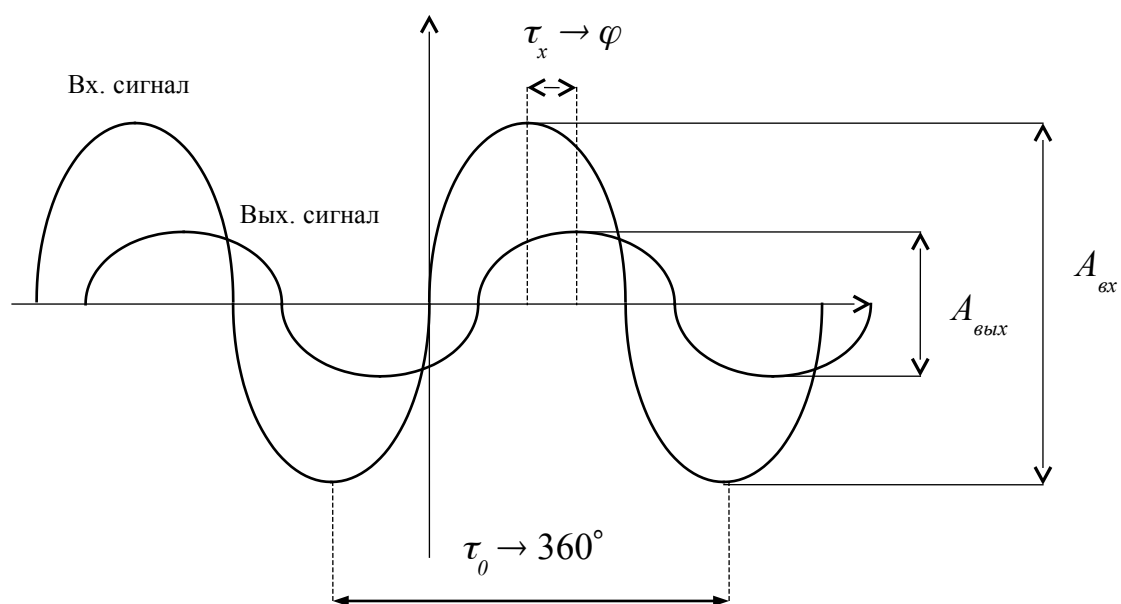
### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гейлер Л.Б. Введение в теорию автоматического регулирования. Минск, 1967.
2. Ключев А.С. Автоматическое регулирование. М., 1973.
3. Титце Ч., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1983.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., 1985.
5. Горбачев Е.Д., Левинзон Ф.Ф. Аналоговое моделирование систем управления. М., 1984.

### Приложение 1

#### Измерение АЧХ и ФЧХ системы при помощи осциллографа

Ниже приведен характерный вид синусоидальных сигналов на входе и выходе системы



1. Определяем частоту сигнала как величину, обратную периоду-  $f=1/\tau_0$  ( $\omega=2\pi f$ ).



2. Коэффициент усиления на этой частоте есть отношение -  $A_{\text{вых}}/A_{\text{вх}}$
3. Фазовый сдвиг находится по формуле -  $\varphi=360\tau_x/\tau_0$
4. Отрицательным фазовый сдвиг считается, если выходной сигнал отстает от входного.

Для измерений используются правая часть сигналов, где завершены переходные процессы, вызванные включением генератора синусоидального сигнала.

## 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить методы определения критического состояния реактора, способы градуировки стержней автоматического регулирования (АР) и компенсирующих решеток (КР), используемые при регулировании мощности ядерной энергетической установки (ЯЭУ) типа ВВЭР. Приобрести навыки управления моделью ЯЭУ. Изучение статических и динамических характеристик реактора нулевой мощности, овладение практическими навыками градуировки стержней.

## 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

2.1. **Уравнения кинетики** ядерного реактора с учетом одной усредненной группы запаздывающих нейтронов записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= \frac{\rho - \beta}{l} n + \lambda c + q, \\ \frac{dc}{dt} &= \frac{\beta}{l} n - \lambda c,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $n$  - плотность нейтронов,  $1/\text{м}^3$ ;

$\rho$  - реактивность;

$l$  - время жизни мгновенных нейтронов, с;

$q$  - мощность источника нейтронов,  $1/\text{м}^3\text{с}$ ;

$c$  - суммарная концентрация источников запаздывающих нейтронов,  $1/\text{м}^3$ ;

$\beta$  - эффективная доля запаздывающих нейтронов;

$\lambda$  - средняя постоянная распада эквивалентной группы запаздывающих

нейтронов, определяемая как:

$$\lambda = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}}, \text{ 1/с,}$$

где  $\beta_i$  и  $\lambda_i$  эффективная доля и постоянная распада  $i$  группы запаздывающих нейтронов, соответственно.

2.2. **Плотность нейтронов** в реакторе, выведенном из равновесного состояния скачком реактивности  $\rho$  при отсутствии источника, описывается выражением:

$$\frac{n(t)}{n} = \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t - \frac{\rho}{\beta - \rho} \exp \left( - \frac{\beta - \rho}{l} t \right).\tag{2}$$

С течением времени вклад второго экспоненциального члена этого соотношения становится пренебрежимо малым, так как для регулирующих стержней в энергетических реакторах  $\rho \ll \beta$ .

Поэтому

$$n(t) = \frac{\beta}{\beta - \rho} n_0 \exp \frac{\lambda \rho}{\beta - \rho} t. \quad (3)$$

### 2.3. Метод обратного умножения

Этот метод используется для определения критического положения регулирующего стержня без доведения реактора до критики. Исходное состояние - реактор подкритичен.

Если  $\kappa_{эфф} < 1$ , то реактор обладает отрицательной реактивностью и при отсутствии источника нейтронов в активной зоне величина нейтронного потока в реакторе равна нулю.

Если же в реактор поместить источник нейтронов, то появится нейтронный поток, который будет стремиться к некоторому установившемуся значению.

