

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Нижегородский государственный технический университет**  
**им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)**

Учебно-научный институт радиоэлектроники и информационных технологий  
(ИРИТ)

*(Полное и сокращенное название института, реализующего данное направление)*

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор института

\_\_\_\_\_ А.В. Мякинков

Подпись

ФИО

«\_10\_» \_\_\_\_06\_\_\_\_ 20\_21\_г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.Б.12            Алгебра и геометрия

*(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)*

**для подготовки бакалавров**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность: Математическое моделирование и компьютерные технологии

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2021

Выпускающая кафедра ПМ

Кафедра-разработчик ПМ

Объем дисциплины 360/10  
часов/з.е

Промежуточная аттестация экзамен

Разработчик: Багаев А.В., к.ф.-м.н., доцент

НИЖНИЙ НОВГОРОД, 2021 год

Рецензент: Ерофеева Л.Н., к.ф.-м.н., доцент, зав. кафедрой «Высшая математика» НГТУ

им. Р.Е. Алексеева

\_\_\_\_\_

*подпись*

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом № 9 МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 10 января 2018 г. на основании учебного плана принятого УМС НГТУ протокол № 6 от 10.06.2021

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры разработчика программы протокол № 9/1 от 4.06.2021

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., профессор Куркин А.А. \_\_\_\_\_

*подпись*

Программа рекомендована к утверждению ученым советом института ИРИТ, Протокол № 1 от 10.06.2021 г.

Рабочая программа зарегистрирована в УМУ, регистрационный № 01.03.02-П-12  
Начальник МО \_\_\_\_\_

Заведующая отделом комплектования НТБ

\_\_\_\_\_

(подпись)

Н.И. Кабанина

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) .....	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	4
3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) .....	4
4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП ВО.....	5
5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	10
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	12
8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	13
9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ	ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕ
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	17
11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	17
12. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	20

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целью освоения дисциплины является овладение студентами основных понятий алгебры и геометрии, а также выработка у них навыков решения типовых задач.

1.2. Задачей освоения является формирование способности использовать математический аппарат алгебры и геометрии для решения задач инженерной деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина (модуль) Б1.Б.12. Алгебра и геометрия включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: математика в объеме курса средней школы.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении следующих дисциплин Математический анализ, Физика, Комплексный анализ, Специальные главы математического анализа, Высшая алгебра, Теория вероятностей и математическая статистика, Дискретная математика, а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

Рабочая программа дисциплины «Алгебра и геометрия» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Таблица 1. - Формирование компетенций дисциплинами очной формы обучения

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры, формирования дисциплины Компетенции берутся из Учебного плана по направлению подготовки бакалавра /специалиста/магистра»							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Алгебра и геометрия								
Математический анализ								
Физика								
Комплексный анализ								
Специальные главы математического анализа								
Высшая алгебра								
Теория вероятностей и математическая статистика								
Дискретная математика								
Выполнение и защита ВКР								

#### 4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОПВО

Таблица 2. - Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Обладает фундаментальными математическими знаниями для решения профессиональных задач	<i>Знать:</i> основные понятия векторной, линейной алгебры и аналитической геометрии; свойства определителей; свойства скалярного, векторного, смешанного произведений, виды уравнений прямой на плоскости, плоскости и прямой в пространстве; канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка; свойства линейных операторов; свойства ортогонального дополнения и ортогональной системы векторов; свойства определителя Грамма; свойства сопряженного, самосопряженного, ортогонального оператора.	<i>Уметь:</i> производить действия над матрицами и векторами; вычислять определители произвольного порядка; находить обратную матрицу; решать матричные уравнения; находить ранг матрицы и системы векторов; решать системы линейных алгебраических уравнений; решать задачи на прямую на плоскости, прямую и плоскость в пространстве; решать задачи на кривые второго порядка; приводить к каноническому виду кривую второго порядка и строить ее; находить ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей; находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора; приводить квадратичную форму к каноническому виду; приводить квадратичную форму к главным осям; приводить матрицу ортогонального оператора к каноническому виду	<i>Владеть:</i> приемами вычисления определителей старших порядков; методами исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; навыками применения векторной алгебры при решении задач аналитической геометрии; методом сечений при исследовании поверхностей второго порядка; навыками приведения матрицы оператора к диагональному, жорданову виду; методами приведения квадратичной формы к каноническому виду; навыками приведения матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду и ортогонального оператора к каноническому виду; приведения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду, используя теорию квадратичных форм.	Контрольные работы, задания РГР	Билеты для экзамена

## 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зач.ед. 360 часов, распределение часов по видам работ семестрам представлено в таблице 3.

Таблица 3. - Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Вид учебной работы	Трудоёмкость в час		
	Всего час.	В т.ч. по семестрам	
		№ сем 1	№ сем 2
<b>Формат изучения дисциплины</b>	с использованием элементов электронного обучения		
<b>Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану</b>	<b>360</b>	<b>180</b>	<b>144</b>
<b>1. Контактная работа:</b>	<b>145</b>	<b>72</b>	<b>73</b>
<b>1.1.Аудиторная работа, в том числе:</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
занятия лекционного типа (Л)	68	34	34
занятия семинарского типа (ПЗ-семинары, практ. Занятия и др)	68	34	34
лабораторные работы (ЛР)			
<b>1.2.Внеаудиторная, в том числе</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
курсовая работа (проект) (КР/КП) (консультация, защита)			
текущий контроль, консультации по дисциплине	2	1	1
контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	7	3	4
<b>2. Самостоятельная работа (СРС)</b>	<b>134</b>	<b>54</b>	<b>80</b>
реферат/эссе (подготовка)			
расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	26		26
контрольная работа			
курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)			
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиум и т.д.)	108	54	54
<b>Подготовка к экзамену (контроль)</b>	<b>81</b>	36	45
<b>Подготовка к зачету</b>			

## 5.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4-Содержание дисциплины, структурированное по темам

Планируемые (контролируем ые) результаты освоения:код УК; ОПК; ПК и индиккаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы (час)				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках Практичес кой подготовки (трудоемко сть в часах)	Наименов ание разработа нного Электрон ного курса (трудоемк ость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельна я работа <small>(студентов (час))</small>				
		Лекции	Лабор. работы	Практические занятия					
1 семестр									
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 1. Комплексные числа и многочлены								
	Тема 1.1. Комплексные числа и действия над ними	1		2	3	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий	Аудиторная проверочная работа		
	Тема 1.2. Многочлены и их корни	1		2	3				
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 2. Матрицы и определители								
	Тема 2.1. Операции над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядков.	2		2	3	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий	Аудиторная проверочная работа		
	Тема 2.2. Перестановки и подстановка. Определитель n-го порядка.	2		2	3				
	Тема 2.3. Теорема Лапласа. Обратная матрица.	2		2	3				
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 3. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений								
	Тема 3.1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Формулы Крамера.	2		2	3	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий	Аудиторная проверочная работа		
	Тема 3.2. Векторное пространство. Базис. Ранг системы векторов.	2			3				
	Тема 3.3. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.	2		2	3				
	Тема 3.4. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений	2		2	3				

