

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Р.Е. АЛЕКСЕЕВА»
(НГТУ)

Образовательно-научный институт ядерной энергетики и технической
физики им. академика Ф.М. Митенкова

Выпускающая кафедра «Ядерные реакторы и энергетические установки»



УТВЕРЖДАЮ:

Директор института
Хробостов А.Е.
«01» июня 2020 г.

Фонд оценочных средств

по блоку «Математика»

Специальность: 14.05.01 Ядерные реакторы и материалы
Направленность (специализация): Ядерные реакторы

Квалификация выпускника: инженер-физик

Очная форма обучения

г. Нижний Новгород
2020 г.

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

Вопросы к экзамену

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ЗНАТЬ»

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков.
3. Определение минора и алгебраического дополнения.
4. Формула разложения определителя n -го порядка по строке и столбцу.
5. Свойства определителей.
6. Определение обратной матрицы. Теорема существования обратной матрицы.
7. Теорема Крамера.
8. Метод Гаусса.

Раздел 2. Векторная алгебра

9. Линейные операции над векторами.
10. Определение линейной зависимости и независимости векторов.
11. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости 2-х и 3-х векторов.
12. Определение базиса.
13. Определение алгебраической проекции вектора на ось. Ее свойства.
14. Прямоугольная система координат. Координаты точки. Линейные операции над векторами в координатной форме.
15. Формула деления отрезка в данном отношении.
16. Определение скалярного произведения векторов, его свойства. Необходимое и достаточное условие ортогональности 2-х векторов. Формула вычисления в координатах.
17. Определение правой тройки векторов. Определение векторного произведения, его свойства, геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие коллинеарности 2-х векторов. Формула вычисления в координатах.
18. Определение смешанного произведения 3-х векторов, его свойства. Геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие компланарности 3-х векторов.

Раздел 3. Аналитическая геометрия

19. Виды уравнений прямой на плоскости.
 20. Формула вычисления расстояния от точки до прямой.
 21. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, угол между прямыми.
 22. Виды уравнений плоскости. Формула вычисления расстояния от точки до плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями.
 23. Виды уравнений прямой в пространстве. Формула вычисления расстояния от точки до прямой. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, угол между прямыми.
 24. Взаимное расположение прямой и плоскости, угол между ними.
 25. Каноническое уравнение эллипса, эксцентриситет, директриса.
 26. Каноническое уравнение гиперболы, эксцентриситет, директриса, асимптоты.
 27. Каноническое уравнение параболы.
 28. Приведение уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью поворота и параллельного переноса.
- Поверхности 2-го порядка. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Эллипсоид. Гиперboloид. Конус. Эллиптический и гиперболический параболоиды

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

Вопросы для проверки уровня обучаемости «УМЕТЬ»

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Производить операции сложения матриц, умножения на число, умножать матрицы.
2. Вычислять определители 2-го и 3-го порядков.
3. Находить миноры и алгебраические дополнения к элементу матрицы.
4. Вычислять определители старших порядков с использованием разложения по строке (столбцу) и свойства определителя.
5. Находить обратную матрицу.
6. Решать систему линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы, методом определителей, методом Гаусса.

Раздел 2. Векторная алгебра

7. Производить линейные операции над векторами.
8. Определять, образует ли данная система векторов базис.
9. Находить разложение вектора по базису.
10. Находить проекцию вектора на ось.
11. Находить координаты вектора по координатам его начала и конца.
12. Производить линейные операции над векторами в координатах.
13. Находить координаты точки, делящей отрезок в данном отношении.
14. Вычислять скалярное произведение, используя определение и свойства.
15. Вычислять скалярное произведение векторов, заданных координатами.
16. Проверять ортогональность векторов и вычислять угол между векторами, если они даны своими координатами.
17. Вычислять векторное произведение векторов, используя определение и свойства.
18. Вычислять векторное произведение векторов, заданных своими координатами.
19. Находить площадь параллелограмма и треугольника, построенных на векторах.
20. Вычислять смешанное произведение 3-х векторов, заданных своими координатами.
21. Проверять компланарность векторов, используя смешанное произведение.
22. Вычислять объем параллелепипеда и тетраэдра, построенных на трех векторах.

Раздел 3. Аналитическая геометрия

23. Записывать уравнение прямой на плоскости и в пространстве, проходящей через две точки.
24. Записывать уравнение плоскости, проходящей через три точки.
25. Находить расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
26. Находить расстояние от точки до плоскости.
27. Находить угол между прямыми на плоскости и в пространстве.
28. Находить угол между прямой и плоскостью.
29. Находить угол между плоскостями.
30. Находить по каноническому уравнению эллипса эксцентриситет, директрису.
31. Находить по каноническому уравнению гиперболы эксцентриситет, директрису, асимптоты.
32. Изображать кривую второго порядка, заданную в каноническом виде.
33. Приводить уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью параллельного переноса и изображать эту кривую.
34. Применять метод сечения для построения поверхностей 2-го порядка, заданных каноническими уравнениями.

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ВЛАДЕТЬ»

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Для матриц A и B вычислить $2A - 3B$, AB , BA , A^t , $|A|$, B^{-1} , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему: а) методом Крамера; б) средствами матричного исчисления с использованием обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$

Раздел 2. Векторная алгебра

4. Даны три вектора $\vec{a} = \{4; 7; 8\}$, $\vec{b} = \{9; 1; 3\}$, $\vec{c} = \{2; -4; -1\}$. Доказать, что \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} – базис и найти разложение вектора $\vec{d} = \{1; -13; -13\}$ по базису \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} .
5. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(1, -1, 2)$, $B(-2, 0, 2)$, $C(2, 1, -1)$. Найти: 1) косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} ; 2) координаты вектора $\vec{a} = 2\vec{AB} - 5\vec{CD}$; 3) алгебраическую проекцию вектора \vec{BC} на вектор \vec{a} ; 4) длину медианы, опущенную на сторону BC .
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{n} = \vec{p} - 2\vec{q}$ и его высоту, опущенную на вектор \vec{n} , если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.
7. Лежат ли точки $A(2, 4, 0)$, $B(2, -2, 4)$, $C(1, 8, -4)$, $D(2, 7, -2)$ в одной плоскости.
8. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$: $A(3, -2, 2)$, $B(1, -3, 1)$, $C(2, 0, 4)$, $D(6, -4, 6)$. Найти: 1) площадь грани ABC ; 2) объем пирамиды $ABCD$; 3) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .

Раздел 3. Аналитическая геометрия

9. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$: $A(3, -2, 2)$, $B(1, -3, 1)$, $C(2, 0, 4)$, $D(6, -4, 6)$. Найти: 1) канонические и параметрические уравнения прямой AB ; 2) уравнение плоскости ABC ; 3) уравнение высоты пирамиды, опущенной из вершины D ; 4) угол между ребром AD и плоскостью ABC .
10. Используя преобразования параллельного переноса, привести уравнения линий второго порядка к каноническому виду и построить кривые: 1) $4x^2 + 9y^2 + 8x - 36y + 4 = 0$; 2) $y - x^2 - 6x - 6 = 0$.

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

Тест 1

- 1) Вектор \vec{a} составляет с осями OZ и OY углы $\gamma = 60^\circ$ $\beta = 120^\circ$ соответственно. Найти его проекцию на ось OX, если $|\vec{a}| = 2$, если угол с осью OX, тупой.
- 1) $\sqrt{2}$ 2) $-\sqrt{2}$ 3) 1 4) -1
- 2) Даны два вектора: $\vec{a} = \{3, -2, 6\}$, $\vec{b} = \{-2, 1, 0\}$. Найти координаты вектора $2\vec{a} + 3\vec{b}$.
- 1) $\{6; -4; 12\}$ 2) $\{0; -1; 12\}$ 3) $\{0; 1; 12\}$ 4) $\{0; -1; -12\}$
- 3) Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(1; 1; 1)$, перпендикулярно прямой $l_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{3}$.
- 1) $2x + 4y + 3z - 9 = 0$ 2) $2x - 4y + 3z - 9 = 0$ 3) $2x + 4y - 3z - 9 = 0$ 4) $2x - 4y - 3z - 9 = 0$
- 4) Найти угол между плоскостями $P_1 : x - 2y + z = 4$ и $P_2 : 2x + y + 3z = 5$.
- 1) 60° 2) 30° 3) $\arccos \frac{3\sqrt{21}}{42}$ 4) $\arcsin \frac{3\sqrt{21}}{42}$
- 5) Смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$, $\vec{c} = \{1, 2, -1\}$ равно:
- 1) 3 2) -1 3) 1 4) -2
- 6) Привести кривую к каноническому виду и определить ее тип $x^2 - 4x - 2y^2 = 0$.
- 1) парабола 2) гипербола 3) эллипс 4) окружность
- 7) Даны векторы $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$. Найти $[a; b]$
- 1) $8\vec{i} - 7\vec{j} - 5\vec{k}$ 2) $8\vec{i} + 7\vec{j} - 5\vec{k}$ 3) $8\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}$ 4) $-8\vec{i} + 7\vec{j} - 5\vec{k}$
- 8) Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$ равна:
- 1) $\frac{\sqrt{138}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) 12 4) 24
- 9) При каком значении λ плоскости $2x + 4y + 2z - 9 = 0$, $2x + y + \lambda z - 9 = 0$ перпендикулярны?
- 1) 3 2) -4 3) 1 4) -2
- 10) При каких значениях m, n прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{m}$ и $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{n} = \frac{z+1}{8}$ параллельны?