Из уравнений (1) в установившемся режиме работы реактора, когда производные по времени  $-\frac{dn}{dt} = 0$  и  $\frac{dc}{dt} = 0$ , (т.е. для статического состояния реактора), следует:

$$\begin{aligned} \frac{\rho - \beta}{l} n + \lambda c + q &= 0, \\ \frac{\beta}{l} n - \lambda c &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Откуда:

$$n = \frac{lq}{|\rho|}. \quad (5)$$

Уравнение (5) показывает наличие однозначной зависимости между реактивностью подкритичного реактора и величиной установившегося

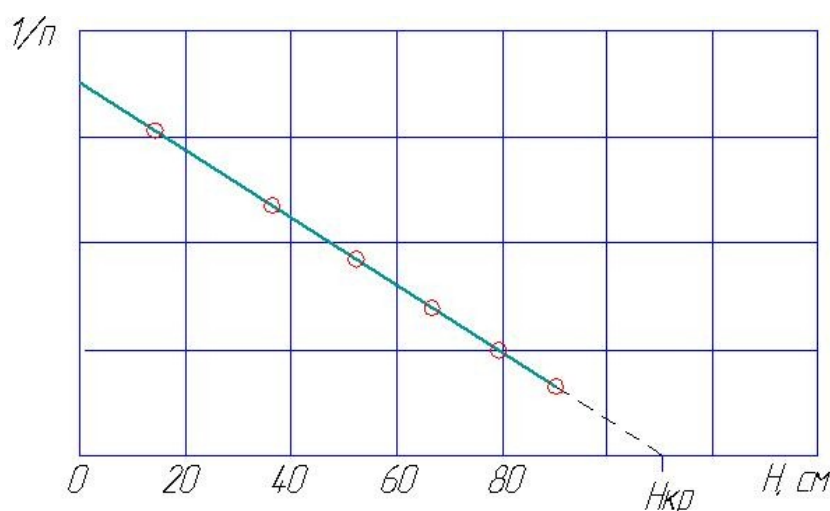


Рис.1. График зависимости обратной мощности  $1/n$  от положения регулирующего стержня  $H$

значения нейтронного потока. Это позволяет путем последовательного изменения реактивности (т.е. степени подкритичности реактора), осуществляемого за счет изменения положения органов регулирования или добавления топлива, определить критическую массу или положение стержня управления, не доводя реактор до критического состояния.

Согласно этому методу строят график зависимости обратной мощности  $1/n$  от положения регулирующих стержней или количества топлива, который получают экспериментально. В процессе эксперимента поглощающий стержень постепенно выводят из активной зоны небольшими шагами с промежуточной выдержкой на каждой ступени для достижения равновесного стационарного состояния нейтронного поля. Процесс останавливают, не доводя реактор до критического состояния. Затем строят график зависимости обратной мощности  $1/n$  от координаты стержня –  $H$  (рис. 1). Для идеального реактора этот график будет прямой линией. Экстраполяция прямой до пересечения с осью абсцисс и дает искомое критическое положение поглощающего стержня –  $H_{кр}$ .

На практике этот метод используется также для определения критической загрузки реактора. Критическое положение стержней, определенное по указанной выше методике, носит название положения холодной критичности.

## 2.4. Метод стреляющего источника

Целью эксперимента является определение степени подкритичности реактора. Исходное состояние – реактор подкритичен, используется источник нейтронов. Метод основан на определении изменения плотности нейтронов, обусловленного быстрым удалением из активной зоны реактора источника нейтронов.

Рассмотрим процессы, происходящие в реакторе. В стационарном состоянии источник нейтронов обеспечивает концентрацию плотности нейтронов в активной зоне  $n_0$ . В момент времени  $t=0$  источник нейтронов с

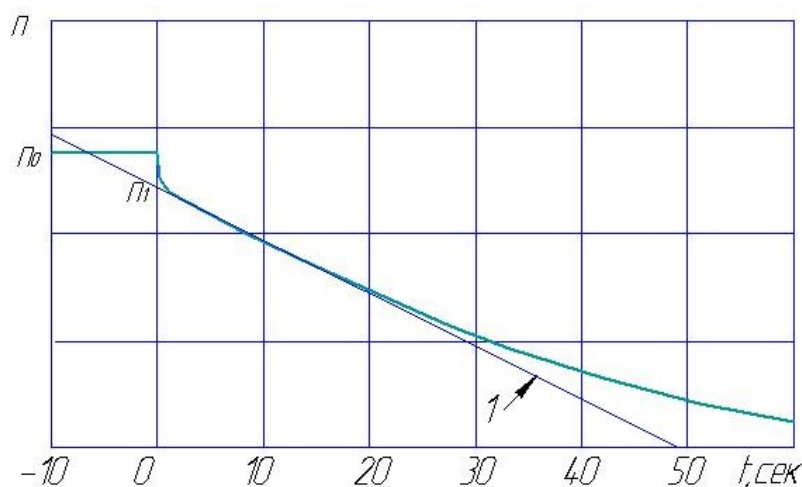


Рис.2. Кривая изменения плотности нейтронов во времени после извлечения источника нейтронов из активной зоны

максимально возможной скоростью удаляется из реактора. Плотность мгновенных нейтронов быстро (скачком) уменьшается (рис.2). Скорость этого процесса определяется временем жизни мгновенных нейтронов, которое для реактора на тепловых нейтронах равняется примерно  $10^{-3}$ с. За счет этого общая плотность нейтронов также быстро уменьшается до значения  $n_1$ .

Затем скорость спада нейтронной плотности определяется временем жизни запаздывающих нейтронов ( $1/\lambda \approx 52$ с!) поэтому уменьшается значительно медленнее. Поэтому уровень мощности  $n_1$  можно условно считать квазистатическим.

Реактивность реакторной системы в долях  $\beta$  определяется по амплитуде этого быстрого уменьшения нейтронной плотности от стационарного значения  $n_0$  до квазистатического  $n_1$  по формуле:

$$\rho/\beta = n_1/n_0 - 1. \quad (6)$$

## 2.5. Метод сброса стержня

Целью эксперимента является определение веса стержня. Метод основан на определении изменения плотности нейтронов, обусловленного быстрым введением в критическую активную зону реактора стержня управления (вводом отрицательной реактивности). Исходное состояние - реактор критичен.