Планируемые (контролируем ые) результаты освоения:код УК; ОПК; ПК и индиккаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы (час)				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках Практичес кой подготовки (трудоемко сть в часах)	Наименов ание разработа нного Электрон ного курса (трудоемк ость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельна я работа студентов (час)				
		Лекции	Лабор. работы	Практические занятия					
	Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия								
ОПК1 ИОПК-1.1	Тема 4.1. Введение в векторную алгебру.	2		2	3	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий	Аудиторная проверочная работа		
	Тема 4.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	2		2	3				
	Тема 4.3. Кривые на плоскости. Алгебраические кривые. Прямая на плоскости.	2		2	3				
	Тема 4.4. Поверхности в пространстве. Алгебраические поверхности. Плоскость	2		2	3				
	Тема 4.5. Кривые в пространстве. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.	2		2	3				
	Тема 4.6. Эллипс. Гипербола. Парабола.	2		2	3				
	Тема 4.7. Общие свойства кривых второго порядка.	2		2	3				
	Тема 4.8. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду.	2		2	3				
	Тема 4.9. Поверхности второго порядка.	2		2	3				
	Итого за семестр	34		34	54				
2 семестр									
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы								
	Тема 5.1. Матрица перехода. Операции над подпространствами.	2		3	8	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий	Аудиторная проверочная работа, РГР		
	Тема 5.2. Линейные отображения. Линейный оператор. Инвариантные подпространства.	3		3	8				
	Тема 5.3. Собственные векторы и	4		5	8				



Планируемые (контролируем ые) результаты освоения:код УК; ОПК; ПК и индиккаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы (час)				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках Практичес кой подготовки (трудоемко сть в часах)	Наименов ание разработа нного Электрон ного курса (трудоемк ость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельна я работа студентов (час)				
		Лекции	Лабор. работы	Практические занятия					
собственные числа линейного оператора.					и заданий РГР				
Тема 5.4. Нильпотентный линейный оператор. Жорданова форма матрицы.	3		3	8					
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы								
	Тема 6.1. Билинейные функции.	3		2	8	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий и заданий РГР	Аудиторная проверочная работа, РГР		
	Тема 6.2. Квадратичные формы.	3		2	8				
ОПК1 ИОПК-1.1	Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах								
	Тема 7.1. Евклидово пространство.	4		4	8	- чтение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по курсу; - проработка лекционного материала; - решение домашних заданий и заданий РГР	Аудиторная проверочная работа, РГР		
	Тема 7.2. Ортогональная система векторов и процесс ортогонализации. Матрица и определитель Грама.	4		4	8				
	Тема 7.3. Сопряженный линейный оператор. Самосопряженный оператор.	4		4	8				
	Тема 7.4. Ортогональный оператор	4		4	8				
	Итого за семестр	34		34	80				
	Итого по дисциплине	68		68	134				

## 6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Текущий контроль осуществляется по всем видам учебного процесса: устное собеседование по темам лекционных занятий, выполнение практических заданий и заданий РГР. Промежуточный контроль проводится в устно-письменной форме.

6.1. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности освещены в разделе 12.

### 6.2 Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Таблица 5. - При текущем контроле (контрольные недели) и оценка выполнения контрольных работ

Шкала оценивания	Экзамен
$40 < R \leq 50$	Отлично
$30 < R \leq 40$	Хорошо
$20 < R \leq 30$	Удовлетворительно
$0 < R \leq 20$	Неудовлетворительно

#### Шкала оценивания для РГР

- оценка «**зачтено**» выставляется студенту в том случае, если все задачи решены, к задачам приведены пояснения, построены графики (где это требует условие);
- оценка «**не зачтено**» ставится в том случае, если какая-либо задача отсутствует или приведены недостаточные пояснения к решению задачи.

Таблица 6. – Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-59% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 60-74% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 75-89% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 90-100% от max рейтинговой оценки контроля
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Обладает фундаментальными математическими знаниями для решения профессиональных задач	Не знает определений важнейших понятий дисциплины, свойств, не может сформулировать основные утверждения. Не может воспроизвести доказательства простейших утверждений курса. Не может решать простейшие задачи, производить элементарных вычислений (1 семестр: производить операции над матрицами, векторами; вычислять определители 2 и 3 порядков; вычислять скалярное, векторной и смешанное произведения; находить прямую, проходящую через две точки, и плоскость, проходящую через три точки; решать системы уравнений методами Гаусса, Крамера; находить обратную матрицу; 2 семестр: не может находить ядро и образ оператора, линейно независимую систему векторов, собственные числа и векторы линейного оператора, приводить к каноническому виду квадратичную форму).	Знает определения основных понятий дисциплины, формулирует важнейшие свойства и утверждения. Может доказать простейшие свойства и утверждения. Может решить простейшие задачи курса (1 семестр: производить операции над матрицами, векторами; вычислять определители 2 и 3 порядков; вычислять скалярное, векторной и смешанное произведения; решать системы уравнений методами Гаусса, Крамера; находить обратную матрицу; решать простые задачи аналитической геометрии. 2 семестр: находить ядро и образ оператора, линейно независимую систему векторов, собственные числа и векторы линейного оператора, приводить к каноническому виду квадратичную форму).	Знает определения всех понятий дисциплины, может сформулировать (с небольшими неточностями) свойства и утверждения дисциплины. Может доказать почти все утверждения, в доказательстве имеются небольшие пробелы. Решает все предложенные задачи курса, возможно, с небольшими недочетами; с небольшими замечаниями применяет основные методы и теории при решении задач курса.	Знает определения всех понятий дисциплины, свойства, четко и грамотно формулирует утверждения, свободно ориентируется в материале. Аргументировано, четко и логично проводит доказательства всех утверждений. Успешно владеет предложенными в курсе «Алгебра и геометрия» методами и теориями, аппаратом векторной алгебры. Решает все предложенные задачи курса, может предложить несколько способов решения.

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку « <b>отлично</b> » заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку « <b>хорошо</b> » заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку « <b>удовлетворительно</b> » заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку « <b>неудовлетворительно</b> » заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1 Учебная литература, печатные издания библиотечного фонда

- 7.1.1 Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебник / Д. В. Беклемишев. - 11-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2007. - 309 с. : ил. - Библиогр.:с.306-307. - Предм.указ.:с.302-305. - ISBN 978-5-9221-0691-7. и предыдущие издания.
- 7.1.2 Курош А.Г. Курс высшей алгебры :Учебник / А. Г. Курош. - 17-еизд.,стер. - СПб. : Лань, 2008. - 432 с. :ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.:с.425-426. - Предм.указ.:с.427-431. - ISBN 978-5-8114-0521-3.
- 7.1.3 Бугров Я.С.Высшая математика :Учебник: В 3-х т. Т.1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 8-е изд.,стер. - М. : Дрофа, 2006. - 284 с. : ил. - (Высшее образование: Современный учебник). - Предм.указ.:с.282-284. - ISBN 5-358-01538-8(Т.1); 5-358-01537-X.
- 7.1.4 Дураков Б.К.Краткий курс высшей алгебры : Учеб.пособие / Б. К. Дураков. - М. : Физматлит, 2006. - 229 с. - Библиогр.:с.229. - ISBN 5-9221-0667-8.
- 7.1.5 Воеводин В.В. Линейная алгебра :Учеб. пособие / В. В. Воеводин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 416 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предм.указ.:с.397-400. - ISBN 978-5-8114-0671-5.
- 7.1.6 Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: Учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; Под ред. Н.В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб. : Профессия, 2006. - 200 с. : ил. - ISBN 5-93913-037-2.

### 7.2. Справочно-библиографическая литература

- 7.2.1 Гоберник, Н.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб.пособие/ Н.С. Гоберник, А.А. Куркин, И.В. Лапшин, И.В. Лисаченко, С.Н. Нагорных, Е.В. Фролагина, А.А. Чернова, Т.Н. Яковлева; НГТУ им. Р. Е. Алексеева. - Н. Новгород: [Изд-во НГТУ], 2017. - 206 с. - ISBN 978-5-502-00956-0.

7.2.2 Мазова Р.Х. Аналитическая геометрия : Учеб. пособие / Р. Х. Мазова, В. Н. Неймарк ; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. - Н. Новгород : [Б.и.], 2013. - 110 с. : ил. - Библиогр.: с.109. - ISBN 978-5-502-00244-8.

7.2.3 Алексеенко, С.Н. Комплексный анализ и операционное исчисление: Учеб. пособие С.Н./ Алексеенко, А.В. Багаев, Л.Ю. Катаева, А.С. Козелков; НГТУ им. Р.Е. Алексеева. - Н. Новгород: [Изд-во НГТУ], 2017. - 154 с. : ил. - Библиогр.: с.153-154. - ISBN 978-5-502-00969-0.

### **7.3 Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям**

7.3.1 Методические рекомендации по организации аудиторной работы. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес: [http://www.nntu.ru/RUS/otd\\_sl/ymy/metod\\_dokym\\_obraz/met\\_rekom\\_aydit\\_rab.pdf?20](http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl/ymy/metod_dokym_obraz/met_rekom_aydit_rab.pdf?20). Дата обращения 23.09.2015.

7.3.2 Методические рекомендации по организации и планированию самостоятельной работы студентов по дисциплине. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес: [http://www.nntu.ru/RUS/otd\\_sl/ymy/metod\\_dokym\\_obraz/met\\_rekom\\_organiz\\_samost\\_rab.pdf?20](http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl/ymy/metod_dokym_obraz/met_rekom_organiz_samost_rab.pdf?20).

7.3.3 Учебное пособие «Проведение занятий с применением интерактивных форм и методов обучения», Ермакова Т.И., Ивашкин Е.Г., 2013 г. Электронный адрес: [http://www.nntu.ru/RUS/otd\\_sl/ymy/metod\\_dokym\\_obraz/provedenie-zanyatij-sprimeneniem-interakt.pdf](http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl/ymy/metod_dokym_obraz/provedenie-zanyatij-sprimeneniem-interakt.pdf).

## **8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

### **8.1. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Перечень программных продуктов, используемых при проведении различных видов занятий по дисциплине (открытый доступ):

1. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: Справочная правовая система. - Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.

2. Научная электронная библиотека E-LIBRARY.ru. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

3. Электронная библиотечная система Поволжского государственного университета сервиса [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://elib.tolgas.ru/> - Загл. с экрана.

4. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/>. – Загл. с экрана.

5. Открытое образование [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://openedu.ru/>. - Загл. с экрана.

6. Polpred.com. Обзор СМИ. Полнотекстовая, многоотраслевая база данных (БД) [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://polpred.com/>. – Загл. с экрана.

7. Базы данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ РАН) по естественным, точным и техническим наукам [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.viniti.ru>. – Загл. с экрана.

8. Университетская информационная система Россия [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://uisrussia.msu.ru/>. – Загл. с экрана.

8.2 Перечень программных продуктов, используемых при проведении различных видов занятий по дисциплине (открытый доступ):

Таблица 8. Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка к ЭБС
1	Консультант студента	<a href="http://www.studentlibrary.ru/">http://www.studentlibrary.ru/</a>
2	Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
3	Юрайт	<a href="https://biblio-online.ru/">https://biblio-online.ru/</a>

8.3 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства необходимого для освоения дисциплины

Таблица 9. Перечень программного обеспечения

Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
Microsoft Windows XP, Prof, S/P3 (подписка DreamSpark Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	Open Office 4.1.1 (лицензия Apache License 2.0)
Microsoft Windows 7 (подписка MSDN 4689, подписка DreamSparkPremium, договор № Tr113003 от 25.09.14)	Adobe Acrobat Reader (FreeWare)
Visual Studio 2008 (подписка DreamSpark Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	
Microsoft Office Professional Plus 2007 (лицензия № 42470655)	
Microsoft Office (лицензия № 43178972)	
Windows XP лиц. № 65609340	
Office 2007 лиц. № 43178971	
Microsoft Windows XP Professional (лицензия № 43178980)	
MicrosoftOffice 2007 (лицензия № 44804588)	
1С предприятие 8.1 (лицензионное соглашение №800908353 с ЗАО «1С»)	
Adobe Design Premium CS 5.5.5 (лицензия № 65112135)	
Dr.Web (договор № 31704840788 от 20.03.17)	
КонсультантПлюс (Договор № 28-13/16-313 от 27.12.16)	
Техэксперт (Договор №100/860 от 22.12.2016)	

**Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

В таблице 10 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ). Данный перечень подлежит обновлению в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

В данном разделе могут быть приведены ресурсы (ссылки на сайты), на которых можно найти полезную для курса информацию, в т.ч. статистические или справочные данные, учебные материалы, онлайн курсы и т.д.

**Таблица 10 - Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

№	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	2	3
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	<a href="https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts">https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts</a>
2	Электронная база избранных статей по философии	<a href="http://www.philosophy.ru/">http://www.philosophy.ru/</a>
3	Единый архив экономических и социологических данных	<a href="http://sophist.hse.ru/data_access.shtml">http://sophist.hse.ru/data_access.shtml</a>
4	Базы данных Национального совета по оценочной деятельности	<a href="http://www.ncva.ru">http://www.ncva.ru</a>
5	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети
6	Информационно-справочная система «Техксперт»	доступ из локальной сети

## 9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 10 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. При заполнении таблицы может быть использована информация, размещенная в подразделе «Доступная среда» специализированного раздела сайта НГТУ «Сведения об образовательной организации» <https://www.nntu.ru/sveden/accenv/>

Таблица 10. - Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения

В таблице 11 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые должны оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду НГТУ.

Таблица 11 - Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование аудиторий и помещений для проведения учебных занятий и самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	1	2	3
1	<b>6421</b> учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации; г. Нижний Новгород, Казанское ш., 12	Комплект демонстрационного оборудования: • ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе AMD Athlon 2.8 ГГц, 4 Гб ОЗУ, 250 Гб HDD, монитор 19” – 1шт. • Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; • Экран – 1 шт.; Набор учебно-наглядных пособий	• Microsoft Windows7 (подписка DreamSpark Premium, договор № Tr113003 от 25.09.14) • Gimp 2.8 (свободное ПО, лицензия GNU GPLv3); • Microsoft Office Professional Plus 2007 (лицензия № 42470655); • OpenOffice 4.1.1 (свободное ПО, лицензия ApacheLicense 2.0) • Adobe Acrobat Reader (FreeWare); • 7-zip для Windows (свободно распространяемое ПО, лицензия GNU LGPL); Dr.Web (Сертификат № EL69-RV63-YMBJ-N2G7 от 14.05.19).
	<b>6543</b> компьютерный класс - помещение для СРС, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), г. Нижний Новгород, Казанское ш., 12)	• Проектор Acer – 1шт; • ПК на базе Intel Core Duo 2.93 ГГц, 2 Гб ОЗУ, 320 Гб HDD, монитор Samsung 19” – 11 шт.. ПК подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета	• Microsoft Windows 7 (подписка DreamSpark Premium, договор № Tr113003 от 25.09.14); • Microsoft Office (лицензия № 43178972); • Adobe Design Premium CS 5.5.5 (лицензия № 65112135); • Adobe Acrobat Reader (FreeWare); • 7-zip для Windows (свободно распространяемое ПО, лицензия GNU LGPL); • Dr.Web (Сертификат № EL69-RV63-YMBJ-N2G7 от 14.05.19) • КонсультантПлюс (ГПД № 0332100025418000079 от 21.12.2018); Gimp 2.8 (свободное ПО, лицензия GNU GPLv3)



## **11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **11.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии**

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа: аудиторная, внеаудиторная, а также проводится в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС).

При преподавании дисциплины «Алгебра и геометрия», используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность студентов при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

На лекциях, практических занятиях реализуются интерактивные технологии, приветствуются вопросы и обсуждения, используется личностно-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет студентам проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием, как встреч студентами, так и современных информационных технологий: электронная почта, ZOOM.

Иницируется активность студентов, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы студента, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости студентов в процессе текущего контроля.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и зачета с учетом текущей успеваемости.

**Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне**, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

**Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне**, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

**Результат обучения считается несформированным**, если студент при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их

выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

### **11.2 Методические указания для занятий лекционного типа**

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (Таблица 4) . Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям / лабораторным работам и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

В ходе лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала.

### **11.3 Методические указания по освоению дисциплины на лабораторных работах**

Не предусмотрены.

### **11.4. Методические указания по освоению дисциплины на занятиях семинарского типа**

Практические занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы. Основной формой практических занятий является решение задач и разбор примеров.

Практические занятия обучающихся обеспечивают:

- проверку и уточнение знаний, полученных на лекциях;
- получение умений и навыков обсуждения вопросов по учебному материалу дисциплины;
- умение решать типовые задачи;
- подведение итогов занятий по рейтинговой системе, согласно технологической карте дисциплины.

Типовые задания к практическим работам приведены в разделе 12.

### **11.5. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающегося к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающегося на занятиях и в качестве выполненных практических заданий и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины студенты могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (указано в таблице 11). В аудиториях имеется доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном

виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

### **11.6. Методические указания для выполнения РГР**

Программа дисциплины «Алгебра и геометрия» предполагает выполнение одной расчетно-графической работы во 2 семестре. Типовой вариант РГР приведен в разделе 12.

Расчетно-графическая работа направлена на активизацию самостоятельной работы студентов и способствует более глубокому изучению курса «Алгебра и геометрия». Выполнение расчетно-графической работы входит в учебный план подготовки студентов направления 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Расчетно-графическая работа (РГР) состоит из типовых заданий. Типовые задания разбираются на практических занятиях.

Студент должен выполнять РГР по варианту, номер которого совпадает с его номером в списке студентов своей группы.

Задания из РГР выполняются по мере изучения разделов наряду с текущими домашними заданиями. Выполнение РГР контролируется преподавателем практических занятий. После изучения каждого раздела студент обязан сдать на проверку свою расчетную работу. Расчетные задания предполагают их защиту, которая проходит в письменной форме на практическом занятии в виде самостоятельной работы.

Выполнение РГР является необходимым условием допуска студента к промежуточной аттестации (экзамена).

#### **Общие рекомендации по выполнению расчетных заданий**

1. Внимательно прочитайте теоретический материал – конспект, составленный на лекционном занятии. Выпишите формулы из конспекта по изучаемой теме.
2. Обратите внимание, как использовались данные формулы при решении задач на занятии.
3. Выпишите ваш вариант задания.
4. Решите предложенную задачу, используя выписанные формулы.
5. В случае необходимости воспользуйтесь справочными данными.
6. Проанализируйте полученный результат (правильность подстановки в формулы численных значений, правильность расчетов, правильность вывода неизвестной величины из формулы).
7. Решение задач должно сопровождаться необходимыми пояснениями. Расчетные формулы приводите на отдельной строке, выделяя из текста.

#### **Правила оформления расчетно-графической работы**

1. РГР должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного. Необходимо оставить поля 4–5 см для замечаний преподавателя.
2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, номер группы, название дисциплины.
3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.
4. Решения задач должны располагаться в порядке возрастания номеров задач.
5. Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписать ее условия.
6. После получения проверенной незачтенной работы студент должен исправить все ошибки и выполнить все рекомендации преподавателя в той же тетради.

### **11.7. Методические указания для выполнения курсового проекта / работы**

Не предусмотрены.

## **12.ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для текущего контроля знаний студентов по дисциплине проводится **комплексная оценка знаний**, включающая

- обсуждение теоретических вопросов;
- решение типовых задач;
- аудиторная проверочная работа;
- РГР;
- экзамен.

### **Контрольные вопросы и задачи за 1 семестр**

#### **Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»**

##### **Раздел 1. Комплексные числа. Многочлены**

1. Комплексное число как точка на плоскости. Операции сложения и умножения, их свойства. Алгебраическая форма комплексного числа. Вычитание, деление комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень, формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.
3. Теорема о делении многочленов с остатком. Корень многочлена. Теорема Безу. Кратный корень. Основная теорема алгебры.
4. Схема Горнера и ее применение.
5. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами.

##### **Раздел 2. Матрицы и определители**

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков.
3. Определение перестановки, транспозиции, перестановки. Инверсия и четность перестановки.
4. Определение подстановки, ее четность.
5. Определитель n-го порядка и его свойства.
6. Определение минора, дополнительного минора и алгебраического дополнения. Теорема о произведении минора на его алгебраическое дополнение.
7. Разложение определителя по строке (столбцу).
8. Определитель верхнетреугольной матрицы.
9. Теорема Лапласа и ее следствия.
10. Теорема об определителе произведения матриц.
11. Определение обратной матрицы. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования обратной матрицы.
12. Определение невырожденной матрицы. Свойства невырожденных матриц.

##### **Раздел 3. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений**

13. Основные определения теории системы линейных алгебраических уравнений. Матричная запись системы.
14. Метод Гаусса.

15. Системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Формулы Крамера.
16. Аксиомы векторного пространства. Примеры векторных пространств.  $N$ -мерное арифметическое пространство.
17. Линейная комбинация. Тривиальная и нетривиальная линейные комбинации. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
18. Векторное подпространство. Линейная оболочка. Теорема о линейной оболочке.
19. Базис. Координаты вектора в базисе. Свойства координат вектора.
20. Теорема о числе векторов в базисе. Размерность. Теорема о существовании базиса.
21. Определение ранга системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Элементарные преобразования, не меняющие ранг системы векторов.
22. Ранг матрицы: минорный, строчный, столбцовый. Теорема о ранге матрицы.
23. Метод «окаймляющих» миноров. Элементарные преобразования матрицы, не меняющие ее ранг.
24. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение решений для совместной системы уравнений. Основные и свободные переменные.
25. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования нетривиального решения.
26. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР.
27. Связь между решениями системы линейных уравнений и приведенной системы. Геометрическая интерпретация решений. Линейное многообразие.

#### **Раздел 4. Векторная алгебра и Аналитическая геометрия**

28. Линейные операции над векторами. Свойства операций.
29. Базис. Координаты вектора в базисе. Свойства координат вектора. Аффинная система координат. Координаты точки. Координаты вектора как разность координат его конца и начала.
30. Формула деления отрезка в данном отношении.
31. Прямоугольная система координат. Ортонормированный базис.
32. Геометрическая и алгебраическая проекции вектора. Линейные свойства проекции.
33. Скалярное произведение векторов, его свойства. Вычисление в координатах.
34. Определение правой тройки векторов. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Вычисление в координатах.
35. Смешанное произведение 3-х векторов, его свойства. Геометрический смысл. Вычисление в координатах. Необходимое и достаточное условие компланарности 3-х векторов.
36. Двойное векторное произведение и формула для его вычисления.
37. Кривые на плоскости. Алгебраические кривые. Теорема о числе пересечений алгебраических кривых. Способы задания кривых.
38. Виды уравнений прямой на плоскости: общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом. Неполное уравнение прямой.
39. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
40. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, угол между прямыми.
41. Поверхности в пространстве. Алгебраические поверхности. Способы задания поверхностей.
42. Виды уравнений плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Неполное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
43. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями.
44. Кривые в пространстве. Способы задания кривых в пространстве.
45. Виды уравнений прямой в пространстве: каноническое и общее. Расстояние от точки до прямой.
46. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, угол между прямыми.
47. Взаимное расположение прямой и плоскости, угол между ними.

48. Каноническое уравнение эллипса, эксцентриситет, директриса.
49. Каноническое уравнение гиперболы, эксцентриситет, директриса, асимптоты.
50. Каноническое уравнение параболы.
51. Общие свойства кривых второго порядка. Общее определение кривых второго порядка. Коники.
52. Уравнения кривых второго порядка, отнесенных к вершине.
53. Полярное уравнение кривой второго порядка.
54. Касательные к кривым второго порядка. Оптические свойства кривых второго порядка.
55. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
56. Цилиндрические поверхности.
57. Поверхности вращения.
58. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
59. Конические поверхности.
60. Прямолинейные образующие поверхностей.

## **Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»**

### **Раздел 1. Комплексные числа. Многочлены**

1. Производить действия над комплексными числами. Находить модуль и аргумент комплексного числа, записывать тригонометрическую форму. Возводить в степень и извлекать корень из комплексного числа. Изображать комплексное число на комплексной плоскости.
2. Делить многочлены столбиком. Делить многочлен на линейный многочлен по схеме Горнера. Находить кратность корня многочлена. Раскладывать многочлен по степеням и вычислять значения производных, применяя схему Горнера.
3. Находить корни многочлена с целыми коэффициентами.

### **Раздел 2. Матрицы и определители**

4. Производить операции сложения матриц, умножения на число, умножать матрицы, транспонировать.
5. Вычислять определители 2-го и 3-го порядков.
6. Находить миноры и алгебраические дополнения.
7. Вычислять определители старших порядков с использованием разложения по строке (столбцу) и свойства определителя.
8. Вычислять определители старших порядков с использованием разложения по нескольким строкам (столбцам).
9. Находить обратную матрицу с использованием взаимной матрицы.

### **Раздел 3. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений**

10. Решать системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11. Находить решение для невырожденных систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными по формулам Крамера.
12. Находить ранг матрицы методом «окаймляющих» миноров и методом приведения к трапециoidalному виду с помощью элементарных преобразований.
13. Находить ранг системы векторов и выделять из системы векторов максимальную линейно независимую подсистему.
14. Решать системы линейных алгебраических уравнений, находя основные переменные и переменные-параметры.
15. Находить фундаментальную систему решений однородной системы.
16. Решать матричные уравнения с помощью элементарных преобразований.
17. Находить обратную матрицу с помощью элементарных преобразований.

#### Раздел 4. Векторная алгебра и Аналитическая геометрия

18. Производить линейные операции над векторами.
19. Определять, образует ли данная система векторов базис.
20. Находить разложение вектора по базису.
21. Находить проекцию вектора на ось.
22. Находить координаты вектора по координатам его начала и конца.
23. Производить линейные операции над векторами в координатах.
24. Находить координаты точки, делящей отрезок в данном отношении.
25. Вычислять скалярное произведение, используя определение и свойства.
26. Вычислять скалярное произведение векторов, заданных координатами.
27. Проверять ортогональность векторов и вычислять угол между векторами, если они даны своими координатами.
28. Вычислять векторное произведение векторов, используя определение и свойства.
29. Вычислять векторное произведение векторов, заданных своими координатами.
30. Находить площадь параллелограмма и треугольника, построенных на векторах.
31. Вычислять смешанное произведение 3-х векторов, заданных своими координатами.
32. Проверять компланарность векторов, используя смешанное произведение.
33. Вычислять объем параллелепипеда и тетраэдра, построенных на трех векторах.
34. Записывать уравнение прямой на плоскости и в пространстве, проходящей через две точки.
35. Записывать уравнение плоскости, проходящей через три точки.
36. Находить расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
37. Находить расстояние от точки до плоскости.
38. Находить угол между прямыми на плоскости и в пространстве.
39. Находить угол между прямой и плоскостью.
40. Находить угол между плоскостями.
41. Находить по каноническому уравнению эллипса эксцентриситет, директрису.
42. Находить по каноническому уравнению гиперболы эксцентриситет, директрису, асимптоты.
43. Изображать кривую второго порядка, заданную в каноническом виде.
44. Приводить уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью параллельного переноса и поворота осей координат, изображать эту кривую.
45. Применять метод сечения для построения поверхностей 2-го порядка, заданных каноническими уравнениями.

#### Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

##### Раздел 1. Комплексные числа. Многочлены

1. Вычислить
  - a)  $(1 - 3i)(-2 + 4i) - (2 + i)(3 - 4i)$     b)  $(2 - 3i)^2(3 + 2i)$
  - c)  $\frac{2-3i}{1-2i}$     d)  $\frac{(1+2i)^2-(2-i)^3}{(1-i)^3+(2+i)^2}$
2. Вычислить, пользуясь формулой Муавра: a)  $(1 + i\sqrt{3})^{150}$ ;    b)  $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ .
3. Извлечь корни: a)  $\sqrt[3]{i}$ ; b)  $\sqrt{-4 - 4i}$ ;    c)  $\sqrt[6]{1}$ .
4. Пользуясь схемой Горнера, вычислить  $f(x_0)$ :

$$f = -x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 2, x_0 = 2$$

5. Пользуясь схемой Горнера, разложить полином  $f$  по степеням  $x - x_0$

$$f = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x + 3, x_0 = 2$$

6. Найти значение многочлена и всех его производных в точке  $x_0$

$$f = x^5 - 2x^3 + 4x + 4, x_0 = 2$$

7. Найти показатель кратности корня  $x_0$  для многочлена

$$f = x^6 - 7x^5 + 19x^4 - 26x^3 + 19x^2 - 7x + 1, x_0 = 1$$

8. Найти корни многочлена

a)  $f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 6$

b)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x - 4$

c)  $f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12.$

## Раздел 2. Матрицы и определители

9. Для матриц  $A$  и  $B$  вычислить  $2A - 3B$ ,  $AB$ ,  $BA$ ,  $A^t$ ,  $|A|$ ,  $B^{-1}$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Вычислить определитель 4-го порядка.

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}.$$

11. Вычислить определитель, используя теорему Лапласа.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

12. Найти обратную матрицу для данной матрицы, вычисля взаимную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

## Раздел 3. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений

13. Решить систему: а) методом Крамера; б) средствами матричного исчисления с использованием обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = -2 \end{cases}$$



14. Найти ранг матрицы двумя методами: методом «окаймляющих» миноров и методом элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}$$

15. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2. \end{cases}$$

16. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

17. Решить матричное уравнение, используя элементарные преобразования.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

18. Найти обратную матрицу для данной, используя элементарные преобразования

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Раздел 4. Векторная алгебра и Аналитическая геометрия

19. Даны три вектора  $\vec{a} = \{4; 7; 8\}$ ,  $\vec{b} = \{9; 1; 3\}$ ,  $\vec{c} = \{2; -4; -1\}$ . Доказать, что  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  – базис и найти разложение вектора  $\vec{d} = \{1; -13; -13\}$  по базису  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ .
20. Даны координаты вершин треугольника  $ABC : A(1, -1, 2), B(-2, 0, 2), C(2, 1, -1)$ .  
Найти: 1) косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ; 2) координаты вектора  $\vec{a} = 2\vec{AB} - 5\vec{CD}$ ; 3) алгебраическую проекцию вектора  $\vec{BC}$  на вектор  $\vec{a}$ ; 4) длину медианы, опущенную на сторону  $BC$ .
21. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{m} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{n} = \vec{p} - 2\vec{q}$  и его высоту, опущенную на вектор  $\vec{n}$ , если  $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 1, (\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}$ .
22. Лежат ли точки  $A(2, 4, 0), B(2, -2, 4), C(1, 8, -4), D(2, 7, -2)$  в одной плоскости.
23. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD : A(3, -2, 2), B(1, -3, 1), C(2, 0, 4), D(6, -4, 6)$ . Найти: 1) площадь грани  $ABC$ ; 2) объем пирамиды  $ABCD$ ; 3) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины  $D$ .
24. Даны две вершины  $A(3, -1)$  и  $B(5, 7)$  треугольника  $ABC$  и точка  $N(4, -1)$  пересечения его высот. Составить уравнения сторон этого треугольника.
25. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую  $x = 2t + 1, y = -3t + 2, z = 2t - 3$  и точку  $A(2, -2, 1)$ .
26. Точка  $M(2, -1)$  лежит на эллипсе, фокус которого  $F(1, 0)$ , а соответствующая директриса дана уравнением  $2x - y - 10 = 0$ . Составить уравнение этого эллипса.

27. Гипербола проходит через точку  $A(\sqrt{6}, 3)$  и касается прямой  $9x + 2y - 15 = 0$ . Составить уравнение этой гиперболы при условии, что ее оси совпадают с осями координат.

28. Привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду и построить кривую

$$x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y + 1 = 0.$$

29. Определить вид поверхности второго порядка и нарисовать ее

$$x = 2y^2 + (z - 1)^2.$$

## **Контрольные вопросы и задачи за 2 семестр**

### **Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»**

#### **Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы**

1. Матрица перехода. Свойства матрицы перехода. Закон изменения координат вектора при замене базиса.
2. Операции над подпространствами: пересечение и сумма.
3. Теорема о размерности суммы подпространств.
4. Прямая сумма подпространств. Критерий прямой суммы.
5. Определение линейного отображения. Свойства линейных отображений.
6. Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора.
7. Композиция линейных отображений. Матрица композиции линейных отображений.
8. Ядро и образ линейного отображения. Свойства ядра и образа.
9. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения.
10. Изоморфизм линейных пространств. Свойства изоморфизма. Теорема об изоморфизме линейных пространств одной размерности.
11. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Координаты образа вектора.
12. Закон изменения матрицы линейного оператора при замене базиса.
13. Ранг и дефект линейного оператора. Невырожденный линейный оператор: эквивалентные подходы.
14. Обратный оператор. Критерий обратимости линейного оператора. Матрица обратного оператора.
15. Инвариантные подпространства. Теорема об инвариантности ядра и образа линейного оператора. Матрица ограничения линейного оператора. Прямая сумма инвариантных подпространств.
16. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора. Теорема об инвариантности характеристического многочлена.
17. Теорема о собственных значениях линейного оператора. Собственные числа вырожденного линейного оператора.
18. Отношение подобия числовых матриц. Критерий подобия матрицы диагональной матрице.
19. Достаточные условия приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду.
20. Аннулирующий многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен.
21. Разложение линейного пространства на инвариантные подпространства.

22. Корневые подпространства. Теорема о разложении векторного пространства на корневые подпространства. Жорданова клетка, жорданова форма матрицы, жорданов базис.
23. Нильпотентный линейный оператор. Свойства нильпотентного линейного оператора. Разложение Фиттинга.

#### **Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы**

24. Билинейные функции. Матрица билинейной функции. Закон изменения матрицы при замене базиса.
25. Симметрическая билинейная функция. Ортогональное дополнение. Свойства ортогонального дополнения.
26. Ядро билинейной функции и теорема о его размерности. Ограничение билинейной функции на подпространство.
27. Квадратичная форма. Канонический вид. Приведение квадратичной формы к каноническому виду: метод Якоби и метод Лагранжа.
28. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичной формы.
29. Положительно и отрицательно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра положительной определенности.

#### **Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах**

30. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Примеры. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами.
31. Неравенство треугольника. Ортогональное дополнение подпространства.
32. Ортогональная система векторов. Ее линейная независимость. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации.
33. Ортонормированный базис и его свойства.
34. Матрица и определитель Грама. Ортогональная матрица. Свойства определителя Грама. Метрические свойства определителя Грама.
35. Сопряженный линейный оператор. Соответствие между линейными операторами и билинейными функциями в евклидовом пространстве.
36. Матрица сопряженного оператора. Свойства сопряженного оператора.
37. Самосопряженный оператор и его свойства.
38. Ортогональный оператор и его свойства.
39. Ортогональный оператор на плоскости.
40. Ортогональный оператор в пространстве. Теорема Эйлера. Канонический вид ортогонального оператора.
41. Приведение кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

#### **Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»**

##### **Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы**

1. Задавать линейное подпространство системой линейных уравнений.
2. Находить базисы суммы и пересечения линейных подпространств.
3. Проверять линейность оператора.
4. Находить матрицу оператора в данном базисе.
5. Преобразовать матрицу оператора при замене базиса.
6. Находить ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей

7. Находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
8. Находить жорданову форму матрицы порядка 2 и 3.

#### **Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы**

9. Проверять положительную (отрицательную) определенность квадратичной формы.
10. Приводить квадратичную форму к каноническому виду.

#### **Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах**

11. Вычислять длины векторов и угол между векторами в евклидовом пространстве.
12. Ортогонализировать и нормировать систему векторов.
13. Находить проекцию вектора на подпространство.
14. Приводить квадратичную форму к главным осям.
15. Приводить матрицу ортогонального оператора к каноническому виду.
16. Находить ортогональное преобразование и преобразование сдвига, приводящие кривую и поверхность второго порядка к каноническому виду.

### **Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»**

#### **Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы**

1. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств  $L_1 = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$  и  $L_2 = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ , если:

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), a_2 = (1, -1, 1, -1), a_3 = (1, 3, 1, 3),$$

$$b_1 = (1, 2, 0, 2), b_2 = (1, 2, 1, 2), b_3 = (3, 1, 3, 1).$$

2. Найти ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Линейный оператор в базисе  $e_1, e_2, e_3$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу этого линейного оператора в базисе  $f_1 = 2e_1 + 3e_2 + e_3$ ,  $f_2 = 3e_1 + 4e_2 + e_3$ ,  $f_3 = e_1 + 2e_2 + 2e_3$ .

4. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

найти жорданову форму  $J$ , жорданов базис и матрицу  $T$ , преобразующую  $A$  к  $J$ .

#### **Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы**

5. Методом Лагранжа найти нормальный вид квадратичной формы

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

#### **Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах**

6. В векторном пространстве  $P_n(\mathbb{R})$  многочленов степени не выше, чем  $n$ , зададим скалярное произведение многочленов  $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  и  $q(x) = b_n x^n + \dots + b_1 x + b_0$  формулой:  $(p, q) = a_n b_n + \dots + a_1 b_1 + a_0 b_0$ . Найти длину векторов  $p(x) = x^2 - 2x + 1$  и  $q(x) = x + 2$ , а также угол между ними.
7. С помощью процесса ортогонализации построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов  $L = \langle e_1, e_2, e_3 \rangle$  евклидова пространства, если  $e_1 = (1, 1, -1, -2)$ ,  $e_2 = (5, 8, -2, -3)$ ,  $e_3 = (3, 9, 3, 8)$ .
8. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную функцию к главным осям

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

9. Найти ортогональное преобразование и преобразование сдвига, приводящие поверхность второго порядка к каноническому виду

$$2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz + 2x - y + 1 = 0.$$

### Типовые задания для аудиторной проверочной работы (1 семестр)

#### Контрольная работа № 1 по теме «Комплексные числа и многочлены»

1. Даны четыре комплексных числа  $a_1 = 3 - i$ ,  $a_2 = 1 + 8i$ ,  $b_1 = i$ ,  $b_2 = -\sqrt{3} - i$ . Найти  $a_1 + a_2$ ,  $a_1 - a_2$ ,  $a_1 \cdot a_2$ ,  $\frac{a_1}{a_2}$ ,  $\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{12}$ ,  $\sqrt[3]{\frac{b_1}{b_2}}$ .
2. Применяя схему Горнера, разложить многочлен  $2x^5 - 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3x + 2$  по степеням  $x + 1$ , вычислить значение многочлена и всех его производных в точке  $x_0 = -1$ . Найти корни многочлена.

#### Контрольная работа № 2 по теме «Операции над матрицами. Определители. Три способа решения невырожденных систем»

1. Вычислить  $D = AB + 5C^T$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений

1) методом обратной матрицы, 2) методом определителей (методом Крамера), 3) методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 16 \end{cases}$$

Контрольная работа № 3 по теме «Ранг. Матричные уравнения. ФСР»

1. Вычислить ранг матрицы: 1) методом окаймляющих миноров; 2) методом элементарных преобразований.

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & -2 \\ 2 & 8 & 0 & 5 & -4 \\ 1 & 5 & 2 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Решить матричное уравнение методом элементарных преобразований.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 3x_5 = 0 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа № 4 по теме «Векторная алгебра»

1. Найти значение параметра  $t$ , при котором  $\vec{a} = \{1, 4, -2\}$  и  $\vec{b} = \{-2, 3t, 4\}$  коллинеарны.

2. Найти значение параметра  $t$ , при котором  $\vec{a} = \{2, -1, 2t\}$  и  $\vec{b} = \{t, t + 2, 1\}$  перпендикулярны.

3. Найти значение параметра  $t$ , при котором  $\vec{a} = \{-1, t, 1\}$ ,  $\vec{b} = \{1, 1, 0\}$ ,  $\vec{c} = \{1, t, 1\}$  компланарны.

4. Вычислить  $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$ .

5. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{2, 1, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{1, 0, 2\}$ .

6. Найти длину вектора  $\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$ .

7. Найти длину вектора  $2\vec{a} + \vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{0, 1, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{-1, 0, 1\}$ .

8. Найти проекцию  $pr_{\vec{a}}\vec{b}$  вектора  $\vec{b}$  на вектор  $\vec{a}$ , если  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/6$ .

9. Найти проекцию  $pr_{\vec{a}}\vec{b}$  вектора  $\vec{b}$  на вектор  $\vec{a}$ , если  $\vec{a} = \{1, 0, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{2, 0, 1\}$ .

10. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{a} + \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/6$ .

11. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = \{1, 0, -1\}$  и  $\vec{b} = \{-1, 2, 1\}$ .

12. Найти объем тетраэдра, построенного на векторах  $\vec{a} = \{1, 2, -5\}$ ,  $\vec{b} = \{1, -1, 0\}$ ,  $\vec{c} = \{1, -3, 1\}$ .

Контрольная работа № 5 по теме «Прямая и плоскость»

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2,3)$ ,  $B(3, -2)$ .

2. Найти угол между прямыми  $2x - 3y - 1 = 0$ ,  $2x - 2y - 3 = 0$

3. Даны вершины треугольника  $A(4,2)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(1,3)$ . Написать уравнение высоты  $CH$  к  $AB$ .

4. При каком значении параметра прямые  $3x - ay - 1 = 0$ ,  $6x + 2y - 3 = 0$  параллельны.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1,4,1), B(2,0,-1), C(-2,-2,1)$ .
6. Вычислить угол между плоскостями  $2x - y + 2z - 1 = 0, -8x + y - 4z - 3 = 0$ .
7. Найти расстояние между параллельными плоскостями  $2x - 3y + 2z - 1 = 0, -4x + 6y - 4z - 3 = 0$ .
8. При каком значении параметра плоскости  $2x - ay + 2z - 1 = 0, -x + y - 4z - 3 = 0$  перпендикулярны
9. Написать уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2,3,1), B(-1,3,-2)$ .
10. При каком значении параметра прямые  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{4}, \frac{x}{6} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{a}$  параллельны.
11. При каком значении параметра прямые  $\frac{x-10}{1} = \frac{y-9}{2} = \frac{z}{3}, \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-a}{6}$  скрещиваются.
12. Вычислить угол между прямыми  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}, \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$
13. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1,-2,1)$  и параллельной прямой 
$$\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}.$$
14. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2,0,1)$  и перпендикулярной плоскости  $2x - 3y + 2z - 1 = 0$
15. Вычислить угол между прямой  $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-2}$  и плоскостью  $2x + y + 2z - 1 = 0$
16. При каком значении параметра прямая  $\frac{x-2}{a} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$  и плоскость  $2x - y + 2z - 1 = 0$  перпендикулярны .
17. При каком значении параметров прямая  $\frac{x-a}{-1} = \frac{y-1}{b} = \frac{z-2}{-2}$  лежит в плоскости  $2x - y + 2z - 1 = 0$ .

## Типовые задания для аудиторной проверочной работы (2 семестр)

### Контрольная работа № 1 по теме «Линейные операторы»

1. Матрица линейного оператора в базисе  $e_1, e_2, e_3$  имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу этого линейного оператора в базисе  $f_1 = e_1 - e_2 + e_3, f_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3, f_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$ .

2. Найти ядро и образ линейного оператора  $\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 - x_2, x_3)$ .
3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

### Контрольная работа № 2 по теме «Квадратичные формы»

1. При каких значениях  $\lambda$  квадратичная форма является знакоопределенной:

$$\lambda x_1^2 - 2x_1x_3 + x_2^2 + x_2x_3 + 3x_3^2.$$

2. Методом Лагранжа найти нормальный вид квадратичной формы и матрицу  $T$ , приводящую форму к нормальному виду:

$$x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2.$$

### Контрольная работа № 3 по теме «Ортогонализация»

1. Применить процесс ортогонализации к следующей системе векторов евклидова пространства

$$\mathbf{f}_1 = (1, 1, 1, 1), \mathbf{f}_2 = (3, 3, -1, -1), \mathbf{f}_3 = (-2, 0, 6, 8).$$

2. Найти проекцию вектора  $(1, 3, 3, 1)$  на подпространство, натянутое на вектора  $(1, 2, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 1, 1)$ , и ортогональную составляющую вектора  $(1, 3, 3, 1)$ .

### **Задания для расчетно-графических работ**

Программа дисциплины «Алгебра и геометрия» предполагает выполнение одной расчетно-графической работы во 2 семестре.

ЗАДАЧА 1. Найти матрицу линейного оператора в базисе  $(e'_1, e'_2, e'_3)$ , где  $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$ ,  $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$ ,  $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$ , если она задана в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$  матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА 2. Найти матрицу в стандартном базисе, ядро и образ линейного оператора проектирования на плоскость  $x - \sqrt{3}z = 0$ .

ЗАДАЧА 3. Найти собственные числа и собственные векторы оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАЧА 4. Найти жорданову форму матрицы и преобразующую матрицу для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ЗАДАЧА 5. Привести квадратичную форму к каноническому виду преобразованием Лагранжа

$$x^2 + 2xy + 2xz + 2y^2 + 4yz + 3z^2.$$

ЗАДАЧА 6. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием



$$-3x^2 + 9y^2 + 3z^2 + 2xy + 8xz + 4yz.$$

ЗАДАЧА 7. Исследовать кривую второго порядка и построить ее  
 $x^2 + y^2 - 4xy + 4x - 2y + 1 = 0.$

### Типовой билет экзамена за 1 семестр

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
 ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
 УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
 НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
 УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА

Кафедра «Прикладная математика»  
 Дисциплина «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Найти фундаментальную систему решений (ФСР) для системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 - 4x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 6x_3 + x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \end{cases}$$

и записать общее решение через ФСР.

3. Доказать, что прямые  $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$  и  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$  параллельны и написать уравнение плоскости, проходящей через эти прямые.
4. Виды уравнений прямой в пространстве: каноническое и общее. Расстояние от точки до прямой.
5. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителя.

Экзаменатор  
 доцент Багаев А.В.

Зав. каф.  
 проф. Куркин А.А.

## Типовой билет экзамена за 2 семестр

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА**

---

Кафедра «Прикладная математика»  
Дисциплина «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1. Разложение линейного пространства на инвариантные подпространства.
2. Приведение кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.
3. Найти угол между вектором  $\vec{x} = (1, 2, 3, 0)$  и подпространством  $L = \langle \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rangle$ , где  $\vec{a} = (0, 0, 0, 1)$ ;  $\vec{b} = (1, -1, 1, -1)$ ;  $\vec{c} = (-3, 3, 3, 0)$ .
4. Привести квадратичную форму  $3x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Экзаменатор  
доцент Багаев А.В.

Зав. каф.  
проф. Куркин А.А.

Полный фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации размещен на кафедре «Прикладная математика» ауд. 1204 по адресу Н.Новгород, ул. Минина, 24 и находится в свободном доступе.

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института ИРИТ

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

**Лист актуализации рабочей программы дисциплины<sup>1</sup>**

« \_\_\_\_\_ »  
индекс по учебному плану, наименование

для подготовки бакалавров/ специалистов/ магистров

Направление: {шифр –

название} \_\_\_\_\_

Направленность: \_\_\_\_\_

Форма обучения \_\_\_\_\_

Год начала подготовки: \_\_\_\_\_

Курс \_\_\_\_\_

Семестр \_\_\_\_\_

<sup>2</sup>а) В рабочую программу не вносятся изменения. Программа актуализирована для 20\_\_ г. начала подготовки.

б) В рабочую программу вносятся следующие изменения (указать на какой год начала подготовки):

1) .....

2) .....

3) .....

Разработчик

(и):

\_\_\_\_\_  
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

\_\_\_\_\_ протокол № \_\_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

**Лист актуализации принят на хранение:**

Заведующий выпускающей кафедрой (наименование) \_\_\_\_\_ «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

Методический отдел УМУ: \_\_\_\_\_ «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

<sup>1</sup> Рабочая программа дисциплины актуализируется ежегодно перед началом нового учебного года

<sup>2</sup> Разработчик выбирает один из представленных вариантов