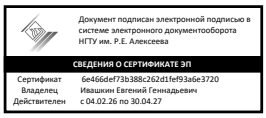
МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)

Институт экономики и управления (ИНЭУ)
(Полное и сокращенное название института, реализующего данное направление)



УТВЕРЖДАЮ:
Директор института:
_____ С.Н. Митяков
подпись ФИО
22 апреля 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.Б.12 _Алгебра и геометрия

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)
для подготовки бакалавров

Направление подготовки: 01.03.02. Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки, специальности)

Направленность: «Программирование и системный анализ»
(наименование профиля, программы магистратуры, специализации)

Форма обучения: очная

Год начала подготовки: 2025

Выпускающая кафедра: Цифровая экономика

Кафедра-разработчик Цифровая экономика

Объем дисциплины: 360/10

Промежуточная аттестация: экзамен
экзамен, зачет с оценкой, зачет

Разработчик (и): к.ф.-м.н, доцент Ерофеева Л.Н.
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

Нижний Новгород, 2025

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.02. Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 10.01.2018 года № 9 на основании учебного плана принятого УМС НГТУ

протокол от 17.12.2024 г. № 6

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры «Цифровая экономика» протокол от 18.03.2025 № 1

Зав. кафедрой д.ф.-м.н., профессор _____С.Н. Митяков
(подпись)

Программа рекомендована к утверждению ученым советом института ИНЭУ, Протокол от 22.04.2025 №3

Рабочая программа зарегистрирована в УМУ регистрационный № 01.03.02 – П – 12

Начальник МО _____ / Е.Г. Севрюкова /_
_____

Заведующая отделом комплектования НТБ _____ Н.И. Кабанина
(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)....4

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ 4

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) 4

4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП……6

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 7

6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ....18

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 20

8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 21

9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ 22

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ 23

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ....23

12. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ....26

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целями освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Алгебра и геометрия» является формирование профессиональных знаний и приобретение практических навыков в применении оптимальных управленческих решений рациональных способов выполнения различных задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины:

- освоение и использование аппарата математического моделирования при решении управленческих задач
- овладение навыками нахождения научно-обоснованных решений при принятии управленческих решений;

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебная дисциплина «Алгебра и геометрия» включена в перечень обязательных дисциплин в рамках базовой части Блока 1 образовательной программы. Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП по данному направлению подготовки.

Для освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» студент должен владеть знаниями в рамках образовательной программы курса по математике средней общеобразовательной школы.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, применяются при изучении таких дисциплин как Высшая алгебра, Математический анализ, Специальные главы математического анализа, Теория вероятностей и математическая статистика и др.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины (модуля) «Алгебра и геометрия» направлен на формирование элементов общепрофессиональной компетенции ОПК-1 в соответствии с ОПОП ВО по направлению подготовки (специальности) 01.03.02. Прикладная математика и информатика

Таблица 1.- Формирование компетенций дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	***Семестры, формирования компетенций дисциплинами***							
ОПК-1	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***
Математический анализ (Б1.Б.11)	✓	✓	✓					
Алгебра и геометрия (Б1.Б.12)	✓	✓						
Физика (Б1.Б.14)		✓	✓					
Комплексный анализ (Б1.Б.15)				✓				
Специальные главы математического анализа (Б1.Б.18)	✓	✓	✓					
Высшая алгебра (Б1.Б.19)				✓				

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	***Семестры, формирования компетенций дисциплинами***							
ОПК-1	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***
Теория вероятностей и математическая статистика (Б1.Б.20)					✓	✓		
Дискретная математика (Б1.Б.27)	✓	✓						
Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена (Б3.Г.1)								✓
Выполнение и защита ВКР (Б.3 Д.1)								✓

4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2- Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**	**Планируемые результаты обучения по дисциплине**			**Оценочные средства**	
					Текущего контроля	**Промежуточной аттестации**
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	**ИОПК-1.1.** Обладает фундаментальными математическими знаниями для решения профессиональных задач	**Знать:** основные понятия векторной, линейной алгебры и аналитической геометрии; свойства определителей; свойства скалярного, векторного, смешанного произведений, виды уравнений прямой на плоскости, плоскости и прямой в пространстве; канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка; свойства линейных операторов; свойства ортогонального дополнения и ортогональной системы векторов; свойства определителя Грамма; свойства сопряженного, самосопряженного, ортогонального оператора.	**Уметь:** производить действия над матрицами и векторами; вычислять определители произвольного порядка; находить обратную матрицу; решать матричные уравнения; находить ранг матрицы и системы векторов; решать системы линейных алгебраических уравнений; решать задачи на прямую на плоскости, прямую и плоскость в пространстве; решать задачи на кривые второго порядка; приводить к каноническому виду кривую второго порядка и строить ее; находить ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей; находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора; приводить квадратичную форму к каноническому виду; приводить квадратичную форму к главным осям; приводить матрицу ортогонального оператора к каноническому виду.	**Владеть:** приемами вычисления определителей старших порядков; методами исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений; навыками применения векторной алгебры при решении задач аналитической геометрии; методом сечений при исследовании поверхностей второго порядка; навыками приведения матрицы оператора к диагональному, жорданову виду; методами приведения квадратичной формы к каноническому виду; навыками приведения матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду и ортогонального оператора к каноническому виду; приведения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду, используя теорию квадратичных форм.	- Контрольные вопросы к лекциям - Задания к индивидуальным практическим работам по разделам	- Тестирование

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 10 зачетных единиц, 360 часов, распределение часов по видам работ по семестрам представлено в таблице 3.