Процессы в реакторе аналогичны рассмотренным в разделе 2.4.

В стационарном состоянии плотность нейтронов равна  $n_0$ . В момент времени  $t=0$  стержень управления вводится в реактор с максимально возможной скоростью. Вследствие быстрого исчезновения мгновенных нейтронов общая плотность нейтронов вначале скачком уменьшается до значения  $n_1$ , затем скорость спада нейтронной плотности существенно уменьшается, поскольку определяется влиянием запаздывающих нейтронов (время жизни которых значительно больше времени жизни мгновенных нейтронов) (рис.2). Получившаяся в результате реактивность системы рассчитывается по формуле (6). При известной величине перемещения стержня управления  $\Delta H$  его вес можно определить по соотношению

$$M = (\rho/\beta) / \Delta H. \quad (7)$$

## 2.6. Метод установившегося периода

Целью эксперимента является калибровка измерителя периода реактора (периодомера), определение веса стержня управления, оценка постоянной распада источников – предшественников запаздывающих нейтронов. Метод основан на определении изменения плотности нейтронов, обусловленного подъемом из критической активной зоны реактора стержня управления (вводом положительной реактивности). Исходное состояние - реактор критичен.

Рассмотрим процессы, происходящие в критическом реакторе. В стационарном состоянии плотность нейтронов равна  $n_0$ . В момент времени  $t=0$

стержень управления скачком поднимается вверх на величину  $\Delta H$ . Вследствие ввода положительной реактивности плотность нейтронов вначале быстро увеличивается до значения  $n_1$ , то есть наблюдается скачок на мгновенных нейтронах (рис.3, 1). Дальнейший рост нейтронной плотности происходит значительно медленнее, поскольку обусловлен влиянием запаздывающих нейтронов с большим временем жизни. Этот постепенный разгон реактора описывается формулой

$$n(t) = n_0 \cdot e^{\frac{t}{T_p}} \quad (8)$$

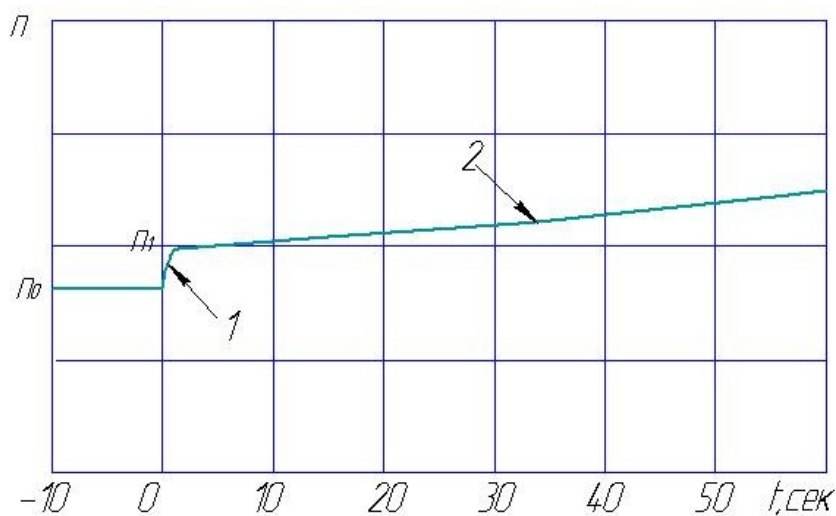


Рис.3. Изменение плотности нейтронов во времени при вводе положительной реактивности

где  $T_p$  – установившийся период реактора (или период реактора).

Отметим, что период реактора – это время, за которое его мощность меняется в  $e$  раз.

Величину введенной реактивности  $\rho/\beta$  определяют по формуле (6), вес стержня  $M$  – по соотношению (7).

Период реактора находят экспериментально по графику изменения мощности (рис.3, 2). Для вычисления периода используется соотношение, вытекающее из уравнения (8):

$$T_p = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{n_2}{n_1}} \quad (9)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – значения нейтронной плотности в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , соответственно.

Поскольку

$$T_p = \frac{\beta - \rho}{\lambda \rho} \quad (10)$$

и, учитывая что  $\rho \ll \beta$ , постоянную распада источников – предшественников запаздывающих нейтронов можно определить по формуле

$$\lambda \approx \frac{1}{\frac{\rho}{\beta} T_p} \quad (11)$$

### 3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Для выполнения работы используется стенд, представляющий собой электронную модель двухконтурной ЯЭУ. Стенд включает в себя модель точечного реактора нулевой мощности, воспроизводящую динамические характеристики реактора с учетом одной усредненной группы запаздывающих нейтронов, модель второго контура, элементы мощностной и температурной обратных связей, средства индикации и управления.

### 4. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ

Перед началом работы студент обязан убедиться в наличии и исправности заземления лабораторной установки. При отсутствии или неисправности заземления необходимо сообщить об этом инженеру.

При выполнении работы запрещается:

- самостоятельно включать и выключать приборы, не входящие в состав установки;
- оставлять без присмотра включенное оборудование;
- самостоятельно устранять любые неисправности, обнаруженные в процессе выполнения работы.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

**5.1. Перед началом работы** у преподавателя или инженера получить исходные данные по заданию:

- положение стрелки указателя «Величина, обратная мощности» для выполнения опытов по методам «стреляющий источник» и «сброс стержня»;
- исходную мощность реактора для выполнения опытов по методу «асимптотический период».

#### **5.2. Подготовка стенда к работе**

5.2.1. Включить стенд переводом тумблера «Вкл.» в верхнее положение;

5.2.2. Вывести стержень АЗ в крайнее верхнее положение. Для этого, убедившись во включении лампочки «Готовность» на мнемосхеме, нажать кнопку «Взвод». Наблюдая по индикатору поднятие стержня, добиться включения лампочки верхнего концевого выключателя.

5.2.3. Переключатели «Мощность источника нейтронов», «Температурный коэффициент реактивности» и «Мощностной коэффициент реактивности» поставить в положение «Выкл.». Отключить автоматический регулятор мощности.