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

1) $m = -4, n = -2$ 2) $m = 4, n = 2$ 3) $m = -4, n = -2$ 4) $m = 4, n = -2$

Критерии оценки знаний студентов при сдаче экзамена:

- Оценка «отлично» ставится в том случае, если студент прочно усвоил программный материал, грамотно и логично излагает его при ответе, не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса, глубоко изучил источники и литературу, умеет самостоятельно излагать их содержание, делать обобщения и выводы, задача решена верно с подробными выкладками (или устными пояснениями).
- оценка «хорошо» ставится, если студент обладает достаточно полным знанием программного материала; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий и определений; правильно применены теоретические положения при решении задачи, однако допускает отдельные неточности и пробелы в знаниях и (или) при решении задачи допущены незначительные ошибки, приведшие к неверному ответу.
- оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент усвоил только основную часть программного материала, допускает неточности, непоследовательность в изложении материала, затрудняется применить знания к решению задачи.
- оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают.

Типовые билеты экзамена

Приведены два типовых билета экзамена. Полный комплект содержит 45 билетов и находится у преподавателя, ведущего лекции для студентов направления подготовки 140800 «Ядерная физика и технологии»; 140700 «Ядерная энергетика и теплофизика»; 201000 «Биотехнические системы и технологии»; 140100 «Теплоэнергетика и теплотехника».

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»
Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

1. Векторы. Линейные операции над векторами.
2. Прямая линия на плоскости и ее уравнения.
3. Вектор \vec{a} перпендикулярен вектору $\vec{b} = \{1, -2, 1\}$; $\text{pr}_{\vec{b}} \vec{a} = 1$; $|\vec{a}| = \sqrt{3}$. Найти координаты вектора \vec{a} .
4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(2, -1, 4)$; $B(3, 2, -1)$ перпендикулярно плоскости $x + y + 2z - 3 = 0$.
5. Найти каноническое уравнение эллипса, у которого фокусы $(\pm 2; 1)$, а уравнения директрис $x = \pm 18$.

Экзаменатор
доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой «Прикладная математика»
проф. Куркин А.А.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»
Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
2. Матрицы. Действия над ними. Примеры.
3. Вектор \vec{c} перпендикулярен векторам \vec{a} и \vec{b} . Угол между \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$.
Зная, что $|\vec{a}| = 6$; $|\vec{b}| = 3$; $|\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$.
4. Найти расстояние между прямыми

$$\frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1} \qquad \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{4} = \frac{z-2}{2}.$$

5. Привести к каноническому виду и построить
 $4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0$.

Экзаменатор
доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой «Прикладная математика»
проф. Куркин А.А.

Комплект заданий для расчетно-графических работ по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».

Программа дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» предполагает выполнение расчетно-графических работ в 1 семестре. Студент должен выполнять расчетно-графические работы по варианту, номер которого совпадает с его номером в списке студентов своей группы.

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

Критерии оценки расчетно-графической работы:

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту в том случае, если все задачи решены, к задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие);
- оценка «**не зачтено**» ставится в том случае, если какая-либо задача отсутствует или приведены недостаточные пояснения к решению задачи.

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме «Элементы линейной алгебры. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия»

Задача 1. Решить систему линейных алгебраических уравнений: 1) методом обратной матрицы; 2) методом определителей; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

Задача 2. Написать разложение вектора \mathbf{x} по векторам $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{r}$

$$X = \{-2, 4, 7\}; p = \{0, 1, 2\}; q = \{1, 0, 1\}; r = \{-1, 2, 4\}.$$

Задача 3. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(2, 3, 0), B(4, 0, -2), C(6, 3, 7), D(9, 5, -8).$$

Найти: 1) скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} ; 2) векторное произведение векторов \vec{AB} и \vec{AC} ; 3) косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} ; 4) $\vec{a} = 3\vec{AB} - 2\vec{CD}$; 5) алгебраическую проекцию вектора \vec{BC} на вектор \vec{a} ; 6) площадь грани ABC ; 7) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .

Задача 4. Используя данные задачи 2, найти: 1) канонические и параметрические уравнения прямой AB ; 2) уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно прямой DC ; 3) уравнение плоскости ABC ; 4) уравнение высоты пирамиды, опущенной из вершины D ; 5) угол между ребром AD и плоскостью ABC .

Задача 5. Написать уравнение плоскости, проходящее через точку A перпендикулярно вектору \vec{BC} .

$$A(1, 0, -2); B(2, -1, 3); C(0, -3, 2).$$

Задача 6. Написать каноническое уравнение прямой.

$$2x + y + z - 2 = 0; \quad 2x - y - 3z + 6 = 0.$$

Задача 7. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

Фонд оценочных средств по аналитической геометрии и линейной алгебре

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}; \quad x+2y+3z-14=0.$$

Задача 8. Найти точку, симметричную точке М относительно прямой

$$M(3, -3, -1); \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-3.5}{4} = \frac{z+0.5}{0}.$$

Задача 9. Используя преобразования параллельного переноса, привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду и построить кривую:

1) $4x^2 - 8x - 9y^2 + 18y - 41 = 0$

2) $x^2 - 2x - y - 1 = 0.$

Составитель _____ Е.А.Чернова
(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Фонд оценочных средств по обыкновенным дифференциальным уравнениям

Вопросы к зачету

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ЗНАТЬ»

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности решения. Понятия общего и частного решения. Задача Коши.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
3. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
4. Линейные уравнения.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие существования полного дифференциала. Интегрирующий множитель.
7. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной, интегрируемые в квадратурах. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
9. Линейные однородные уравнения n -го порядка. Понятие линейного оператора. Построение общего решения. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости решений. Фундаментальная система решений. Теорема о структуре общего решения. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Структура общего решения.
10. Метод вариации произвольной постоянной.
11. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Специальные правые части.
12. Системы дифференциальных уравнений.
13. Элементы теории устойчивости.

Вопросы для проверки уровня обучаемости «УМЕТЬ»

1. Решать ДУ с разделяющимися переменными и сводящиеся к ним, в том числе однородные ДУ.
2. Решать линейные ДУ 1-го порядка.
3. Решать уравнение Бернулли.
4. Решать уравнение в полных дифференциалов.
5. Решать ДУ высшего порядка, допускающие понижения порядка.
6. Находить общее решение линейного ДУ с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Уметь применять метод вариации произвольных постоянных.
7. Находить решение нормальной системы ДУ методом исключения и методом интегрируемых комбинаций.
8. Находить в нормальной системе состояние равновесия и определять его тип.

Фонд оценочных средств по обыкновенным дифференциальным уравнениям

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ВЛАДЕТЬ»

1. Решить уравнение $y' = \frac{y}{x} \left(\ln \frac{y}{x} + 1 \right)$.
2. Решить задачу Коши $y' = y \cdot \cos x + x, y(0) = 1$.
3. Решить уравнение $xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}$.
4. Решить уравнение $(3x^2 + 10xy)dx + (5x^2 - 1)dy = 0$.
5. Найти общее решение $xy''' + y'' + x = 0$.
6. Найти общее решение уравнения $yy'' - (y')^2 - 4yy' = 0$.
7. Найти общее решение $y'' - 5y' = 50 \operatorname{ch} 5x$.
8. Найти общее решение $y'' - 2y' + y = 3e^x$.
9. Решить уравнение $y'' + y = x - \sin 2x$.
10. Решить систему, используя метод исключения:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y. \end{cases}$$

Тест №1.

Решить уравнения

1. $y \ln^3 y + y' \sqrt{x+1} = 0$
2. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$
3. $x^2 + xy' = y, y(1) = 0$

Тест №2.

1. Решить уравнение

$$y \ln^3 y + y' \sqrt{x+1} = 0$$

2. Решить уравнение

$$xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y$$

Тест №3.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $(xy'' - 1) \ln x = 2y'$

2. Найти частное решение заданной задачи Коши

$$y'' = y' e^y, y'(0) = 1, y(0) = 0$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 2 \sin 3x + x e^{-2x}$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения методом вариации произвольных постоянных

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^x}$$

Фонд оценочных средств по обыкновенным дифференциальным уравнениям

5. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dx} = -2x + y \end{cases}$$

Тест №4.