Таблица 3. -Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Вид учебной работы	**Трудоёмкость в час**		
	Всего часов	**В т.ч. по семестрам**	
		1 сем	**2 сем**
Формат изучения дисциплины	с использованием элементов электронного обучения		
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	**360**	162	198
1. Контактная работа:	**145**	**72**	**73**
1.1. Аудиторная работа, в том числе:	**136**	**68**	**68**
занятия лекционного типа (Л)	68	34	34
занятия семинарского типа (ПЗ-семинары, практические занятия и др)	68	34	34
лабораторные работы (ЛР)			
1.2. Внеаудиторная, в том числе	**9**	**4**	**5**
курсовая работа (проект) (КР/КП) (консультация, защита)			
текущий контроль, консультации по дисциплине	9	4	5
контактная работа на промежуточном контроле (КРА)			
2. Самостоятельная работа (СРС)	**134**	**54**	**80**
реферат/эссе (подготовка)			
расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	20		20
контрольная работа			
курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)			
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиум и т.д.), в т.ч. подготовка к зачету	114	54	60
Подготовка к экзамену (контроль)	**81**	**36**	**45**

5.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4. -Содержание дисциплины, структурированное по темам (для очной формы обучения)

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
1 СЕМЕСТР									
ОПК-1 ИОПК-1.1	**Раздел 1** Матрицы и определители								
	Тема 1.1 Определители второго и третьего порядков, их свойства. Определители n-го порядка и методы их вычисления.	3		3	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2805		
	Тема 1.2 Матрицы и операции над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы и методы его определения.	3		3	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]			
	Итого по 1 разделу	**6**		**6**	**10**				

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
ОПК-1 ИОПК-1.1	**Раздел 2** Общая теория систем линейных алгебраических уравнений								
	Тема 2.1 Решение систем линейных алгебраических уравнений матричным способом, методом Крамера, методом Гаусса	2		2	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2805		
	Тема 2.2 Исследование произвольных систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли. Однородные системы линейных уравнений	4		4	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]			
	Итого по 2 разделу	**6**		**6**	**10**				
ОПК-1 ИОПК-1.1	**Раздел 3 Элементы векторной алгебры**								
	Тема 3.1 Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось и ее свойства. Направляющие косинусы и длина вектора.	2		2	4	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУhttps://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2889		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Тема 3.2 Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Применение скалярного, векторного и смешанного произведения в решении прикладных задач	2		2	4	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]			
	Тема 3.3 Смешанное произведение трех векторов. Применение скалярного, векторного и смешанного произведения в решении прикладных задач	2		2	4	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]			
	Итого по 3 разделу	**6**		**6**	**12**				
ОПК-1 ИОПК-1.1	**Раздел 4** Элементы аналитической геометрии								
	Тема 4.1 Уравнения линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой	**4**		4	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2894		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Тема 4.2 Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения	4		4	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2888		
	Тема 4.3 Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями, угол между прямыми, угол между прямой и плоскость. Взаимное расположение прямой и плоскости.	4		4	5	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]	eLearning Server 4G ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/1117/course_id/2895		
	Тема 4.4 Поверхности второго порядка. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений.	4		4	7	подготовка к лекциям[7.1.1] подготовка к практическим занятиям [7.3.1]			
	Итого по 4 разделу	**16**		**16**	**22**				
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР		**34**		**34**	**54**				