### 5.3. Метод обратного умножения

- установить переключатель «Мощность источника нейтронов» в положение № 1 (в активную зону введен источник нейтронов мощностью №1);
- нажимая кнопку «Вверх» АР, поднять стержень АР на 100 см, положение стержня высвечивается на указателе положения АР;
- нажимая кнопку. «Вверх» КР, поднять стержень КР на 75 см, положение стержня высвечивается на указателе положения КР;
- по прибору «Обратный период» следить за изменением периода реактора;
- для завершения переходных процессов подождать около 4-5 мин, пока не установится период реактора  $T = \infty$  ;
- записать показание прибора «Величина, обратная мощности»;
- поднять стержень КР на 10 см, выдержать 4 мин., записать показания прибора «Величина, обратная мощности»;
- повторить замеры еще 3-4 раза, результаты измерений занести в таблицу;
- построить график зависимости обратной мощности от координаты стержня КР;
- экстраполируя полученную кривую до оси абсцисс, определить положение стержня КР –  $H_{кр}$  , при котором реактор станет критическим.
- изменить положение стержня АР по заданию преподавателя и повторить опыты для нового положения стержня АР.

### 5.4. Метод стреляющего источника

- ввести в активную зону источник нейтронов, для чего переключатель «Мощность источника нейтронов» поставить в положение № 1;
- поднять стержень АР на высоту 100-120см;
- перемещая стержень КР, добиться того, чтобы стрелка прибора «Величина, обратная мощности» реактора оказалась на середине шкалы. Поработать на этом уровне не менее 3 мин;
- записать показания прибора –  $1/n_0$ ;
- в момент времени  $t=0$  выключить источник нейтронов зоны переводом переключателя «Мощность источника нейтронов» в положение «0»;
- через равные промежутки времени с интервалом не более 3с записывать



показания прибора «Величина, обратная мощности», выполнить не менее пяти замеров;

- полученные результаты занести в таблицу;
- повторить опыт еще не менее 2 двух раз;
- построить график зависимости плотности нейтронов от времени;
- экстраполировать начальный участок полученной кривой к моменту времени  $t=0$  (см. рис.2, 1) и найти значение нейтронной плотности  $n_1$ ;
- определить реактивность системы по формуле (6).

### **5.5. Метод сброса стержня**

- вывести источник нейтронов из активной зоны, для чего переключатель «Мощность источника нейтронов» доставить в положение «0»;
- поднять стержень АР на высоту 100-120см;
- перемещая стержень КР, добиться того, чтобы стрелка прибора «Величина, обратная мощности» реактора оказалась на середине шкалы, а период реактора  $T_{уст}=\infty$ . Поработать на этом уровне не менее 3 мин;
- записать показания прибора –  $1/n_0$ ;
- в момент времени  $t=0$  опустить стержень КР на 10см;
- через равные промежутки времени с интервалом не более 3с записывать показания прибора «Величина, обратная мощности», выполнить не менее пяти замеров;
- полученные результаты занести в таблицу;
- повторить опыт еще не менее 2 раз;
- построить график зависимости плотности нейтронов от времени;
- экстраполировать начальный участок полученной кривой к моменту времени  $t=0$  (см. рис.2, 1) и найти значение нейтронной плотности  $n_1$ ;
- определить величину введенной реактивности по формуле (6);
- определить вес стержня КР по формуле (7);
- вернуться в исходное состояние стабильной мощности;
- записать показания прибора –  $1/n_0$ ;
- в момент времени  $t=0$  опустить стержень АР на 10см;
- повторить опыты для этого случая не менее трех раз;
- определить вес стержня АР по формуле (7);

### **5.6. Метод установившегося периода (определение величины $\lambda$ )**

- включить встроенный в лабораторный стенд автоматический потенциометр в режим регистрации тепловой мощности реактора;
- вывести реактор в установившееся состояние при мощности, заданной преподавателем;
- выдержать в течение трех минут и записать значение установившейся мощности;
- в момент времени  $t=0$  перевести реактор в надкритическое состояние перемещением стержня АР вверх на 30 см;

- записывать показания прибора с шагом 10сек, не менее 20 значений;
- построить зависимость мощности от времени;
- определить введенную реактивность, используя известный вес стержня из опыта по методу сброса стержня;
- определить период реактора по формуле (9);
- определить постоянную распада источников – предшественников запаздывающих нейтронов.

## 6. ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

6.1. Отчет оформляется на листах формата А4 **каждым студентом самостоятельно.**

6.2. Отчет должен включать следующие основные части:

- титульный лист;
- формулировку цели работы;
- построенные экспериментальные зависимости;
- расчеты искомых величин;
- графический материал по результатам измерений выполнить вручную.

Он должны содержать ясно читаемые оси и деления, размерности используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т.д.;

- выводы с ясными пояснениями полученных результатов.

## 7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните в уравнении кинетики, что обозначают величины  $\rho$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ ,  $l$ ,  $c$ , каков их физический смысл и размерность, какие примерные значения они могут иметь?

2. Запишите уравнение кинетики без учета и с учетом запаздывающих нейтронов.

3. Что такое эффективность стержня регулирования, в каких единицах она измеряется?

4. Объясните, как получают уравнение (6) для расчета реактивности реакторной системы?

5. Что такое квазистационарный уровень нейтронной плотности? Через какой промежуток времени он достигается?

6. Что такое период реактора?

7. Почему не допустимо вносить в реактор реактивность, превышающую величину  $\beta$ ?

8. В чем разница между статическими и динамическими методами калибровки стержней?



### **Список рекомендуемой литературы.**

1. Мельников В.И. Динамические процессы при регулировании ЯЭУ./В.И. Мельников. Горький, 1987.
2. Климов А.Н. Ядерная физика и ядерные реакторы./ А.Н. Климов. М.: Атомиздат, 1971.
3. Владимиров В.И. Практические задачи по эксплуатации ядерных реакторов./ В.И. Владимиров М.: Энергоиздат, 1981.
4. Динамические режимы работы судовых ядерных энергетических установок. Л.: Судостроение, 1971.
5. Дементьев Б.А. Кинетика и регулирование ядерных реакторов./Б.А. Дементьев. М.: Атомиздат, 1973.