1. Найти решение задачи Коши

$$y'' y^3 + 1 = 0, \quad y(1) = -1, \quad y'(1) = -1.$$

2. Найти структуру общего решения неоднородного уравнения

$$y'' - 2y' - 3y = x^2 e^{3x} + x e^{-x} \sin 3x.$$

3. Решить уравнение

$$y'' - 6y' + 10y = 3e^x + \cos 3x.$$

4. Решить уравнение методом вариации произвольных постоянных

$$y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \frac{\cos^2 x}{\sin x}.$$

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -3y - z, \\ \frac{dz}{dx} = y - z. \end{cases}$$

Критерии оценки знаний студентов на зачете:

1. Оценка «**зачтено**» выставляется студенту, который:

- прочно усвоил предусмотренный программой материал;
- правильно, аргументировано ответил на все вопросы;
- показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов
- без ошибок выполнил практическое задание.

2. Оценка «**не зачтено**» выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

При выставлении как положительной, так и отрицательной оценки, отмечается качество устной и письменной речи студента.

Типовые билеты зачета

Приведены два типовых билета зачета. Полный комплект содержит 53 билетов и находится у преподавателя, ведущего лекции для студентов направления подготовки 140800 «Ядерная физика и технологии»; 140700 «Ядерная энергетика и теплофизика»; 201000 «Биотехнические системы и технологии»; 140100 «Теплоэнергетика и теплотехника».

**Фонд оценочных средств по обыкновенным
дифференциальным уравнениям**

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Дисциплина «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Билет №

1. Укажите тип уравнения и решите одно из них.

а) $e^y y' \sqrt{x+1} - \sqrt{e^y + 1} = 0$. б) $(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0$.

в) $y' + 2xy = 2x^3 y^3$.

г) $\left(\ln y - \frac{2x}{y \cos^2 x^2} + 1 \right) dx + \left(\frac{x}{y} + \frac{\operatorname{tg} x^2}{y^2} \right) dy = 0$.

2. Указать структуру общего решения уравнения, не находя не находя
коэффициентов его частных решений.

$$y''' - 4y'' + 8y' = xe^{2x} - e^{-2x}(\cos 2x + x \sin 2x).$$

3. Решить уравнения.

а) $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$.

б) $y'' - 2y' + y = \cos x$

Экзаменатор

Доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой

Проф. Куркин А.А.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Дисциплина «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

Билет №

1. Укажите тип уравнения и решите одно из них.

а) $x^2 y' = xy + y^2 e^{-\frac{x}{y}}$ б) $y' - \frac{2y}{x} = \ln x$

Фонд оценочных средств по обыкновенным дифференциальным уравнениям

в) $x^2 y^2 y' + xy^3 = 1$

г) $(12x^2 y + 2xye^{x^2} + 2)dx + (4x^3 + e^{x^2})dy = 0.$

2. Указать структуру общего решения уравнения, не находя коэффициентов его частных решений.

$$y''' - y' = e^x(x - x^2 + x^3) - \sin x - 3x \cos x.$$

3. Решить

а) $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y, \\ \dot{y} = x - y. \end{cases}, x(0) = 1, y(0) = 2.$ б) $y'' + 3y' = 18x - 4$

Экзаменатор

Доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой

Проф. Куркин А.А.

Комплект заданий для расчетно-графических работ по дисциплине «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

Программа дисциплины «Обыкновенные дифференциальные уравнения» предполагает выполнение расчетно-графических работ во 2 семестре. Студент должен выполнять расчетно-графические работы по варианту, номер которого совпадает с его номером в списке студентов своей группы.

Критерии оценки расчетно-графической работы:

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту в том случае, если все задачи решены, к задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие);
- оценка «**не зачтено**» ставится в том случае, если какая-либо задача отсутствует или приведены недостаточные пояснения к решению задачи.

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$x\sqrt{5 + y^2}dx + y\sqrt{4 + x^2}dy = 0.$$

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

Фонд оценочных средств по обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$x \frac{dy}{dx} = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

3. Найти решение задачи Коши.

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

4. Найти решение задачи Коши.

$$dx + (2x + \sin 2y - 2\cos^2 y)dy = 0, \quad y(x = -1) = 0.$$

5. Найти решение задачи Коши.

$$\frac{dy}{dx} + y = xy^2, \quad y(0) = 1.$$

6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$xy^2 dx + y(x^2 + y^2)dy = 0.$$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} = 12x^3.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 5.$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y''' - 6y' + 9y = 4xe^x.$$

10. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \cos 6x.$$

11. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 5y' = 50 \operatorname{ch} 5x.$$

12. Найти решение задачи Коши.

$$y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

Составитель _____ Е.А.Чернова
(подпись)

**Фонд оценочных средств по обыкновенным
дифференциальным уравнениям**

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

Вопросы к зачету

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ЗНАТЬ»

1. Комбинаторика.
2. Вычисление вероятности (классическая модель).
3. Геометрическая вероятность.
4. Основные теоремы теории вероятностей (теоремы сложения и умножения для независимых событий, теорема умножения для 2-х зависимых событий, теорема сложения совместных событий).
5. Условная вероятность.
6. Формула полной вероятности, Формулы Байеса.
7. Повторение испытаний . Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.
8. Теорема Пуассона.
9. Интегральная теорема Лапласа. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
10. Дискретная случайная величина. Распределения дискретной случайной величины (биномиальное , распределение Пуассона). Поток событий.
11. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Средне-квадратическое отклонение. Начальные и центральные теоретические моменты.
12. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева.
13. Интегральная функция распределения . Ее свойства.
14. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Ее свойства.
15. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
16. Законы распределения непрерывной случайной величины. Равномерное распределение и его характеристики.
17. Показательное распределение и его характеристики.
18. Нормальное распределение непрерывной случайной величины. Его характеристики. Правило 3-х сигм.
19. Основные понятия выборочного метода: выборочная совокупность, генеральная совокупность, повторная и бесповторная выборки. Различные способы отбора.
20. Статистическое распределение выборки Эмпирическая функция распределения. Теоретическая функция распределения. Полином и гистограмма.
21. Статистические оценки параметров распределения. Понятие генеральной и выборочной средней. Генеральная дисперсия. Выборочная дисперсия.
22. Доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии.
23. Статистические гипотезы. Статистическая проверка гипотез. Критерий χ^2 .
24. Элементы теории корреляции.

Вопросы для проверки уровня обучаемости «УМЕТЬ»

1. Уметь применить формулы комбинаторики для решения задач.
2. Уметь решать задачи на алгебру событий.
3. Уметь применять теоремы сложения и умножения для решения задач.
4. Решать задачи на повторение испытаний.
5. Дискретная случайная величина. Уметь составить закон распределения, найти числовые характеристики.

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

6. Непрерывная случайная величина. Уметь найти интегральную функцию распределения по дифференциальной и наоборот, найти числовые характеристики.
7. Уметь решать задачи на равномерное, нормальное и показательное распределения непрерывной случайной величины.
8. Уметь построить вариационный ряд, найти статистическое распределение выборки, построить полигон и гистограмму.
9. Найти точечные и интервальные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения.
10. Уметь проверить гипотезу о нормальном и показательном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона.
11. Уметь построить выборочные уравнения регрессии, найти коэффициент корреляции.

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ВЛАДЕТЬ»

Образцы тестовых заданий

Образец №1

1. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
2. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
3. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.
4. Детали, изготавливаемые заводом, попадают на проверку к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму – 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым – 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

Образец №2

1. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 рублей и десять выигрышей по 1 рублю. Найти закон распределения случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.
2. По заданному закону распределения случайной величины X найти $M(Y)$, $D(Y)$, $\sigma(Y)$.

0	1	2	3
0,94	0,03	0,02	?

$$Y = -2X + 1.$$

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

3. Определить при каком C заданная функция $f(X)$ является функцией плотности распределения случайной величины. Найти функцию распределения $F(X)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$, $p(a < X < b)$. Построить графики функций $f(X)$ и $F(X)$.

$$f(X) = \begin{cases} Cx^3, & x \in (0,2]; \\ 0, & x \notin (0,2]; \end{cases} \quad \begin{matrix} a = -1, \\ b = 1. \end{matrix}$$

Образец №3

1. Даны результаты наблюдений случайной величины X . Разделив интервал значений X на 10 равных частей, построить гистограмму и эмпирическую функцию распределения.