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
2 СЕМЕСТР									
	Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы								
ОПК-1 ИОПК-1.1.	**Тема 5.1. Матрица перехода. Операции над подпространствами.** Матрица перехода. Свойства матрицы перехода. Закон изменения координат вектора при замене базиса. Операции над подпространствами. Теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств. Критерий прямой суммы.	2		2	5	подготовка к лекциям [7.1.2] Подготовка к контрольной работе	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §1- §5		
	Тема 5.2. Линейные отображения. Линейный оператор. Инвариантные подпространства. Линейные отображения. Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора. Композиция линейных отображений. Матрица композиции линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения. Свойства ядра и образа. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения. Изоморфизм линейных пространств.	4		4	5	подготовка к лекциям [7.1.2] выполнение индивидуального задания [7.3.2]	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §6- §9		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Свойства изоморфизма. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Координаты образа вектора. Закон изменения матрицы линейного оператора при замене базиса. Ранг и дефект линейного оператора. Невырожденный линейный оператор: эквивалентные подходы. Обратный оператор. Инвариантные подпространства. Теорема об инвариантности ядра и образа линейного оператора. Матрица ограничения линейного оператора. Прямая сумма инвариантных подпространств.								
	Тема 5.3. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора. Приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду. Аннулирующий многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен. Разложение линейного	4		4	5		СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §10- §12		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	пространства на инвариантные подпространства.								
	Тема 5.4. Нильпотентный линейный оператор. Жорданова форма матрицы. Корневые подпространства. Теорема о разложении векторного пространства на корневые подпространства. Жорданова клетка, жорданова форма матрицы, жорданов базис. Нильпотентный линейный оператор и его свойства. Разложение Фиттинга.	2		2	5		СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §13- §14		
	Итого по 5 разделу	12		12	20				
	Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы								
ОПК-1 ИОПК-1.1.	**Тема 6.1. Билинейные функции.** Билинейные функции. Матрица билинейной функции. Закон изменения матрицы при замене базиса. Симметрическая билинейная функция. Ортогональное дополнение. Ядро билинейной функции и теорема о его размерности. Ограничение билинейной функции на подпространство.	2		2	10	подготовка к лекциям [7.1.2] Подготовка к контрольной работе	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §15- §16		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Тема 6.2. Квадратичные формы. Квадратичная форма. Канонический вид. Приведение квадратичной формы к каноническому виду: метод Якоби и метод Лагранжа. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенная квадратичная форма. Критерий положительной и отрицательной определенности. Применение к исследованию на экстремум функции нескольких переменных.	4		4	10	подготовка к лекциям [7.1.2] выполнение индивидуального задания [7.3.2]	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §17- §19		
	Итого по 6 разделу	6		6	20				
	Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах								
ОПК-1 ИОПК-1.3.	**Тема 7.1. Евклидово пространство.** Скалярное произведение. Евклидово пространство. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Неравенство треугольника. Ортогональное дополнение подпространства.	4		4	5	подготовка к лекциям [7.1.2] выполнение индивидуального задания [7.3.2]	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §20		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Тема 7.2. Ортогональная система векторов и процесс ортогонализации. Матрица и определитель Грама. Ортогональная система векторов. Ее линейная независимость. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации. Ортонормированный базис и его свойства. Матрица и определитель Грама. Ортогональная матрица. Свойства определителя Грама. Метрические свойства определителя Грама.	4		4	5	подготовка к лекциям [7.1.2] выполнение индивидуального задания [7.3.2]	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §21- §22		
	Тема 7.3. Сопряженный линейный оператор. Самосопряженный оператор. Сопряженный линейный оператор. Соответствие между линейными операторами и билинейными функциями в евклидовом пространстве. Матрица сопряженного оператора. Свойства сопряженного оператора. Самосопряженный оператор и его свойства.	4		4	5	подготовка к лекциям [7.1.2] выполнение индивидуального задания [7.3.2]	СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §23		
	Тема 7.4. Ортогональный оператор. Ортогональный оператор и его свойства. Ортогональный оператор	4		4	5		СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий[12]	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах)[13]	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах)[14]
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	на плоскости. Ортогональный оператор в пространстве. Теорема Эйлера. Канонический вид ортогонального оператора. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.						https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018 §24- §25		
	Итого по 7 разделу	16		16	20				
	РГР				20	Выполнение РГР			
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР		**34**		**34**	**80**				
ИТОГО по дисциплине		**68**		**68**	**134**				

6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Текущий контроль осуществляется по всем видам учебного процесса: устное собеседование по темам лекционных занятий, выполнение практических заданий. Промежуточный контроль проводится в форме тестирования или в устно-письменной форме.

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

Индивидуальные практические задания и вопросы для текущего контроля по теоретическому материалу сформированы в СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ и находятся в свободном доступе.

Перечень вопросов, выносимых на промежуточную аттестацию в форме экзамена, сформирован в СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ и находится в свободном доступе.

6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений и навыков и формирования компетенций по дисциплине может применяться балльно-рейтинговая/традиционная система контроля и оценивания успеваемости студентов.

Таблица 5 – Балльно-рейтинговая система оценивания при текущем контроле (оценка выполнения индивидуальных практических заданий)

Шкала оценивания	**Экзамен/ Зачет с оценкой**	**Зачет**
85-100	Отлично	зачет
70-84	Хорошо	
60-69	Удовлетворительно	
0-59	Неудовлетворительно	незачет

При использовании традиционной системы контроля (зачет) успеваемость студентов оценивается по системе: «зачет», «незачет.

Таблица 6 –Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	**Код и наименование индикатора достижения компетенции**	**Критерии оценивания результатов обучения**			
		Оценка **«неудовлетворительно»** / «не зачтено» 0-59% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка **«удовлетворительно»** / «зачтено» 60-74% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка **«хорошо» /** «зачтено» 75-89% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка **«отлично» /** «зачтено» 90-100% от max рейтинговой оценки контроля
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	**ИОПК-1.1.** Обладает фундаментальными математическими знаниями для решения профессиональных задач	Не может осуществить математическую обработку простейшей технической задачи -не владеет математическими методами обработки информации.	Испытывает затруднение при осуществлении математической обработки простейшей технической задачи -слабо владеет математическими методами обработки информации.	С небольшими недочетами осуществляет математическое моделирование и обработку простейших технических задач Хорошо знает теоретический материал -имеет представление о методах систематизации и обработки информации с помощью математических методов.	Владеет навыками математического моделирования и математической обработки экспериментальных данных Отлично знает теоретический материал; - владеет навыками систематизации и обработки информации с помощью математических методов..

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1.Учебная литература, печатные издания библиотечного фонда

7.1.1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебник / Д. В. Беклемишев. - 11-е изд.,испр. - М. : Физматлит, 2007. - 309 с. : ил. - Библиогр.:с.306-307. - Предм.указ.:с.302-305. - ISBN 978-5-9221-0691-7.

7.1.2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры : Учебник / А. Г. Курош. - 17-е изд.,стер. - СПб. : Лань, 2008. - 432 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.:с.425-426. - Предм.указ.:с.427-431. - ISBN 978-5-8114-0521-3

7.1.3. Дураков Б.К. Краткий курс высшей алгебры : Учеб.пособие / Б. К. Дураков. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 229 с. - Библиогр.:с.229. - ISBN 5-9221-0667-8.