## 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить основные статические программы, используемые при регулировании мощности ядерной энергетической установки (ЯЭУ) типа ВВЭР. Получить представление о мощностном коэффициенте реактивности реактора и научиться экспериментально определять его знак и величину. Приобрести навыки управления моделью ЯЭУ.

## 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

**2.1. Статической программой регулирования ЯЭУ** называется желаемая зависимость основных параметров установки (расхода, температуры, давления) от её мощности в установившихся режимах. Выбор программы производится на основании анализа физических, конструктивных, технико-экономических особенностей установки, режимов её работы в энергосистеме и других факторов.

На всех современных блоках ВВЭР расход теплоносителя первого контура  $G$  не регулируется. Обычно блоки работают с постоянными расходами при изменении мощности в широких пределах. Рассмотрим программы регулирования при постоянном расходе по первому контуру.

**Программа с постоянной средней температурой в первом контуре** (рис. 1). Согласно этой программе средняя температура теплоносителя в реакторе поддерживается постоянной ( $T_{\text{ср}} = \text{const}$ ).

Поскольку с ростом мощности реактора  $N$  подогрев теплоносителя в нем увеличивается, а средняя температура теплоносителя  $T_{\text{ср}}$  поддерживается постоянной, то температура на выходе реактора должна расти, а на входе соответственно уменьшаться согласно соотношению:

$$N = C_p G (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}), \quad (1)$$

где  $C_p$  – средняя массовая теплоемкость теплоносителя;

$T_{\text{вых}}$ ,  $T_{\text{вх}}$  – температура теплоносителя на выходе и входе реактора, соответственно.

Тепловая энергия, передаваемая от первого контура ко второму, определяется формулой:

$$Q = \alpha F (T_{\text{ср}} - T_{\text{п}}), \quad (2)$$

где  $\alpha$  – эффективный коэффициент теплопередачи от теплоносителя первого контура ко второму в парогенераторе;

$F$  – площадь теплообменной поверхности парогенератора;

$T_{\text{п}}$  – температура пара во втором контуре.

При фиксированной площади теплообмена  $F$ , практически неизменном эффективном коэффициенте теплопередачи  $\alpha$  и постоянной средней

температуре теплоносителя первого контура  $T_{cp}$ , обеспечение требуемого теплосъема из реактора может быть достигнуто только за счет уменьшения параметров пара во втором контуре  $T_n$  (т.е. за счет увеличения температурного напора на теплообменной поверхности парогенератора –  $T_{cp}-T_n$ ). Отметим, что поскольку температура пара на выходе парогенератора ВВЭР практически равно температуре насыщения при заданном давлении, уменьшение температуры пара сводится к уменьшению его давления  $P$ .

Эта программа наиболее благоприятна для первого контура, так как в этом случае для изменения мощности реактора требуется внести наименьшую реактивность. Обеспечиваются стабильные температурные условия для первого контура, что повышает надёжность работы его оборудования. Кроме того,

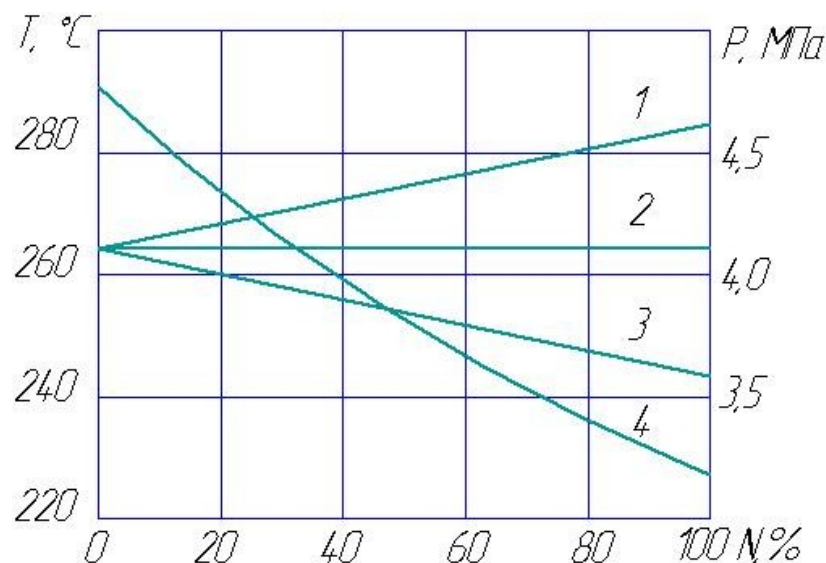


Рис.1. Статическая программа регулирования ЯЭУ с постоянной средней температурой теплоносителя первого контура:

1,2,3 – температура теплоносителя первого контура на выходе, средняя и входе в реактор, соответственно; 4 – давление пара во втором контуре

объём теплоносителя первого контура меняется незначительно, а это облегчает работу систем компенсации объёма и регулирования реактора.

Недостатком программы является необходимость повышения давления второго контура при понижении мощности, что утяжеляет оборудование второго контура. При этом термический КПД цикла остаётся низким на всех мощностях, так как на номинальной мощности давление пара, поступающего на турбину, ниже допустимого по условиям работы второго контура. На пониженной мощности, когда давление пара велико, КПД цикла также низок из-за значительного перепада давления на регулирующих клапанах, что, кроме того, увеличивает их износ.

**Программа с постоянным давлением во втором контуре (рис.2).** Согласно этой программе давление пара в парогенераторе поддерживается постоянным ( $P = \text{const}$ ).

Согласно этой программе обеспечение теплосъема из активной зоны реактора (то есть поддержание необходимого температурного напора на теплообменной поверхности парогенератора) достигается за счет увеличения температуры теплоносителя на выходе из реактора. Также увеличивается средняя температура теплоносителя в активной зоне.

Эта программа позволяет при том же расчётном давлении пара поддерживать его значение повышенным и в номинальном режиме и, тем самым, повысить термический КПД блока. Поскольку давление  $P$  и температура  $T_n$  пара во втором контуре постоянны, его оборудование практически не накладывает ограничений на скорость изменения мощности  $N$  реактора.