5,4	5,3	5,5	13,7	1,8	19,7	8,8	4,4	14,5
6,4	13,3	8,7	8,3	10,3	0,1	5,2	11,4	9,7
10,3	9,0	3,0	9,7	-2,5	7,5	1,9	14,4	17,1
19,4	6,4	12,9	9,1	6,5	-1,8	7,7	-3,5	3,9
7,6	11,6	11,5	9,6	2,5	1,0	-0,1	-1,8	3,2
12,8	14,6	11,3	5,2	6,4	5,7	13,9	6,5	

2. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным $n = 5$ наблюдений:

X	1,00	1,50	3,00	4,50	5,00
Y	1,25	1,40	1,50	1,75	2,25

Критерии оценки знаний студентов на зачете:

1. Оценка «**зачтено**» выставляется студенту, который:
- прочно усвоил предусмотренный программой материал;
 - правильно, аргументировано ответил на все вопросы;
 - показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов
 - без ошибок выполнил практическое задание.
2. Оценка «**не зачтено**» выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.
- При выставлении как положительной, так и отрицательной оценки, отмечается качество устной и письменной речи студента.

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

Типовые билеты зачета

Приведены два типовых билета зачета. Полный комплект содержит 36 билетов и находится у преподавателя, ведущего лекции для студентов направления подготовки 140800 «Ядерная физика и технологии»; 140700 «Ядерная энергетика и теплофизика»; 201000 «Биотехнические системы и технологии»; 140100 «Теплоэнергетика и теплотехника».

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»

Билет №

1. В лаборатории кафедры имеется 10 клавишных машин первой доставки и 8 машин из второй доставки. Вероятность того, что за время расчета машина 1-го типа выйдет из строя равна 0.65, для 2-го типа – 0.3. Студент производит расчет на удачу выбранной машине. Какова вероятность выполнить расчет.
2. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины соответственно равны 20 и 5. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале (15, 25).
3. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0.99 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности, если даны среднее квадратическое отклонение равно 4, выборочная средняя равна 10.2, объем выборки равен 16.

Экзаменатор

Доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой

Проф. Куркин А.А.

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»
Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»

Билет №

- 1 В партии из 50 деталей имеется 10 нестандартных. Наудачу отобрано 4 детали. Составить ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
- 2 Аппаратура содержит 2000 одинаково надежных элементов. Вероятность отказа для каждого из них равна 0.0005. Какова вероятность отказа хотя бы одного из элементов.
- 3 Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0.99 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака генеральной совокупности, если даны среднее квадратическое отклонение равно 5, выборочная средняя равна 16.8, объем выборки равен 25.

Экзаменатор

Доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой

Проф. Куркин А.А.

Комплект заданий для расчетно-графических работ по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает выполнение расчетно-графических работ в 4 семестре. Студент должен выполнять расчетно-графические работы по варианту, номер которого совпадает с его номером в списке студентов своей группы.

Критерии оценки расчетно-графической работы:

1. оценка «**зачтено**» выставляется студенту в том случае, если все задачи решены, к задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие);
2. оценка «**не зачтено**» ставится в том случае, если какая-либо задача отсутствует или приведены недостаточные пояснения к решению задачи.

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Сколько существует шестизначных чисел, которые делятся на
2. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар черный или синий.
3. В прямоугольник $5 \times 4 \text{ см}^2$ вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?
4. На автобазе работает 30% водителей 1-ого класса, 50% 2-ого класса и 20% - 3-его класса. Вероятности попасть в аварию для них соответственно равны 0,01; 0,03 и 0,01. На линии произошла авария. Какова вероятность того, что за рулем был водитель 1-ого класса.
5. Производятся последовательные испытания 5 приборов на надежность. Испытания заканчиваются, если прибор оказался ненадежным. Построить ряд распределения числа испытаний, если вероятность выдержать испытания для прибора равна 0,9.
6. Вероятность совершить покупку равна 0,9. Найти вероятность того, что из 10 покупателей покупку сделают 7; не менее трех.
7. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(Y)$, $D(Y)$, $G(Y)$, а также найти и построить функцию распределения дискретной случайной величины Y :

$Y = 3X + 8$				
-1	0	1		
0,4	0,2	?		

8. Определить, при каком значении параметра C заданная функция $f(x)$ является функцией плотности случайной величины, найти функцию распределения $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$, $p(a < x < b)$ и построить графики $f(x)$, $F(x)$.

$f(x) = \begin{cases} Ce^x, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0, \end{cases} \quad \begin{matrix} a = -\infty, \\ b = -1. \end{matrix}$	
---	--

9. При заданных $M(X)$, $D(X)$ случайной величины X , распределенной по нормальному закону, найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале (a, b) .

$M(X) = 7, \quad D(X) = 1, \quad a = 4, \quad b = 6.$	
---	--

10. Для случайных величин X и Y , принимающих значения $X = x_i$, $Y = y_i$ ($i = \overline{1, n}$):
 - 1) вычислить коэффициент корреляции;
 - 2) получить уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y ;
 - 3) построить прямые регрессии и нанести на график табличные точки (x_i, y_i) .

x	2,7	4,6	6,3	7,8	9,2	12,0	13,4	14,7
y	17,0	16,2	13,3	9,7	9,9	6,2	5,8	5,7

Фонд оценочных средств по теории вероятностей и математической статистике

11. Даны результаты наблюдений случайной величины X . Разделив интервал значений X на десять равных частей, построить группировку, гистограмму, эмпирическую функцию распределения, найти оценки математического ожидания и дисперсии исследуемой случайной величины. На основе этих построений выдвинуть гипотезу о законе распределения X и на графике гистограммы изобразить выравнивающую кривую. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ по критерию χ^2 Пирсона установить согласие или несогласие выдвинутой гипотезы с результатами наблюдений.

19,3	6,3	23,1	5,9	0,4	0,9	7,4	1,6	21,0
6,0	3,8	3,1	6,4	17,1	3,3	0,4	0,5	19,4
19,1	0,6	2,8	1,6	0,2	16,9	11,1	6,4	5,1
16,1	5,1	10,3	11,3	0,8	9,4	10,2	3,0	0,1
7,1	3,9	8,4	2,4	8,7	15,5	4,5	4,7	20,6
9,4	23,5	17,0	4,5	14,9	8,4	12,6	13,6	

Составитель _____ Е.А.Чернова
(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

Вопросы к экзамену

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ЗНАТЬ»

1. Основные понятия теории рядов. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Достаточные признаки сходимости числовых рядов (признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак Коши).
2. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
3. Действия над рядами. Ряды с комплексными числами.
4. Функциональные ряды. Основные понятия. Признаки сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
5. Ряды Фурье. Ряды Фурье для четных, нечетных, непериодических функций. Неравенство Бесселя. Равенство Ляпунова-Парсеваля. Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье.
6. Формы записи комплексных чисел и действия над ними.
7. Функции комплексного переменного.
8. Предел последовательности комплексных переменных. Непрерывность.
9. Дифференцирование функций комплексного переменного. Понятие аналитической функции. Условия Коши-Римана. Вычисление производных. Геометрический смысл производной.
10. Интегрирование функций комплексного переменного. Теорема Коши. Интеграл Коши.
11. Ряды функций комплексного переменного. Числовые ряды. Основные признаки сходимости. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряд Тейлора. Ряды Лорана.
12. Классификация особых точек.
13. Вычеты. Теорема Коши о вычетах. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.
14. Операционное исчисление. Функция –оригинал, функция –изображение. Свойства преобразования Лапласа. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем д.у. операционным методом.

Вопросы для проверки уровня обучаемости «УМЕТЬ»

1. Применять признаки сходимости к исследованию сходимости ряда.
2. Находить область сходимости функционального ряда.
3. Раскладывать функцию в ряд Тейлора.
4. Применять ряды к приближенным вычислениям.
5. Вычислять коэффициенты ряда Фурье.
6. Доопределяя на всю числовую прямую заданную в промежутке $(0, l)$ функцию до периодической, получать для нее ряды Фурье по косинусам и синусам.
7. Находить амплитудный спектр.
8. Представлять интегралом Фурье функцию, продолжая её на $(-\infty, 0)$: а) чётным образом, б) нечётным образом.

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

9. Находить модуль и аргумент комплексного числа.
10. Строить на комплексной плоскости точки вида $x + iy$, окружности вида $|z - z_0| = R$.
11. Представлять комплексное число $x + iy$ в тригонометрической и показательной форме.
12. Возводить в степень комплексное число.
13. Находить все значения корня от комплексного числа.
14. Находить значения основных функций комплексного переменного (КП) и представлять эти значения в алгебраической форме: e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{Ln} z$, a^z , $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$.
15. Проверять, является ли данная комплекснозначная функция дифференцируемой.
16. Восстанавливать аналитическую функцию по ее действительной (мнимой) части.
17. Вычислять интеграл от функции комплексного переменного.
18. Применять интегральную формулу Коши для вычисления интеграла от функции комплексного переменного по замкнутому контуру.
19. Применять формулу для высших производных к вычислению интеграла от функции комплексного переменного по замкнутому контуру.
20. Раскладывать функцию КП в ряд Лорана в кольце.
21. Определять тип изолированной особой точки функции.
22. Вычислять вычет в изолированной особой точке.
23. Применять теорию вычетов к вычислению интегралов от функции КП.
24. Вычислять интегралы действительного переменного с помощью вычетов.
25. Уметь находить функцию-оригинал по изображению. Уметь находить изображение по оригиналу. Применять операционный метод к решению линейных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

Вопросы для проверки уровня обучаемости «ВЛАДЕТЬ»

Тема «Ряды»

1. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n^2+1}{n+3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{3^n}}.$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\ln(n+1)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\sin n}{n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (6n-5)}{10^n}.$$

2. Разложить функцию $\frac{9}{20-x-x^2}$ в ряд Тейлора по степеням x .
3. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^{2n}.$$

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

4. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

5. Вычислить приближенно с точностью до 10^{-4} интеграл

$$\int_0^{1/4} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Вариант проверочной контрольной работы.

1. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}$.
2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 8^n x^{2n} \operatorname{tg} \left(\frac{x}{4\sqrt{n}} \right)$.
3. Разложить в ряд Тейлора и указать область сходимости $y = \operatorname{arctg} x$ по степеням x .
4. Разложить в ряд Тейлора и указать область сходимости $y = \sin^2 x$ по степеням x .
5. Разложить функцию $f(x) = x + 1$, заданную на $(0, \pi)$, по синусам кратных дуг.
Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 2n}{n}$.
6. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 6n + 5)x^{n+1}$.

Тема «ТФКП»

1. Даны два комплексных числа $z_1 = 2 - i, z_2 = 3 - i$. Найти $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 z_2, \frac{z_1}{z_2}$.
2. Даны два комплексных числа $z_3 = -4, z_4 = 1 + i\sqrt{3}$. Найти $\left(\frac{z_3}{z_4}\right)^{12}, \sqrt[3]{\frac{z_3}{z_4}}$.
3. Вычислить $\operatorname{Ln} i, \sin \pi i, i^{2i}$.
4. Вычислить интеграл $\int_C (2 + \bar{z}) dz$ по дуге $C: x = y^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 4 - 2i$.
5. Восстановите аналитическую функцию $f(z)$ по ее действительной части $u(x, y) = x^2 - y^2 - 2y$.
6. Вычислить интеграл $\int_C \frac{e^z dz}{z(1-z)^3}$ в зависимости от того, где находятся: а) точка 0 лежит внутри, а точка 1 вне контура C ; б) точка 1 лежит внутри, а точка 0 вне контура C ; в) точки 0 и 1 внутри контура C .
7. Разложите функцию $\frac{z+5}{z^2+z-12}$ в ряд Лорана в областях: а) $3 < |z| < 4$, б) $|z| > 4$, в) $0 < |z + 4| < 7$.
8. Для следующих функций найти особые точки, выяснить их тип и вычислить вычет: $\frac{e^z - 1}{\sin \pi z}; \operatorname{sh} \frac{2}{z}$.
9. Вычислить интеграл

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

$$\oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z \cos z} dz.$$

10. Используя вычеты, вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx.$$

11. Используя вычеты, вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 \sin x + 5}.$$

Вариант проверочной работы

1. Вычислить интеграл $\int_l (2z+1)\bar{z} dz$, где $l: |z|=1, 0 \leq \arg z \leq \pi$.

2. Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши $\oint_{|z|=4} \frac{z^2}{(z-2)^2(z+6)} dz$.

3. Разложить $f(z) = \frac{2z-3}{z^2-3z+2}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$.

Вариант проверочной работы

1. Определить характер особых точек функций и найти вычет в них

А) $f(z) = \frac{\sin z}{z}$; Б) $f(z) = (z+1) \cdot e^{\frac{1}{z}}$.

2. Вычислить интеграл $\int_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2}-1}{z^3-i \cdot z^2} dz$.

3. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(x^2+4)}$.

Критерии оценки знаний студентов при сдаче экзамена:

- Оценка «отлично» ставится в том случае, если студент прочно усвоил программный материал, грамотно и логично излагает его при ответе, не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса, глубоко изучил источники и литературу, умеет самостоятельно излагать их содержание, делать обобщения и выводы, задача решена верно с подробными выкладками (или устными пояснениями).
- оценка «хорошо» ставится, если студент обладает достаточно полным знанием программного материала; его ответ представляет грамотное изложение учебного

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий и определений; правильно применены теоретические положения при решении задачи, однако допускает отдельные неточности и пробелы в знаниях и (или) при решении задачи допущены незначительные ошибки, приведшие к неверному ответу.

- оценка «**удовлетворительно**» ставится в том случае, если студент усвоил только основную часть программного материала, допускает неточности, непоследовательность в изложении материала, затрудняется применить знания к решению задачи.
- оценка «**неудовлетворительно**» ставится, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают.

Типовые билеты экзамена

Приведены два типовых билета экзамена. Полный комплект содержит 45 билетов и находится у преподавателя, ведущего лекции для студентов направления подготовки 140800 «Ядерная физика и технологии»; 140700 «Ядерная энергетика и теплофизика»; 201000 «Биотехнические системы и технологии»; 140100 «Теплоэнергетика и теплотехника».

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»
Дисциплина «ТЕОРИЯ РЯДОВ И ТФКП»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[n]{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{n-1}{n^3-n}$.
2. Вычислить $(2+2i)^7$.
3. Восстановить аналитическую функцию $f(z) = u + iv$, если $v = 2xy - 2y$, $f(0) = 1$.
4. Вычислить интеграл $\int_{|z|=1} \frac{e^z}{(z-3)z^2} dz$.
5. Найти оригинал $F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2+2)}$.

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

-
6. Разложить функцию $f(z) = \frac{2z-3}{z^2-3z+2}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$.
7. Решить дифференциальное уравнение $x'' + x = te^t + 4 \sin t$, $x(0) = x'(0) = 0$.
-
8. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x}{a + b \cos x} dx$, $a > b > 0$.
-
9. Теорема Коши о вычетах.
-

Экзаменатор
доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой «Прикладная математика»
проф. Куркин А.А.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

Кафедра «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»
Дисциплина «ТЕОРИЯ РЯДОВ И ТФКП»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left(e^{\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}} - 1 \right)$.
2. Найти все значения $\sqrt[4]{1+i}$.
3. Восстановить аналитическую функцию $f(z) = u + iv$, если $v = x^2 - y^2 + 2x + 1$, $f(0) = i$.
4. Вычислить интеграл $\int_{|z|=2} \frac{\sin z}{(z+5)(z-1)^2} dz$.

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

5. Найти оригинал $F(p) = \frac{1}{(p-1)^2(p+2)}$.

6. Разложить функцию $f(z) = \frac{2z+8}{z^2+8z+15}$ в ряд Лорана в кольце $3 < |z| < 5$.

7. Решить дифференциальное уравнение $x'' - 2x' + x = t - \sin t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

8. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2+3}{(x^2-10x+29)^2} dx$.

9. Признак Даламбера сходимости числовых рядов.

Экзаменатор
доц. Чернова Е.А.

Зав. кафедрой «Прикладная математика»
проф. Куркин А.А.

Комплект заданий для расчетно-графических работ по дисциплине «Ряды», «ТФКП»

Программа дисциплины «ТФКП» предполагает выполнение расчетно-графических работ в 3 семестре. Студент должен выполнять расчетно-графические работы по варианту, номер которого совпадает с его номером в списке студентов своей группы.

Критерии оценки расчетно-графической работы:

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту в том случае, если все задачи решены, к задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие);
- оценка «**не зачтено**» ставится в том случае, если какая-либо задача отсутствует или приведены недостаточные пояснения к решению задачи.

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме «Ряды»

Задача 1. Исследовать на сходимость числовые ряды

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin 3^n}{n!}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n n^2$$

c)
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

d)
$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$$

e)
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

f)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin 3^n}{3^n}$$

Задача 2. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n^2 + 1} (x-2)^{2n}$$

Задача 3. Вычислить сумму ряда с точностью до 0,001:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}$$

Задача 4. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:

$$\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

Задача 5. Разложить элементарную функцию

$$f(x) = x + 1, \quad x \in [0,1],$$

на заданном интервале в ряд Фурье: 1) по синусам; 2) по косинусам; 3) получить одно из разложений общего вида. Для каждого случая построить графики периодического продолжения $f(x)$ и суммы ряда Фурье.

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме «ТФКП»

Задача 1. Вычертить область.

$$|z-1| \leq 1; |z+1| > 2.$$

Задача 2. Найти все значения корня.

$$\sqrt[4]{-1}.$$

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

Задача 3. Вычислить значение функции $w = f(z)$ в точке z_0 .

$$w = \cos 2z, \quad z_0 = 1 + i.$$

Задача 4. Восстановить аналитическую функцию $f(z) = u + iv$.

$$u = x^2 - y^2 - 2y; \quad f(0) = 0.$$

Задача 5. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного.

$$\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz; \quad AB : \text{отрезок прямой}$$
$$z_A = 0, \quad z_B = 2 + 2i.$$

Задача 6. Найти все Лорановские разложения по степеням $z - z_0$.

$$\frac{z+1}{z(z-1)}, \quad z_0 = 1 + 2i.$$

Задача 7. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$z \cdot e^{\frac{1}{z-2}}, \quad z_0 = 2.$$

Задача 8. Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши.

$$\int_{|z-i|=3} \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz.$$

Задача 9. Вычислить интеграл с помощью вычетов.

$$\oint_{|z-3|=2} \left(z \cdot \operatorname{sh} \frac{1}{z-3} - \frac{2 \sin \frac{\pi z}{8}}{(z-4)^2 (z-6)} \right) dz.$$

Задача 10. Вычислить интеграл.