7.2. Справочно-библиографическая литература

7.2.1. Бугров Я.С. Высшая математика : Учебник:В 3-х т. Т.1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 8-е изд.,стер. - М. : Дрофа, 2006. - 284 с. : ил. - (Высшее образование: Современный учебник). - Предм.указ.:с.282-284. - ISBN 5-358-01538-8(Т.1); 5-358-01537-Х.

7.2.2. Воеводин В.В. Линейная алгебра : Учеб.пособие / В. В. Воеводин. - 4-е изд.,стер. - СПб. : Лань, 2008. - 416 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Предм.указ.:с.397-400. - ISBN 978-5-8114-0671-5.

7.3. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

7.3.1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : Учеб.пособие для втузов / Д. В. Клетеник ; Под ред.Н.В.Ефимова. - 17-е изд.,стер. - СПб. : Профессия, 2006. - 200 с. : ил. - ISBN 5-93913-037-2.

7.3.2. СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ
https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018

7.3.3 Методические рекомендации по организации аудиторной работы. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес:
http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl/ymy/metod_dokym_obraz/met_rekom_aydit_rab.pdf?20.

7.3.4. Методические рекомендации по организации и планированию самостоятельной работы студентов по дисциплине. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес:
http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl
/ymy/metod_dokym_obraz/met_rekom_organiz_samoct_rab.pdf?

7.3.5. Учебное пособие «Проведение занятий с применением интерактивных форм и методов обучения», Ермакова Т.И., Ивашкин Е.Г., 2013 г. Электронный адрес:
http://www.nntu.ru/RUS/otd_sl/ymy/metod_dokym_obraz/provedenie-zanyatij-s-primeneniem-interakt.pdf

8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

8.1. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Перечень программных продуктов, используемых при проведении различных видов занятий по дисциплине (открытый доступ):

1. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: Справочная правовая система. - Режим доступа: http://www.consultant.ru/.
2. Научная электронная библиотека E-LIBRARY.ru. – Режим доступа: http://elibrary.ru/defaultx.asp
3. Электронная библиотечная система Поволжского государственного университета сервиса [Электронный ресурс]. – Режим доступа:http://elib.tolgas.ru./ - Загл. с экрана.
4. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс]. - Режим доступа:http://znanium.com/. – Загл. с экрана.
5. Открытое образование [Электронный ресурс]. - Режим доступа: https://openedu.ru/. - Загл с экрана.
6. Polpred.com. Обзор СМИ. Полнотекстовая, многоотраслевая база данных (БД) [Электронный ресурс]. - Режим доступа:http://polpred.com/. – Загл. с экрана.
7. Базы данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ РАН) по естественным, точным и техническим наукам Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://www.viniti.ru. – Загл. с экрана.
8. Университетская информационная система Россия [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://uisrussia.msu.ru/. – Загл. с экрана.

8.2 Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Таблица 7 - Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка, по которой осуществляется доступ к ЭБС
1	Консультант студента	http://www.studentlibrary.ru/
2	Лань	https://e.lanbook.com/
3	Юрайт	https://urait.ru/

Таблица 8 - Перечень программного обеспечения

Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
Microsoft Windows XP, Prof, S/P3 (подписка DreamSpark Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	Open Office 4.1.1 (лицензия Apache License 2.0)
Microsoft Windows 7 (подписка MSDN 4689, подписка DreamSparkPremium, договор № Tr113003 от 25.09.14)	Adobe Acrobat Reader (FreeWare)
Visual Studio 2008 (подписка DreamSpark Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	
Microsoft Office Professional Plus 2007 (лицензия № 42470655)	
Microsoft Office (лицензия № 43178972)	
Windows XP лиц. № 65609340	

Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
Office 2007 лиц. № 43178971	
Microsoft Windows XP Professional (лицензия № 43178980)	
MicrosoftOffice 2007 (лицензия № 44804588)	
1С предприятие 8.1 (лицензионное соглашение №800908353 с ЗАО «1С»)	
Adobe Design Premium CS 5.5.5 (лицензия № 65112135)	
Dr.Web (Dr.Web (С/н 758S-TDJP-N7HB-ZH2F от 26.05.2025))	
КонсультантПлюс (Договор № 28-13/16-313 от 27.12.16)	
Техэксперт (Договор №100/860 от 22.12.2016)	

В табл. 9 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ). Данный перечень подлежит обновлению в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

В данном разделе могут быть приведены ресурсы (ссылки на сайты), на которых можно найти полезную для курса информацию, в т.ч. статистические или справочные данные, учебные материалы, онлайн курсы и т.д.

Таблица 9 - Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts
2	Единый архив экономических и социологических данных	http://sophist.hse.ru/data_access.shtml
3	Базы данных Национального совета по оценочной деятельности	http://www.ncva.ru
4	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети
5	Информационно-справочная система «Техксперт»	доступ из локальной сети

9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В табл.10 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. Информация о специально оборудованных учебных кабинетах размещена в подразделе «Доступная среда» специализированного раздела сайта НГТУ «Сведения об образовательной организации» https://www.nntu.ru/sveden/accenv/

Таблица 10 - Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, состав которых определен в данном разделе.