Недостатком программы с постоянным давлением является существенное изменение температуры на выходе реактора при колебаниях нагрузки (приблизительно в 4 раза большее, чем по программе с постоянной средней

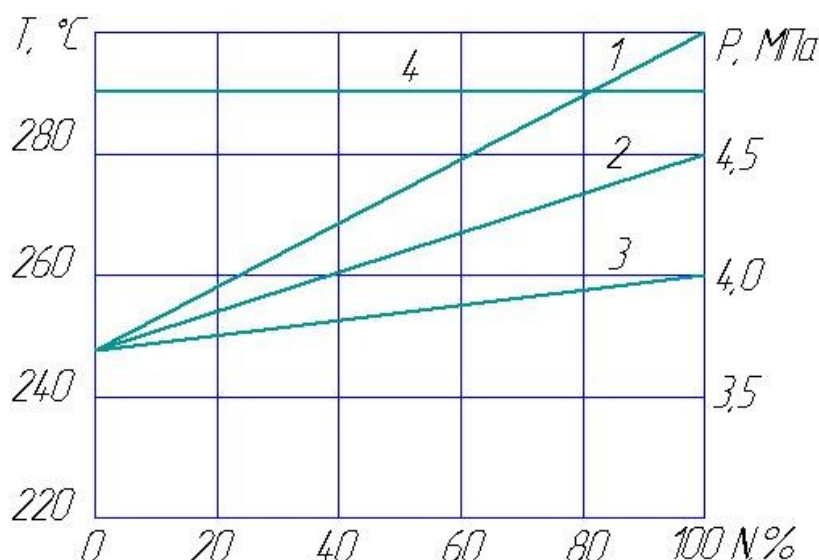


Рис.2. Статическая программа регулирования ЯЭУ с постоянным давлением пара во втором контуре:

1,2,3 — температура теплоносителя первого контура на выходе, средняя и входе в реактор, соответственно; 4 — давление пара во втором контуре.

температурой), что ограничивает манёвренные возможности блока. Кроме того, необходима большая эффективность органов регулирования реактора для компенсации температурного коэффициента реактивности. Одновременно повышаются требования к системе компенсации объёма.

**Стремление преодолеть указанные недостатки привело к разработке компромиссных программ.**

Одна из них приведена на рис.3. В этой программе с ростом мощности средняя температура теплоносителя первого контура увеличивается, но медленнее, чем по программе с постоянным давлением пара во втором контуре. Давление пара также уменьшается, но медленнее, чем по программе с

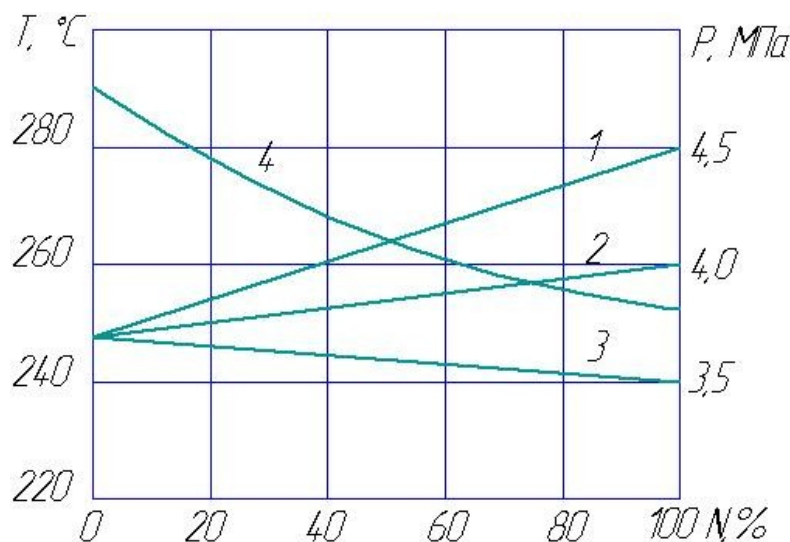


Рис.3 Компромиссная программа регулирования ЯЭУ:

1,2,3 – температура теплоносителя первого контура на выходе, средняя и входе в реактор, соответственно; 4 – давление пара во втором контуре

постоянной средней температурой теплоносителя первого контура. При этом облегчаются условия работы первого и второго контура.

Другим примером компромиссной программы является такая, в которой на малых мощностях блок работает по программе  $P = \text{const}$ , а при больших –  $T_{\text{ср}} = \text{const}$  (рис.4).

Мощность, при которой совершается переход с одной программы на другую, зависит от предельно допускаемого давления в парогенераторах и от ожидаемого диапазона частотных снижений нагрузки. Преимущество программы рис.4 перед программой рис.3 заключается в том, что вблизи

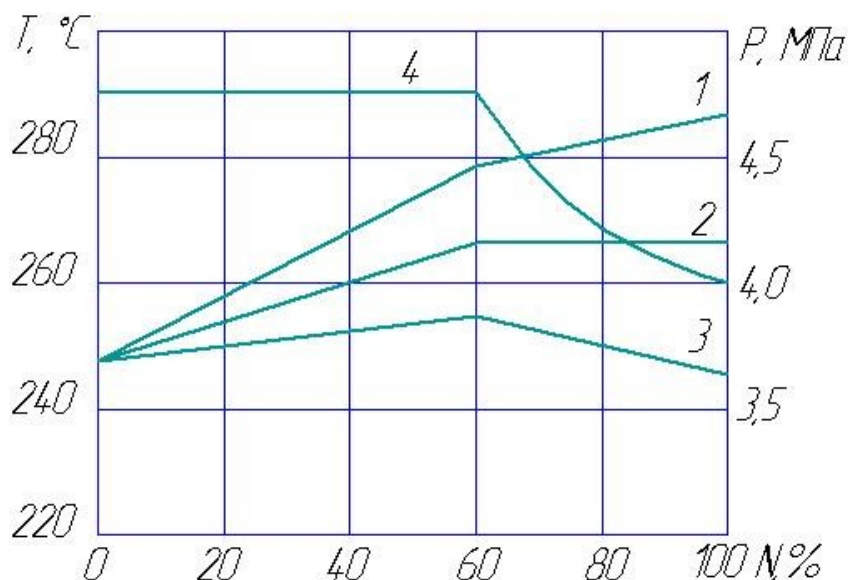


Рис.4 Программа регулирования ЯЭУ, при которых на малых мощностях блок работает по программе с постоянным давлением пара во втором контуре, а при больших – с постоянной средней температурой теплоносителя первого контура. Переключение программы происходит на 60% мощности.