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{\left(1 + \sqrt{\frac{10}{11}} \cos t \right)^2}.$$

Задача 11. Вычислить интеграл.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

Задача 12. Найти оригинал.

$$\frac{1}{p^3(p^2 - a^2)}.$$

Задача 13. Операционным методом решить дифференциальное уравнение

Фонд оценочных средств по теории функций комплексного переменного

$$y'' + 4y = \sin 2t,$$
$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Задача 14. Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2, & x(0) = -1, \\ \dot{y} = x - y + 1, & y(0) = 2. \end{cases}$$

Составитель _____ Е.А.Чернова
(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Фонд оценочных средств по математическому анализу

1. Комплект оценочных средств

1.1. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости студентов.

Проведение текущего контроля успеваемости студентов по дисциплине «Математический анализ» заключается в решении и анализе следующих практических заданий.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Вычислить пределы:

$$\begin{aligned} &\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x + 7} \right)^x; \\ &\text{д) } \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}. \end{aligned}$$

$$12. \text{ Исследовать функцию } f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 1, \\ 3^{\frac{1}{x-2}}, & x \geq 1 \end{cases} \text{ на непрерывность: найти точки разрыва}$$

функции и определить их тип. Вычислить $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Построить график функции.

13. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \frac{\sin x}{\cos^2 x} + \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}; \quad \text{б) } \begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \end{cases} \quad \text{в) } x^2 y - x \sin x y^2 = 0.$$

$$14. \text{ Вычислить предел, используя правило Лопиталя } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}.$$

$$15. \text{ Провести полное исследование функции } y = \frac{1+x^2}{1-x^2} \text{ и построить ее график}$$

1. Исследовать поведение функции $y = 4x - x^2 - 2\cos(x - 2)$ в окрестности точки $x_0 = 2$ с помощью производных высших порядков.

$$y(2) = 8 - 4 - 2 = 2$$

$$y' = 4 - 2x + 2\sin(x - 2)$$

$$y'(2) = 4 - 2 \cdot 2 + 2\sin(2 - 2) = 0$$

$$y'' = -2 + 2\cos(x - 2)$$

$$y''(2) = -2 + 2\cos(2 - 2) = 0$$

$$y''' = -2\sin(x - 2)$$

$$y'''(2) = -2\sin(2 - 2) = 0$$

$$y'''' = -2\cos(x - 2)$$

Так как производная чётного порядка не равна 0, то $x_0=2$ – точка экстремума функции $y = 4x - x^2 - 2\cos(x - 2)$. Так как у нас получилось, что $y''''(2) < 0$ значит точка x_0 локальный максимум. Функция обращена выпуклостью кверху.

Провести полное исследование функции и построить её график.

a) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

1) Область определения

$$D(y) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$

2) Точки разрыва

$$x = 1$$

3) Интервалы возрастания и убывания

$$y' = -\frac{x^2 - x + 1 - 2x^2 + 3x - 1}{(x - 1)^2} = \frac{x(x - 2)}{(x - 1)^2}$$

$$y' = 0 \text{ при } x = 0, x = 2$$

x	$(-\infty; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; +\infty)$
y'	+	-	-	+
y	↗	↘	↘	↗

Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Убывает при $x \in (0; 1) \cup (1; 2)$

4) Точки максимума и минимума

$x = 0$ - точка максимума

$$y(0) = \frac{0(0 - 2)}{(0 - 1)^2} = 0$$

$x = 2$ - точка минимума

$$y(2) = \frac{2(2 - 2)}{(2 - 1)^2} = 0$$



5) Области выпуклости и вогнутости графика, точки перегиба

$$y'' = \frac{(2x-2)(x^2-2x) - (x-1)^2(2x-2)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2}{(x-1)^3}$$

$$y'' = 0: \Leftrightarrow 2 = 0, \text{ но } 2 \neq 0$$

точек перегиба нет

x	$(-\infty; 1)$	$(1; +\infty)$
y''	$+$	$+$
y	вогнута 	вогнута 

б) Асимптоты

а) вертикальные

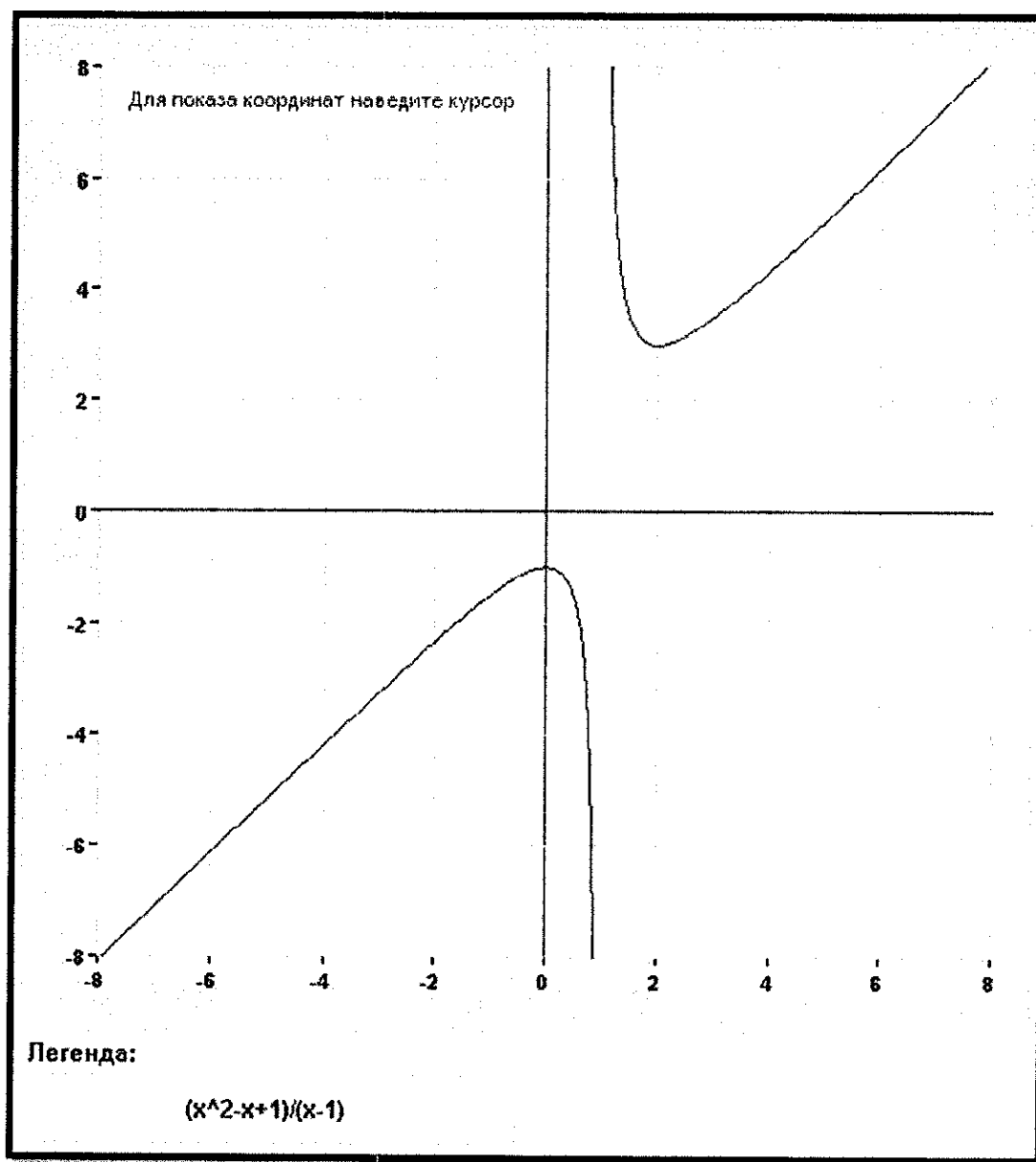
$$x = 1$$

б) наклонные $y = kx + b$

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x-1} - x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$$

$y = x$ – горизонтальная асимптота



Найти первообразные функций $f(x)$:

1. 1) $1/\sqrt[5]{x}$, 2) $\sqrt[m]{abx^3}$, 3) $\sqrt{(1-x^2)/(1-x^4)}$, 4) $a^2/(a - (x\sqrt{a})^2)$, 5) $1/\sqrt{2-2x^2} - 3^{-x}$,
6) $\frac{1}{2}(x^2 - 3)/(1 + x^2)$, 7) $x^2/(1 - x^2)$, 8) $(3 - x^2)^3$, 9) $(1 - \sin^3 x)/\sin^2 x$, 10) $\sin(3x + 5)$, 11) $\operatorname{tg} x$, 12) $x\sqrt{x+1}$, 13) $(2x - 3)(x^2 - 3x + 1)^{10}$, 14) $1/(\operatorname{sh}^2 x \operatorname{ch}^2 x)$, 15) $\ln^2 x/x$,
16) $1/\sqrt{1-x^2} \arcsin x$.
2. 1) $a\sqrt{x}$, 2) $3/\sqrt[n]{x}$, 3) $1/\sqrt{49m^2 + (7mx)^2}$, 4) $1/(1+x) - 1/(1-x)$, 5) $2^x + \sqrt{1/x}$,
6) $(xe^x - \sqrt{x})/x$, 7) $(1 - 1/x^2)\sqrt{x\sqrt{x}}$, 8) $e^x(1 + e^{-x}/\cos^2 x)$, 9) $\frac{1}{3}x^2/(1 + x^2)$,
10) $(3x - 2)^{15}$, 11) $\exp(5x + 3)$, 12) $x\sqrt[3]{x-1}$, 13) $x(1 + x^2)^{1/2}$, 14) $\operatorname{ctg} x$,
15) $\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}/(1 + x^2)$, 16) $1/(\operatorname{tg} x \ln^2 \sin x)$.
3. 1) $(5 + \sqrt[3]{5})x/5 - \sqrt[3]{51}$, 2) $x^{n+m}\sqrt{x^{m-n}}$, 3) $2 + (1 - \sqrt{1+x^2})/(\sqrt{1+x^2})$,
4) $(2 + (x\sqrt{2})^2)/(3 - (x\sqrt[4]{3})^4)$, 5) $4\cos x - 5/\sqrt{9-9x^2}$, 6) $x^2/(x^2 - 1)$, 7) $(x\sin 2x +$

$\sqrt[3]{x} \cos x) / x \cos x$, 8) $\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2} / x^3$, 9) $(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2})^2$, 10) $\operatorname{sh}^2 ax$, 11) $1/(\sin x \cos x)$, 12) $x(a^2 + b^2 x^2)^{1/2}$, 13) $\ln^4 x / x$, 14) $1/(1 + e^x)$, 15) $\cos x / \sqrt{\sin^2 x + 3}$, 16) $e^{-x/2}$.

4. 1) $x^5 \sqrt[3]{6/8}$, 2) $a/\sqrt[3]{x^p}$, 3) $(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2})/\sqrt{1-x^4}$, 4) $121/(11 + (x\sqrt{11})^2)$,
 5) $3/\sqrt{4-4x^2} - \sin x$, 6) $10^{-x} + (x^2 + 2)/(x^2 + 1)$, 7) $(1 + \cos^2 x)/(1 + \cos 2x)$,
 8) $(2^{x+1} - 5^{x-1})/10^x$, 9) $1/x + 1/x^2 + 1/x^3$, 10) $(1 + 1/x)^8/x^2$, 11) $x^2/(x^2 + 3)$,
 12) $x\sqrt{a^2 - x^2}$, 13) $e^{3 \cos x} \sin x$, 14) $\cos \ln x / x$, 15) $e^x \sqrt{\operatorname{arctg} e^x} / (1 + e^{2x})$,
 16) $x^3 \sqrt[3]{1+x^2}$.

5. 1) $\sqrt[5]{px/q}$, 2) $\frac{3}{4}x\sqrt{x}/\sqrt[3]{x}$, 3) $(x + \sqrt{1+x^2})/x\sqrt{1+x^2}$,
 4) $(1+x^2 + (1-x^2)\sqrt{1+x^2})/(1-x^4)$, 5) $\cos x + 2\sqrt[5]{x^3}$, 6) $(x^2 + 2)/(x^2 - 1)$,
 7) $(\cos^3 x - \sin x \cos^2 x + 1)/\cos^2 x$, 8) $\operatorname{tg}^2 x$, 9) $(2\sqrt{x} + 1)^2/x^2$, 10) $5 + 3 \sin 5x + 2 \cos 3x$, 11) $x^2/(x^3 + 1)$, 12) $x/(1+x^4)$, 13) $x \cos x^2$, 14) $x/\sqrt[3]{1-3x}$,
 15) $x^2 \ln(x^3 + 1)/(x^3 + 1)$, 16) $x^2/\sqrt{x^6 - 2}$

6. Вычислить интегралы:

$$\int \operatorname{arctg}(\sqrt{4x-1}) dx, \int (x^2 + x + 1) \cdot \cos x dx, \int x^2 \cdot \ln(2 + 3x^3) dx.$$

7. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x-1}} dx, \int \frac{x^4 + x + 3}{x^3 - x - 6} dx, \int \frac{5 \operatorname{tg} x + 2}{2 \sin 2x + 5} dx.$$

8. Вычислить интегралы:

$$\int_0^{2\pi} x \cos(x) dx, \int_0^3 x \sqrt{1+x} dx,$$

9. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2 + 1$ и $x + y = 3$.
 10. Найти площадь области ограниченной эллипсом $x = a \cos t$, $y = b \sin t$.
 11. Найти площадь кардиоиды $\rho = a(1 + \cos(\varphi))$.
 12. Найти длину дуги полукубической параболы $y = x^{3/2}$ от $x = 0$ до $x = 5$.
 13. Найти длину дуги астроиды $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.
 14. Найти длину дуги кривой $\rho = 5e^{5\varphi/12}$, $-\pi \leq \varphi \leq \pi$.
 15. Найти объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ вокруг оси Ox .
 16. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x + x^2)}{(x^4 + 2\sqrt{x})(3x^2 + 2x + 11)} dx;$$

$$\int_0^1 \frac{\cos^3 1/x}{\sqrt{4x^4 + 2x^2 + 3x}} dx;$$

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{2/x^2} - 1}{1 + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x}} dx;$$

$$\int_0^1 \frac{\ln(1 + 2x \sin x)}{\sqrt{1 + \sqrt{x^5 - 1}}} dx.$$

Функции нескольких переменных

16. Найти частные производные второго порядка функции $z = e^{x^2 y^2}$.
17. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^2 - y^2$ в точке $M(1, 1)$.
18. Разложить в окрестности нуля по формуле Тейлора до второго порядка включительно с остаточным членом в форме Пеано функцию $z = \ln(1 - x - y)$.
19. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
20. Найти условный экстремум функции $z = xy$ при условии $x^2 + y^2 = 2$.
21. Найти градиент функции $u = \operatorname{tg} x - x + 3 \sin y - \sin^3 y + z + \operatorname{ctg} z$ в точке $M_0(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$.
22. Найти производную функции $u = xy^2 z^3$ в точке $M_0(3, 2, 1)$ в направлении вектора $\vec{M_0 N}$, где $N(5, 4, 2)$.

Ряды

Найти сумму ряда $1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 42n - 40} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 - 8n - 15}$.

Исследовать на сходимость

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3 + n + 1}$, 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 1}{n^2 + n + 2}$, 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}$,
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{\frac{n}{2}}$, 6. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^2(n+1)}$, 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\cos \frac{\pi}{3\sqrt{n}} \sqrt[3]{3n + \ln n}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sin \frac{\pi n}{2}}{n^2}$, 9. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3}$, 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^n (n+1)!}$, 11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$,
12. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n-1)}$, 13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)(1,5)^n}$.

14. Вычислить сумму ряда с точностью 0,001

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n!} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)! 2n}$$

15. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n}}{n!} = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)!}{n^n} = 0$.

Найти область сходимости

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{3n}, \quad 17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{n^{\ln|x|}}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^2}, \quad 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+e^{-1})}.$$

$$20. \text{Доказать равномерную сходимость } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^3}}{n^n} \text{ на } [-3, -1].$$

$$21. \text{Доказать равномерную сходимость } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} \text{ на } [-0,5; 0,5].$$

$$22. \text{Разложить в ряд Маклорена } \frac{7}{12-x-x^2} \cdot x^2 \sqrt{4-3x}.$$

$$23. \text{Вычислить интеграл с точностью до } 0,001 \int_0^{0,4} \sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx.$$

$$24. \text{Вычислить интеграл с точностью до } 0,001 \int_0^{0,2} \cos(25x^2) dx.$$

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задача 1. Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7+5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[3]{n^7+5} + \sqrt{n-5}}. \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{5+8n^3} - 2n \right). \quad 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

Задача 2. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{4x^6 - 1}}{x^3 + 20x - 2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{\sqrt{6+x} - \sqrt{6-x}} \quad 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-7} \right)^{4x}$$

Задача 3. Используя бесконечно малые, вычислить пределы функций

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2 + 1))}. \quad 2) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}. \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

Задача 4. Исследовать функцию

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{1}{x+1}}, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2x, & 0 < x < 2, \\ x - 2, & x \geq 2. \end{cases}$$

на непрерывность: найти точки разрыва функции и определить их тип. Вычислить $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Построить график функции.