Таблица 11 - Оснащенность аудиторий и помещений для учебных занятий и самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование аудиторий и помещений для учебных занятий и самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	**6259** г. Нижний Новгород, ул. Казанское шоссе 12	1. Доска меловая; мел,	

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

11.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС). В случае проведения части контактной работы по дисциплине в ЭИОС (в соответствии с расписанием учебных занятий), трудоемкость контактной работы в ЭИОС эквивалентна аудиторной работе.

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

-балльно-рейтинговая технология оценивания (при наличии);

- собеседование;

- отчет по индивидуальным практическим работам;

При преподавании дисциплины используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность студентов при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Весь лекционный материал курса сопровождается компьютерными презентациями, в которых наглядно преподносятся материал различных разделов курса и что дает возможность обсудить материал со студентами во время чтения лекций, активировать их деятельность при освоении материала. Материалы лекций, в виде слайдов находятся в свободном доступе в СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ и могут быть получены до чтения лекций и проработаны студентами в ходе самостоятельной работы.

На лекциях, практических занятиях реализуются интерактивные технологии, приветствуются вопросы и обсуждения, используется личностно-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет студентам проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием, как встреч студентами, так и современных информационных технологий: чат, электронная почта, Skype.

Инициируется активность студентов, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы студента, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости студентов в процессе текущего контроля.

По итогам текущей успеваемости студенту может быть выставлена оценка по промежуточной аттестации в соответствии с набранными за семестр баллами.

Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

Результат обучения считается несформированным, если студент при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

11.2.Методические указания для занятий лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также

делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям / лабораторным работам и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

В ходе лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала.

11.3. Методические указания по освоению дисциплины на лабораторных работах

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

11.4. Методические указания по освоению дисциплины на занятиях семинарского типа

Практические (семинарские) занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы. Основной формой проведения семинаров и практических занятий является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях.

Практические (семинарские) занятия обучающихся обеспечивают:

- проверку и уточнение знаний, полученных на лекциях;
- получение умений и навыков составления докладов и сообщений, обсуждения вопросов по учебному материалу дисциплины;
- подведение итогов занятий по рейтинговой системе, согласно технологической карте дисциплины.

На практических занятиях проводится решение задач и упражнений в процессе проработки наиболее сложных в теоретическом плане проблем и проводятся в трех формах:

1. устный опрос студентов по конкретной тематике практического занятия;
2. решение и объяснение типовых задач по данной теме;
3. самостоятельная работа студентов с использованием учебных пособий, лекций и консультаций преподавателя при выполнении ими контрольных заданий.

Приводятся конкретные методические указания для обучающихся по выполнению индивидуальных практических заданий, требования к их оформлению, порядок сдачи

11.5. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающегося к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающегося на занятиях и в качестве выполненных практических заданий и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в разделе 7.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины студенты могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы.

11.6. Методические указания для выполнения курсового проекта

Курсовой проект не предусмотрен учебным планом

12. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

12.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Для текущего контроля знаний студентов по дисциплине проводится комплексная оценка знаний, включающая:

- проверку выполнения практических заданий;
- типовые вопросы для устного опроса.

12.1.1. Типовые задания к практическим (семинарским) занятиям

Полный перечень заданий по дисциплине находится в СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ по адресу
https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018

12.1.2.Типовые вопросы (задания) для устного (письменного) опроса

Вопросы к экзамену за 1 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

Раздел 1. Матрицы и определители

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков.
3. Определение перестановки, транспозиции, перестановки. Инверсия и четность перестановки.
4. Определение подстановки, ее четность.
5. Определитель n-го порядка и его свойства.
6. Определение минора, дополнительного минора и алгебраического дополнения. Теорема о произведении минора на его алгебраическое дополнение.
7. Разложение определителя по строке (столбцу).
8. Определитель верхнетреугольной матрицы.
9. Теорема Лапласа и ее следствия.
10. Теорема об определителе произведения матриц.
11. Определение обратной матрицы. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования обратной матрицы.
12. Определение невырожденной матрицы. Свойства невырожденных матриц.

Раздел 2. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений

13. Основные определения теории системы линейных алгебраических уравнений. Матричная запись системы.
14. Метод Гаусса.
15. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
16. Аксиомы векторного пространства. Примеры векторных пространств. N-мерное арифметическое пространство.
17. Линейная комбинация. Тривиальная и нетривиальная линейные комбинации. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
18. Векторное подпространство. Линейная оболочка. Теорема о линейной оболочке.
19. Базис. Координаты вектора в базисе. Свойства координат вектора.
20. Теорема о числе векторов в базисе. Размерность. Теорема о существовании базиса.
21. Определение ранга системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Элементарные преобразования, не меняющие ранг системы векторов.
22. Ранг матрицы: минорный, строчный, столбцовый. Теорема о ранге матрицы.

23. Метод «окаймляющих» миноров. Элементарные преобразования матрицы, не меняющие ее ранг.
24. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение решений для совместной системы уравнений. Основные и свободные переменные.
25. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования нетривиального решения.
26. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о ФСР.
27. Связь между решениями системы линейных уравнений и приведенной системы. Геометрическая интерпретация решений. Линейное многообразие.

Раздел 3. Векторная алгебра

28. Линейные операции над векторами. Свойства операций.
29. Базис. Координаты вектора в базисе. Свойства координат вектора. Аффинная система координат. Координаты точки. Координаты вектора как разность координат его конца и начала.
30. Формула деления отрезка в данном отношении.
31. Прямоугольная система координат. Ортонормированный базис.
32. Геометрическая и алгебраическая проекции вектора. Линейные свойства проекции.
33. Скалярное произведение векторов, его свойства. Вычисление в координатах.
34. Определение правой тройки векторов. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл. Вычисление в координатах.
35. Смешанное произведение 3-х векторов, его свойства. Геометрический смысл. Вычисление в координатах. Необходимое и достаточное условие компланарности 3-х векторов.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

36. Кривые на плоскости. Алгебраические кривые. Теорема о числе пересечений алгебраических кривых. Способы задания кривых.
37. Виды уравнений прямой на плоскости: общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом. Неполное уравнение прямой.
38. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
39. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, угол между прямыми.
40. Поверхности в пространстве. Алгебраические поверхности. Способы задания поверхностей.
41. Виды уравнений плоскости: общее, в отрезках, нормальное. Неполное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
42. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями.
43. Кривые в пространстве. Способы задания кривых в пространстве.
44. Виды уравнений прямой в пространстве: каноническое и общее. Расстояние от точки до прямой.
45. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, угол между прямыми.
46. Взаимное расположение прямой и плоскости, угол между ними.
47. Каноническое уравнение эллипса, эксцентриситет, директриса.
48. Каноническое уравнение гиперболы, эксцентриситет, директриса, асимптоты.
49. Каноническое уравнение параболы.
50. Общие свойства кривых второго порядка. Общее определение кривых второго порядка. Коники.
51. Уравнения кривых второго порядка, отнесенных к вершине.
52. Полярное уравнение кривой второго порядка.
53. Касательные к кривым второго порядка. Оптические свойства кривых второго порядка.
54. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
55. Цилиндрические поверхности.

56. Поверхности вращения.
57. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
58. Конические поверхности.
59. Прямолинейные образующие поверхностей.

Вопросы к экзамену за 2 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «ЗНАТЬ»

Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы

1. Матрица перехода. Свойства матрицы перехода. Закон изменения координат вектора при замене базиса.
2. Операции над подпространствами: пересечение и сумма.
3. Теорема о размерности суммы подпространств.
4. Прямая сумма подпространств. Критерий прямой суммы.
5. Определение линейного отображения. Свойства линейных отображений.
6. Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора.
7. Композиция линейных отображений. Матрица композиции линейных отображений.
8. Ядро и образ линейного отображения. Свойства ядра и образа.
9. Теорема о размерности ядра и образа линейного отображения.
10. Изоморфизм линейных пространств. Свойства изоморфизма. Теорема об изоморфизме линейных пространств одной размерности.
11. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Координаты образа вектора.
12. Закон изменения матрицы линейного оператора при замене базиса.
13. Ранг и дефект линейного оператора. Невырожденный линейный оператор: эквивалентные подходы.
14. Обратный оператор. Критерий обратимости линейного оператора. Матрица обратного оператора.
15. Инвариантные подпространства. Теорема об инвариантности ядра и образа линейного оператора. Матрица ограничения линейного оператора. Прямая сумма инвариантных подпространств.
16. Собственные векторы и собственные числа линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора. Теорема об инвариантности характеристического многочлена.
17. Теорема о собственных значениях линейного оператора. Собственные числа вырожденного линейного оператора.
18. Отношение подобия числовых матриц. Критерий подобия матрицы диагональной матрице.
19. Достаточные условия приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду.
20. Аннулирующий многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Минимальный многочлен.
21. Разложение линейного пространства на инвариантные подпространства.
22. Корневые подпространства. Теорема о разложении векторного пространства на корневые подпространства. Жорданова клетка, жорданова форма матрицы, жорданов базис.
23. Нильпотентный линейный оператор. Свойства нильпотентного линейного оператора. Разложение Фиттинга.

Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы

24. Билинейные функции. Матрица билинейной функции. Закон изменения матрицы при замене базиса.
25. Симметрическая билинейная функция. Ортогональное дополнение. Свойства ортогонального дополнения.
26. Ядро билинейной функции и теорема о его размерности. Ограничение билинейной функции на подпространство.
27. Квадратичная форма. Канонический вид. Приведение квадратичной формы к каноническому виду: метод Якоби и метод Лагранжа.
28. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичной формы.
29. Положительно и отрицательно определенная квадратичная форма. Критерий Сильвестра положительной определенности.

Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах

30. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Примеры. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами.
31. Неравенство треугольника. Ортогональное дополнение подпространства.
32. Ортогональная система векторов. Ее линейная независимость. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации.
33. Ортонормированный базис и его свойства.
34. Матрица и определитель Грама. Ортогональная матрица. Свойства определителя Грама. Метрические свойства определителя Грама.
35. Сопряженный линейный оператор. Соответствие между линейными операторами и билинейными функциями в евклидовом пространстве.
36. Матрица сопряженного оператора. Свойства сопряженного оператора.
37. Самосопряженный оператор и его свойства.
38. Ортогональный оператор и его свойства.
39. Ортогональный оператор на плоскости.
40. Ортогональный оператор в пространстве. Теорема Эйлера. Канонический вид ортогонального оператора.
41. Приведение кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

12.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

1семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

Раздел 1. Матрицы и определители

1. Производить операции сложения матриц, умножения на число, умножать матрицы, транспонировать.
2. Вычислять определители 2-го и 3-го порядков.
3. Находить миноры и алгебраические дополнения.
4. Вычислять определители старших порядков с использованием разложения по строке (столбцу) и свойства определителя.

5. Вычислять определители старших порядков с использованием разложения по нескольким строкам (столбцам).
6. Находить обратную матрицу с использованием взаимной матрицы.

Раздел 2. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений

7. Решать системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
8. Находить решение для невырожденных систем n линейных уравнений с n неизвестными по формулам Крамера.
9. Находить ранг матрицы методом «окаймляющих» миноров и методом приведения к трапециодальному виду с помощью элементарных преобразований.
10. Находить ранг системы векторов и выделять из системы векторов максимальную линейно независимую подсистему.
11. Решать системы линейных алгебраических уравнений, находя основные переменные и переменные-параметры.
12. Находить фундаментальную систему решений однородной системы.
13. Решать матричные уравнения с помощью элементарных преобразований.
14. Находить обратную матрицу с помощью элементарных преобразований.

Раздел 3. Векторная алгебра

15. Производить линейные операции над векторами.
16. Определять, образует ли данная система векторов базис.
17. Находить разложение вектора по базису.
18. Находить проекцию вектора на ось.
19. Находить координаты вектора по координатам его начала и конца.
20. Производить линейные операции над векторами в координатах.
21. Находить координаты точки, делящей отрезок в данному отношении.
22. Вычислять скалярное произведение, используя определение и свойства.
23. Вычислять скалярное произведение векторов, заданных координатами.
24. Проверять ортогональность векторов и вычислять угол между векторами, если они даны своими координатами.
25. Вычислять векторное произведение векторов, используя определение и свойства.
26. Вычислять векторное произведение векторов, заданных своими координатами.
27. Находить площадь параллелограмма и треугольника, построенных на векторах.
28. Вычислять смешанное произведение 3-х векторов, заданных своими координатами.
29. Проверять компланарность векторов, используя смешанное произведение.
30. Вычислять объем параллелепипеда и тетраэдра, построенных на трех векторах.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

31. Записывать уравнение прямой на плоскости и в пространстве, проходящей через две точки.
32. Записывать уравнение плоскости, проходящей через три точки.
33. Находить расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
34. Находить расстояние от точки до плоскости.
35. Находить угол между прямыми на плоскости и в пространстве.
36. Находить угол между прямой и плоскостью.
37. Находить угол между плоскостями.
38. Находить по каноническому уравнению эллипса эксцентриситет, директрису.

39. Находить по каноническому уравнению гиперболы эксцентриситет, директрису, асимптоты.
40. Изображать кривую второго порядка, заданную в каноническом виде.
41. Приводить уравнение кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью параллельного переноса и поворота осей координат, изображать эту кривую.
42. Применять метод сечения для построения поверхностей 2-гопорядка, заданных каноническими уравнениями.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Раздел 1. Матрицы и определители

1. Для матриц A и B вычислить $2A-3B$, AB, BA, A^t, $|A|$, B^{-1}, если

$$A=\begin{pmatrix}2 & 2 & 5\\ 4 & 3 & 4\\ 3 & 3 & 6\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 3\\ 1 & -1 & 1\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель 4-го порядка.

$$\begin{vmatrix}3 & -3 & -2 & -5\\ 2 & 5 & 4 & 6\\ 5 & 5 & 8 & 7\\ 4 & 4 & 5 & 6\end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель, используя теорему Лапласа.

$$\begin{vmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 0 & 6 & 0 & 4 & 1\\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5\\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4\\ 0 & 5 & 0 & 3 & 2\end{vmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу для данной матрицы, вычисляя взаимную матрицу

$$\begin{pmatrix}2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

Раздел 2. Общая теория систем линейных алгебраических уравнений

5. Решить систему: а) методом Крамера; б) средствами матричного исчисления с использованием обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}x_1+x_2-3x_3=0\\ 3x_1+2x_2+2x_3=-1\\ x_1-x_2+5x_3=-2\end{cases}.$$

6. Найти ранг матрицы двумя методами: методом «окаймляющих» миноров и методом элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix}0 & 4 & 10 & 1\\ 4 & 8 & 18 & 7\\ 10 & 18 & 40 & 17\\ 1 & 7 & 17 & 3\end{pmatrix}$$

7. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1,\\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 &= 2,\\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1,\\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 &= 2. \end{aligned}$$

8. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0\\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 0\\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

9. Решить матричное уравнение, используя элементарные преобразования.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1\\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2\\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4\\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

10. Найти обратную матрицу для данной, используя элементарные преобразования

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3\\ 1 & -1 & 0\\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Раздел 3. Векторная алгебра

11. Даны три вектора $\vec{a} = \{4;7;8\}, \vec{b} = \{9;1;3\}$, $\vec{c} = \{2;-4;-1\}$. Доказать, что $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ – базис и найти разложение вектора $\vec{d} = \{1;-13;-13\}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.
12. Даны координаты вершин треугольника $ABC: A(1,-1,2), B(-2,0,2), C(2,1,-1)$. Найти: 1) косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$; 2) координаты вектора $\vec{a} = 2\vec{AB} - 5\vec{CD}$; 3) алгебраическую проекцию вектора $\vec{BC}$ на вектор $\vec{a}$; 4) длину медианы, опущенную на сторону BC.
13. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{n} = \vec{p} - 2\vec{q}$ и его высоту, опущенную на вектор $\vec{n}$, если $|\vec{p}| = 2, |\vec{q}| = 1$, $(\hat{\vec{p}, \vec{q}}) = \frac{\pi}{6}$.
14. Лежат ли точки $A(2,4,0), B(2,-2,4), C(1,8,-4), D(2,7,-2)$ в одной плоскости.
15. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD: A(3,-2,2), B(1,-3,1), C(2,0,4), D(6,-4,6)$. Найти: 1) площадь грани ABC; 2) объем пирамиды $ABCD$; 3) длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D.

Раздел 4. Аналитическая геометрия

16. Даны две вершины $A(3,-1)$ и $B(5,7)$ треугольника ABC и точка $N(4,-1)$ пересечения его высот. Составить уравнения сторон этого треугольника.
17. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x = 2t + 1, y = -3t + 2, z = 2t - 3$ и точку $A(2,-2,1)$.
18. Точка $M(2,-1)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(1,0)$, а соответствующая директриса дана уравнением $2x - y - 10 = 0$. Составить уравнение этого эллипса.

19. Гипербола проходит через точку $A(\sqrt{6},3)$ и касается прямой $9x+2y-15=0$.

    Составить уравнение этой гиперболы при условии, что ее оси совпадают с осями координат.
20. Привести уравнение линии второго порядка к каноническому виду и построить кривую
$$x^2+y^2-4xy+4x-2y+1=0.$$

21. Определить вид поверхности второго порядка и нарисовать ее
$$x=2y^2+(z-1)^2.$$

2 семестр

Вопросы для проверки уровня обученности «УМЕТЬ»

Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы

1. Задавать линейное подпространство системой линейных уравнений.
2. Находить базисы суммы и пересечения линейных подпространств.
3. Проверять линейность оператора.
4. Находить матрицу оператора в данном базисе.
5. Преобразовать матрицу оператора при замене базиса.
6. Находить ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей
7. Находить собственные числа и собственные векторы линейного оператора.
8. Находить жорданову форму матрицы порядка 2 и 3.

Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы

9. Проверять положительную (отрицательную) определенность квадратичной формы.
10. Приводить квадратичную форму к каноническому виду.

Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах

11. Вычислять длины векторов и угол между векторами в евклидовом пространстве.
12. Ортогонализовать и нормировать систему векторов.
13. Находить проекцию вектора на подпространство.
14. Приводить квадратичную форму к главным осям.
15. Приводить матрицу ортогонального оператора к каноническому виду.
16. Находить ортогональное преобразование и преобразование сдвига, приводящие кривую и поверхность второго порядка к каноническому виду.

Вопросы для проверки уровня обученности «ВЛАДЕТЬ»

Раздел 5. Линейные пространства и линейные операторы

1. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств $L_1=<a_1,a_2,a_3>$ и

$L_2=<b_1,b_2,b_3>$, если:

$a_1=(1,1,1,1), a_2=(1,-1,1,-1), a_3=(1,3,1,3),$

$$b_1=(1,2,0,2), b_2=(1,2,1,2), b_3=(3,1,3,1).$$

2. Найти ядро и образ линейного оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Линейный оператор в базисе e_1, e_2, e_3 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу этого линейного оператора в базисе
$f_1 = 2e_1 + 3e_2 + e_3,\ f_2 = 3e_1 + 4e_2 + e_3,\ f_3 = e_1 + 2e_2 + 2e_3.$

4. Для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

найти жорданову форму J, жорданов базис и матрицу T, преобразующую A к J.

Раздел 6. Билинейные функции и квадратичные формы

5. Методом Лагранжа найти нормальный вид квадратичной формы

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Раздел 7. Евклидовы пространства и линейные операторы в евклидовых пространствах

6. В векторном пространстве $P_n(\mathbb{R})$ многочленов степени не выше, чем n, зададим скалярное произведение многочленов $p(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ и $q(x) = b_n x^n + \cdots + b_1 x + b_0$ формулой: $(p, q) = a_n b_n + \cdots + a_1 b_1 + a_0 b_0$. Найти длину векторов $p(x) = x^2 - 2x + 1$ и $q(x) = x + 2$, а также угол между ними.

7. С помощью процесса ортогонализации построить ортогональный базис линейной оболочки системы векторов $L =< e_1, e_2, e_3 >$ евклидова пространства, если $e_1 = (1,1,-1,-2), e_2 = (5,8,-2,-3), e_3 = (3,9,3,8)$.

8. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную функцию к главным осям

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

9. Найти ортогональное преобразование и преобразование сдвига, приводящие поверхность второго порядка к каноническому виду

$$2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz + 2x - y + 1 = 0.$$

Расчетно-графическая работа за 2 семестр

Задача 1. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3), где $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 2. Найти матрицу в стандартном базисе, ядро и образ линейного оператора проектирования на ось Ox.

Задача 3. Найти собственные числа и собственные векторы оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Найти жорданову форму матрицы и преобразующую матрицу для матриц

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Привести квадратичную форму к каноническому виду преобразованием Лагранжа

$$x^2 + 4xy + 4xz + 4yz + 4z^2$$

Задача 6. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$4xy - 4xz + 8yz + 4y^2 - 3z^2$$

Задача 7. Используя теорию квадратичных форм, исследовать кривую второго порядка и построить ее

$$-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$$

Полный банк вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме тестирования размещен в СДО eLearning Server ЭИОС НГТУ по адресу https://edu.nntu.ru/subject/course/index/subject_id/795/course_id/2018

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института ИНЭУ

_____

“____”_____202__ г.