1,2,3 – температура теплоносителя первого контура на выходе, средняя и входе в реактор, соответственно; 4 – давление пара во втором контуре



номинальной мощности первый контур работает по оптимальной для себя программе: средняя температура первого контура постоянна  $T_{cp} = \text{const}$ .

## 2.2 Температурный и мощностной коэффициенты реактивности

В реакторе, находящемся на достаточно высоком уровне мощности, в процессе цепной реакции деления происходит разогрев элементов активной зоны (АЗ), из-за чего изменяется плотность и нейтронно-физические характеристики компонент АЗ: топлива, теплоносителя и всех конструкционных материалов внутри АЗ. В результате этого меняется их поглощающая и замедляющая способности и, как следствие, изменяется коэффициент размножения нейтронов в АЗ, т. е. меняется реактивность системы. Изменение реактивности, в свою очередь, приводит к изменению мощности реактора, возникает внутренняя обратная связь (ОС).

Таким образом, вносимая из-за теплового воздействия реактивность вызывает изменение нейтронной плотности, которая в зависимости от знака реактивности, может возрастать или уменьшаться. Это явление называют температурным эффектом или обратной связью по температуре.

Наличие ОС существенно изменяет динамические свойства реакторной системы, поэтому ей уделяют достаточно много внимания.

Для количественной оценки эффекта ОС по температуре вводится понятие температурного коэффициента реактивности по заданной компоненте АЗ. В качестве таких компонент используют средние температуры теплоносителя, топлива, замедлителя. Например, коэффициент реактивности по температуре топлива определяется как отношение приращения реактивности  $\delta\rho$  к приращению температуры топлива  $\delta T_t$ :

$$\alpha_t = \delta\rho / \delta T_t \quad (3)$$

В реакторе, работающем на энергетическом уровне мощности, при изменении мощности (нейтронной плотности) меняется температура всех компонент АЗ. Это изменение неодинаково для различных компонент и имеет разное запаздывание во времени. Наиболее сильным и быстродействующим температурным эффектом является изменение температуры топлива. Поэтому при анализе именно его учитывают в первую очередь. Такая явная взаимосвязь между вариацией мощности, температурой топлива и реактивностью называется мощностным эффектом реактивности. Действие мощностного эффекта реактивности осуществляется через температурный эффект!

Количественно мощностной коэффициент реактивности определяется как отношение приращения реактивности, вызванного изменением мощности реактора на величину  $\delta N$ :

$$\alpha_m = N_0 \delta\rho / \delta N, \quad (4)$$

где  $N_0$  – стационарный уровень мощности реактора.

Для обеспечения устойчивости необходимо, чтобы мощностной коэффициент реактивности был отрицательным (т.е. увеличение мощности реактора должно приводить к снижению коэффициента размножения нейтронов). В противоположном случае рост мощности будет приводить к вводу положительной реактивности и разгону реактора, что может привести к аварии.

Физический смысл мощностного коэффициента реактивности  $\alpha_m$  можно проинтерпретировать следующим образом.

Для перевода реактора (имеющего отрицательный мощностной эффект реактивности) с одной равновесной мощности  $N_0$  на другую  $N_1$  вносят реактивность величиной  $\delta\rho$ , например, путем перемещения стержня управления. При этом мощность реактора будет изменяться со знаком, совпадающим с внесенной реактивностью. Изменение мощности сопровождается выработкой внутренней реактивности, которая при отрицательном значении  $\alpha_m$  будет иметь знак противоположный внесенной реактивности и постепенно скомпенсирует ее. По достижении нового уровня мощности реактивность реактора вновь будет равна нулю. Определив полученное изменение мощности, величину мощностного коэффициента реактивности находят по формуле (4), где

$$\delta N = N_1 - N_0 \quad (5)$$

### **3. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ**

Для выполнения работы используется стенд, представляющий собой электронную модель двухконтурной ЯЭУ. Стенд включает в себя модель точечного реактора нулевой мощности, модель второго контура, элементы мощностной и температурной обратных связей, средства индикации и управления.

### **4. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ**

Перед началом работы студент обязан убедиться в наличии и исправности заземления лабораторной установки. При отсутствии или неисправности заземления необходимо сообщить об этом инженеру.

При выполнении работы запрещается:

- самостоятельно включать и выключать приборы, не входящие в состав установки;
- оставлять без присмотра включенное оборудование;
- самостоятельно устранять любые неисправности в стенде, обнаруженные в процессе выполнения работы.

### **5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

**5.1. Перед началом работы** у преподавателя или инженера получить исходные данные по заданию:

- среднюю температуру первого контура, которую следует поддерживать при выполнении программы с постоянной температурой первого контура;
- давление пара во втором контуре, которое следует поддерживать при выполнении программы с постоянным давлением во втором контуре;
- положение переключателей мощностной и температурной обратных связей для выполнения части работы по определению коэффициента реактивности.

## **5.2. Подготовка стенда к работе**

5.2.1. Включить стенд переводом тумблера «Вкл» в верхнее положение;

5.2.2. Вывести стержень АЗ в крайнее верхнее положение. Для этого, убедившись во включении лампочки «Готовность» на мнемосхеме, нажать кнопку «Взвод». Наблюдая по индикатору поднятие стержня, добиться включения лампочки верхнего концевого выключателя.

5.2.3. Переключатели «Мощность источника нейтронов», «Температурный коэффициент реактивности» и «Мощностной коэффициент реактивности» поставить в положение «выкл.». Отключить автоматический регулятор мощности. Включить в самописец в режиме измерения мощности.

5.2.4. Установить расход питательной воды около 15% от номинального (номинальный расход около 530 кг/с).

5.2.5. Установить стержень АР в положение 240-250см.

5.2.6. Поднимая стержень КР и наблюдая за прибором «Обратный период», установить период разгона реактора 3с. После достижения температуры теплоносителя на выходе из реактора 300<sup>0</sup>С опустить стержень АР до установления периода разгона равным бесконечности.

## **5.3. Изучение статических характеристик ЯЭУ**

5.3.1. Установить тепловую мощность реактора 50МВт, манипулируя стержнем АР. Установить среднюю температуру теплоносителя в реакторе равной заданной преподавателем согласно п. 5.1, манипулируя расходом питательной воды. Записать в таблицу основные теплотехнические параметры реактора: давление пара во втором контуре, расход питательной воды, температуры теплоносителя на входе и выходе реактора.

5.3.2. Повторить п. 5.3.1. при тепловой мощности реактора от 100 до 400МВт с шагом 50МВт, поддерживая заданную среднюю температуру теплоносителя реактора.

5.3.3. Установить тепловую мощность реактора 50МВт, манипулируя стержнем АР. Установить давление пара во втором контуре реактора, заданное преподавателем согласно п. 5.1, манипулируя расходом питательной воды. Записать в таблицу основные теплотехнические параметры реактора: расход питательной воды, температуры теплоносителя на входе и выходе реактора.

5.3.4. Повторить п. 5.3.3. при тепловой мощности реактора от 100 до 400МВт с шагом 50МВт, поддерживая заданное давление пара во втором контуре реактора.

5.3.5. Построить графики изменения теплофизических параметров ЯЭУ в зависимости от мощности при постоянной средней температуре теплоносителя в первом контуре и при постоянном давлении пара во втором контуре.

5.3.6. Объяснить полученные результаты.

#### **5.4. Определение коэффициентов реактивности**

Определить знак и величину температурного (мощностного) коэффициента реактивности, согласно исходным данным, заданным преподавателем. Для этого:

- установить тумблеры ТКР и МКР в положения, заданные преподавателем;

- вывести ЯЭУ на стационарный уровень тепловой мощности 200МВт, манипулируя стержнями КР и добиваясь положения стержня АР на уровне 120-140см. Температуру теплоносителя на выходе из активной зоны поддерживать на уровне - 300<sup>0</sup>С, регулируя расход питательной воды. Записать положение стержней АР и КР для этого состояния;

- увеличить мощность ЯЭУ до 250МВт, манипулируя стержнем АР. Температуру теплоносителя на выходе из активной зоны поддерживать на уровне - 300<sup>0</sup>С. При этом положение КР не менять. Записать положение АР для этого состояния;

- вернуть ЯЭУ на стационарный уровень тепловой мощности 200МВт. Повысить температуру теплоносителя на выходе из активной зоны – 350<sup>0</sup>С, не меняя положение КР, записать положение АР для этого состояния;

- построить графики изменения параметров установки от времени, поясняющие происходящие процессы;

- объяснить полученный результат и рассчитать температурный и мощностной коэффициенты реактивности (вес стержня АР взять из результатов выполнения лабораторной работы №4).

#### **6. ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ**

6.1. Отчет оформляется на листах формата А4 **каждым студентом самостоятельно.**

6.2. Отчет должен включать следующие основные части:

- титульный лист;
- формулировку цели работы;
- построенные статистические характеристики программ регулирования ЯЭУ;
- методику расчета знака и величины коэффициента реактивности;

- графический материал по результатам измерений, выполненный вручную. Он должен содержать ясно читаемые оси и деления, размерности используемых величин, измеренные точки и кривые, необходимые пояснения и т.д.;

- выводы с ясными пояснениями полученных результатов.

## **7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что такое «вес» и эффективность стержня?
2. Что такое период реактора?
3. Что понимается под температурным и мощностным коэффициентами реактивности? Какова размерность этих коэффициентов?
4. В чем состоит сущность физических явлений, приводящих к появлению температурной обратной связи?
5. Почему изменение расхода питательной воды второго контура приводит к изменению нейтронного потока в реакторе?
7. Какой должна быть зависимость критического положения управляющих стержней от уровня мощности в реакторе с отрицательным и положительным температурными коэффициентами.
8. Как будут меняться плотность нейтронов, температура на входе и выходе из реактора, средняя температура активной зоны при отключении ГЦН первого контура, если реактор имеет отрицательный температурный коэффициент?
9. Что такое программа регулирования ЯЭУ? Какие программы Вы знаете? Чем обусловлен выбор программ?
10. Как будут зависеть температура теплоносителя на входе и выходе реактора, средняя температура в реакторе, давление и температура пара от мощности при следующих условиях работы установки:
  - а) расход по первому контуру и средняя температура в реакторе постоянны;
  - б) расход по первому контуру меняется, давление пара во втором контуре постоянно.

## **Список рекомендуемой литературы.**

1. Мельников В.И. Динамические процессы при регулировании ЯЭУ./В.И. Мельников. Горький, 1987.
2. Климов А.Н. Ядерная физика и ядерные реакторы./ А.Н. Климов. М.: Атомиздат, 1971.
3. Владимиров В.И. Практические задачи по эксплуатации ядерных реакторов./ В.И. Владимиров М.: Энергоиздат, 1981.
4. Динамические режимы работы судовых ядерных энергетических установок. Л.: Судостроение, 1971.

5. Дементьев Б.А. Кинетика и регулирование ядерных реакторов./Б.А. Дементьев. М.: Атомиздат, 1973.

# Приложение 1

Таблица теплофизических параметров ЯЭУ

№ опыта	$N$ МВт	$T_{\text{вых}}$ °C	$T_{\text{вх}}$ °C	$\Delta T$ °C	$T_{\text{ср}}$ °C	$P_{2к}$ МПа	$G_{2к}$ кг/с	Положение стержня АР, см	Положение стержня КР, см
1									
2									
3									
4									
5									
· · ·									
$n$									