Задача 5. Вычислить производную $\frac{dy}{dx}$ функций

а) $y = \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{\sqrt[4]{2x \cos 4x}}$; б) $y = \ln^5(\sin \sqrt{x})$; в) $y = (\log_7 x)^{(x+1)}$; г) $\begin{cases} x(t) = 6(t - \sin t) \\ y(t) = 6(1 - \cos t) \end{cases}$.

Задача 6. Провести полное исследование функции $y = \frac{-x^2 - x + 3}{x^2 - 3x + 3}$ и построить ее график.

Задача 7. Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\operatorname{arctg} 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x^3}$.

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме Функции нескольких переменных

Задача 1. Вычислить производную функции $z = x^2 e^{xy^2}$ в точке $M(1,1)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{2, 0, -1\}$.

Задача 2. Вычислить приближенно $\sqrt[4]{(1697)^3 + 7,98}$.

Задача 3. Показать, что функция $z = \frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению $xz''_{xy} - z'_y = 0$.

Задача 4. Найти второй дифференциал функции $z = xy^2 + \cos(x + y)$.

Задача 5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 - y^2 - 2z = 0$ параллельно плоскости $2x - 2y - z = 0$.

Задача 6. Разложить в окрестности нуля по формуле Тейлора до второго порядка включительно с остаточным членом в форме Пеано функцию $z = \ln(1 - x - y)$.

Задача 7. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Задача 8. Найти условный экстремум функции $z = xy$ при условии $x^2 + y^2 = 2$.

Типовой вариант расчетно-графического задания по теме Ряды

Задача 1. Исследовать на сходимость числовые ряды

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin 3^n}{n!}$$

$$\text{b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1} \right)^n n^2$$

$$\text{c)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\text{d)} \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{\ln(n-2)}}$$

$$\text{e)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$\text{f)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin 3^n}{3^n}$$

Задача 2. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n^2 + 1} (x - 2)^{2n}$$

Задача 3. Вычислить сумму ряда с точностью до 0,001:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n + 1)}$$

Задача 4. Вычислить интеграл с точностью до 0,001:

$$\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$$

Задача 5. Разложить элементарную функцию

$$f(x) = x + 1, \quad x \in [0, 1],$$

на заданном интервале в ряд Фурье: 1) по синусам; 2) по косинусам; 3) получить одно из разложений общего вида. Для каждого случая построить графики периодического продолжения $f(x)$ и суммы ряда Фурье.

1.2. Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации студентов по дисциплине

Промежуточная аттестация студентов производится по окончании семестра во время сессии. Она заключается в проведении экзамена, на котором проверяется уровень освоения деятельностной компоненты в форме оценки способности студентов проводить доказательства теорема, решать практические задания и анализировать отдельные пункты рассуждений и знаниевой компоненты в форме ответа на экзаменационные вопросы и собеседования по результатам письменных ответов на вопросы.

Экзаменационные вопросы и темы для обсуждения.

- 1) Производная.
- 2) Геометрическое истолкование производной.
- 3) Уравнения касательной и нормали к кривой.
- 4) Непрерывность функции, имеющей производную.
- 5) Общие правила дифференцирования (суммы, произведения и частного).
- 6) Производные элементарных функций.
- 7) Производная сложной функции.
- 8) Производная обратной функции.
- 9) Параметрическое задание функций.
- 10) Производная функции, заданной параметрически.
- 11) Дифференциал.
- 12) Инвариантность формы дифференциала.
- 13) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 14) Производная второго порядка от функции, заданной параметрически.
- 15) Теорема Ферма.
- 16) Теорема Ролля.
- 17) Теорема Коши.

- 18) Теорема о конечных приращениях или теорема Лагранжа
- 19) Раскрытие неопределённостей. Правило Лопиталя.
- 20) Формулы Тейлора
- 21) Формула Маклорена.
- 22) Разложения основных элементарных функций.
- 23) Первообразная и неопределенный интеграл.
- 24) Простейшие свойства неопределенного интеграла.
- 25) Теорема о неопределенном интеграле от суммы функций.
- 26) Теорема о постоянном множителе.
- 27) Интегрирование методом замены переменного.
- 28) Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен.
- 29) Формула интегрирования по частям.
- 30) Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
- 31) Интегрирование рациональных дробей.
- 32) Интегрирование с помощью подстановок Эйлера.
- 33) Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций.
- 34) Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 35) Интегрирование некоторых рациональных функций с помощью тригонометрических подстановок.
- 36) Возрастание и убывание функций.
- 37) Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
- 38) Исследование функций на максимум и минимум с помощью второй производной.
- 39) Исследование функций на максимум и минимум с помощью формулы Тейлора.
- 40) Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
- 41) Асимптоты (вертикальные и наклонные).
- 42) Функции двух и многих переменных.

- 43) Геометрическое изображение функции двух переменных.
- 44) Предел, непрерывность, равномерная непрерывность функции нескольких переменных.
- 45) Частные производные функции нескольких переменных.
- 46) Полное приращение и полный дифференциал.
- 47) Дифференцируемость функции нескольких переменных.
- 48) Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
- 49) Частные производные высших порядков.
- 50) Теорема о равенстве смешанных производных.
- 51) Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
- 52) Дифференцирование неявно заданных функций.
- 53) Формула Тейлора для функции двух переменных.
- 54) Экстремум функций нескольких переменных.
- 55) Необходимое условие существования экстремума.
- 56) Достаточные условия существования экстремума для функции двух переменных.
- 57) Условные экстремумы.
- 58) Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
- 59) Метод множителей Лагранжа для функции нескольких переменных.
- 60) Задача о нахождении максимального объема параллелепипеда при заданной боковой поверхности.
- 61) Задача о соответствии между средним геометрическим и средним арифметическим.
- 62) Задача о параллелепипеде, имеющем наименьшую поверхность.
- 63) Понятие числового ряда и его суммы.
- 64) Простейшие свойства сходящихся рядов.
- 65) Необходимый признак сходимости ряда.
- 66) Остаток ряда.
- 67) Критерий Коши.

- 68) Сравнение рядов с положительными членами.
- 69) Признак Даламбера.
- 70) Признак Коши
- 71) Интегральный признак.
- 72) Знакопередающие ряды.
- 73) Теорема Лейбница.
- 74) Знакопеременные ряды.
- 75) Абсолютная и условная сходимость.
- 76) Функциональные последовательности.
- 77) Равномерная сходимость функциональной последовательности.
- 78) Интегрирование предельной функции.
- 79) Дифференцирование предельной функции.
- 80) Функциональные ряды.
- 81) Равномерная сходимость функционального ряда.
- 82) Мажорируемые ряды.
- 83) Теорема «Признак Вейерштрасса».
- 84) Теорема о непрерывности суммы ряда.
- 85) Теорема о почленном интегрировании.
- 86) Теорема о дифференцировании ряда.
- 87) Степенные ряды.
- 88) Теорема Абеля.
- 89) Интервал сходимости.
- 90) Определение радиуса сходимости.
- 91) Равномерная сходимость степенного ряда.
- 92) Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
- 93) Разложение функций в степенные ряды.
- 94) Ряды Тейлора и Маклорена.
- 95) Примеры разложения функций в ряды.

- 96) Теорема единственности.
- 97) Применение рядов для вычисления интегралов.
- 98) Ортогональность тригонометрической системы функций.
- 99) Ортогональные системы функций.
- 100) Определение коэффициентов ряда по формулам Фурье.
- 101) Строгая постановка задачи о разложении функции в ряд Фурье.
- 102) Теорема Дирихле.
- 103) Лемма об интеграле от периодической функции.
- 104) Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
- 105) Разложение в ряд Фурье, период которого отличен от 2π и π .

Критерии оценки знаний студентов при сдаче экзамена:

- Оценка «отлично» ставится в том случае, если студент прочно усвоил программный материал, грамотно и логично излагает его при ответе, не затрудняется с ответом при видоизменении вопроса, глубоко изучил источники и литературу, умеет самостоятельно излагать их содержание, делать обобщения и выводы, задача решена верно с подробными выкладками (или устными пояснениями).
- оценка «хорошо» ставится, если студент обладает достаточно полным знанием программного материала; его ответ представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий и определений; правильно применены теоретические положения при решении задачи, однако допускает отдельные неточности и пробелы в знаниях и (или) при решении задачи допущены незначительные ошибки, приведшие к неверному ответу.
- оценка «удовлетворительно» ставится в том случае, если студент усвоил только основную часть программного материала, допускает неточности, непоследовательность в изложении материала, затрудняется применить знания к решению задачи.
- оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают.