

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева» (НГТУ)

Образовательно-научный институт
транспортных систем

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

_____/А.В. Тумасов/

подпись ФИО

“ 22 ” _____ июня _____ 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.22 Основы вариационного исчисления

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

для подготовки бакалавров/специалистов/магистров

Направление подготовки: 15.03.03 «Прикладная механика»

(код и наименование направления подготовки, специальности)

Направленность: «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры»

(наименование профиля, программы магистратуры, специализации)

Форма обучения: очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Год начала подготовки: 2024

Выпускающая кафедра: АГДПМиСМ

Кафедра-разработчик ВМ

Объем дисциплины: 108/3

Промежуточная аттестация: зачет

экзамен, зачет с оценкой, зачет

Разработчик (и): Лухманова Татьяна Владимировна, к.ф.-м.н., доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

НИЖНИЙ НОВГОРОД, 2024 год

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 15.03.03 «Прикладная механика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ

от 09 августа 2021 г. № 729 на основании учебного плана, принятого УМС НГТУ
протокол от 21 мая 2024 №16

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры протокол от __07.06.2024__ № __11__

Зав. кафедрой: к.ф.-м.н., доцент Ерофеева Л.Н.. _____
(подпись)

Программа рекомендована к утверждению ученым советом ИТС, протокол от _18.06.2024_
№_11_

Рабочая программа зарегистрирована в УМУ регистрационный № 15.03.03-д-23

Начальник МО _____ / _____ /
(подпись)

Заведующая отделом комплектования НТБ _____ /Н.И. Кабанина/
(подпись)

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ).....	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	4
3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	5
4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП ВО.....	6
5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	7
6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	14
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	17
8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	18
9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ	19
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	20
11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИН.....	20
12. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ..	24

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Целями освоения дисциплины «Основы вариационного исчисления» является формирование объективного и целостного естественнонаучного мировоззрения; углубление, развитие и систематизация математических знаний, необходимых при решении практических вопросов разного уровня сложности в ходе выполнения профессиональных задач в области научно-исследовательской, производственно-технологической и проектной деятельности

1.2. Задачи освоения дисциплины:

– готовность студентов к использованию полученных при изучении дисциплины «Основы вариационного исчисления» знаний, умений, навыков и компетенций при изучении общенаучных и специальных дисциплин, а также для решения профессиональных задач;

– формирование навыков построения математических моделей для анализа свойств объектов исследования, проведения научного исследования, анализа результатов эксперимента

– готовность студентов к организации самостоятельной деятельности для решения поставленных задач;

– готовность студентов к пользованию информационными системами (учебная, научная литература, интернет-ресурсы).

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебная дисциплина «Основы вариационного исчисления» включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по данному направлению подготовки.

Дисциплина основывается на базовых знаниях, полученных студентами при изучении математики и физики в курсе средней школы, а также курса математики в вузе. Для усвоения дисциплины студент должен владеть математической терминологией; понимать смысл математических формул и символов, владеть навыками дифференцирования функций одной и нескольких переменных, навыками интегрирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений; иметь навыки решения расчетных задач.

Дисциплина «Основы вариационного исчисления» является основополагающей для изучения ряда общенаучных и специальных дисциплин, связанных с построением математических моделей реальных физических процессов.

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении следующих дисциплин; «Устойчивость механических систем», «Вычислительная механика», «Аналитическая динамика и теория колебаний» и др., и при выполнении выпускной квалификационной работы.

Рабочая программа дисциплины «Основы вариационного исчисления» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины (модуля) «Основы вариационного исчисления» направлен на:

- формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ОПОП ВО по направлению подготовки (специальности) 15.03.03 «Прикладная механика»:

а) общепрофессиональных (ОПК): ОПК-11

Таблица 1- Формирование компетенций дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры, формирования компетенций дисциплинами							
ОПК -11	1	2	3	4	5	6	7	8
Основы вариационного исчисления (Б1.Б.22)				✓				
Математика (Б1.Б.9)	✓	✓						
Дополнительные главы по математике (Б1.Б.10)			✓					
Теоретическая механика (Б1.Б.14)		✓	✓					
Сопротивление материалов (Б1.Б.15)			✓	✓				
Теория функций комплексного переменного (Б1.Б.23)				✓				
Теория вероятностей и математическая статистика (Б1.Б.24)					✓			
Электротехника и электроника (Б.1.Б.26)			✓		✓			
Механика сплошных сред (Б1.Б.28)					✓			
Теория упругости (Б1.Б.29)						✓		
Основы механики жидкостей и газа (Б1.Б.30)				✓				
Аналитическая динамика и теория колебаний (Б1.Б.31)					✓	✓		
Методы оптимизации (Б1.Б.36)							✓	
Подготовка и защита ВКР (Б3.Д.1)								✓

4. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2- Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
ОПК-11. Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать их для решения физико-математический аппарат	<i>ИОПК-11.1 Пользуется методами качественного и количественного моделирования основных естественнонаучных законов</i>	ЗНАТЬ: - возможности современных математических методов моделирования и экспериментального исследования физических процессов	УМЕТЬ: - использовать математические методы в технических приложениях; - использовать для решения прикладных задач основные физические законы и понятия; - выполнять расчеты с использованием экспериментальных и справочных данных	ВЛАДЕТЬ: - физико-математическим аппаратом расчетно-теоретических методов для составления математических моделей; - основными приемами обработки экспериментальных данных	- Задания к письменным контрольным работам по разделам	Вопросы для письменного зачета (20 билетов) Вопросы для устного собеседования на зачете: (20 билетов)
	<i>ИОПК-11.2. Применяет методы математического анализа, принятые в естественнонаучных и инженерных областях</i>	ЗНАТЬ: - основные понятия и фундаментальные законы математики; - возможности современных методов построения математических моделей	УМЕТЬ: - систематизировать и анализировать результаты экспериментов, наблюдений, измерений; - выполнять расчеты с использованием экспериментальных и справочных данных	ВЛАДЕТЬ: - методами обработки результатов эксперимента; - некоторыми экспериментальными методиками и техникой исследований реальных физических процессов	- Задания к письменным контрольным работам по разделам	
	<i>ИОПК-11.3. Применяет в решении профессиональных задач естественнонаучные и инженерные знания</i>	ЗНАТЬ: - теоретические основы общих закономерностей физических процессов	УМЕТЬ: - использовать для решения прикладных задач основные математические и физические законы и понятия	ВЛАДЕТЬ: -методикой расчета физических процессов с применением справочной литературы	- Задания к письменным контрольным работам по разделам	

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов, распределение часов по видам работ семестрам представлено в таблице 3.

Таблица 3 -Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Вид учебной работы	Трудоёмкость в час	
	Всего часов	В т.ч. по семестрам
		4 сем
Формат изучения дисциплины	с использованием элементов электронного обучения	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	108	108
1. Контактная работа:	56	56
1.1. Аудиторная работа, в том числе:	51	51
занятия лекционного типа (Л)	17	17
занятия семинарского типа (ПЗ-семинары, практические занятия и др)	34	34
лабораторные работы (ЛР)		
1.2. Внеаудиторная, в том числе	5	5
курсовая работа (проект) (КР/КП) (консультация, защита)		
текущий контроль, консультации по дисциплине	4	4
контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	1	1
2. Самостоятельная работа (СРС)	52	52
реферат/эссе (подготовка)		
расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)		
контрольная работа	+	+
курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)		
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиум и т.д.)	52	52

5.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4 -Содержание дисциплины, структурированное по темам

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
4 СЕМЕСТР									
ОПК-11	Раздел 1 Основные понятия вариационного исчисления								
	Тема 1.1 Понятие функционала. Вариация и экстремум функционала	1			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 5-30); 2.1 (ст.8-15)			
	Практическое занятие № 1.1 Функционалы в линейных нормированных пространствах. Понятие вариации. Локальные экстремумы функционала			2	1	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр.3-4			
	Самостоятельная работа по освоению 1 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			
	Итого по 1 разделу	1		2	4				
ОПК-11	Раздел 2 Простейшие задачи вариационного исчисления.								

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Тема 2.1 Задачи с закрепленными границами. Понятие экстремали	2			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 5-30); 2.1 (ст.8-15)			
	Практическое занятие № 2.1 Нахождение экстремали в простейшей задаче			4	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр.4-5			
	Тема 2.2 Уравнение Эйлера и его частные случаи	2			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 5-30); 2.1 (ст.8-15)			
	Практическое занятие № 2.2 Использование частных случаев уравнении Эйлера			4	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр.4-5			
	Самостоятельная работа по освоению 2 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			
	Итого по 2 разделу	4		8	8				
ОПК-11	Раздел 3 Достаточные условия экстремума для простейших задач вариационного исчисления								
	Тема 3.1 Понятие центрального поля Условия Якоби и Лежандра.	2			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 31-40); 2.1 (ст.20-27)			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴	
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час					
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час						
	Практическое занятие 3.1. Отыскание допустимых экстремалей			2	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 5-7				
	Тема 3.2. Схема исследования простейшей задачи на экстремум	2			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 31-40); 2.1 (ст.20-27)				
	Практическое занятие 3.2 Необходимые и достаточные условия экстремума функционала			2	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 5-7				
	Самостоятельная работа по освоению 3 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)				
	Итого по 3 разделу	4		4	8					
ОПК-11	Раздел 4 Обобщение простейшей задачи									
	Тема 4.1. Функционал, зависящий от производных высших порядков. Функционал, зависящий от нескольких функций	1			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 75-93)				
	Практическое занятие № 4.1 Решение обобщенных вариационных задач			2	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 8-10				
	Тема 4.2 Методы решения задач на условный экстремум.	1			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 75-93)				
	Практическое занятие № 4.2			2	2	Подготовка к				

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴
		Контактная работа			Самостоятельная рабога студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Функция Лагранжа в задачах на условный экстремум.					практическому занятию[3.1] стр. 10- 12			
	Самостоятельная работа по освоению 4 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			
	Итого по 4 разделу	2		4	8				
ОПК-11	Раздел 5 Изопериметрические задачи. Принцип наименьшего действия								
	Тема 5.1 Изопериметрические задачи	1			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 100-110)			
	Практическое занятие №5.1. Условие трансверсальности			2	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 12- 13			
	Тема 5.2 Принцип наименьшего действия. Геодезические линии	1			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 100-110)			
	Практическое занятие №5.2 Нахождение геодезических линий			2	2	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 12- 13			
	Самостоятельная работа по освоению 5 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴
		Контактная работа			Самостоятельная рабога студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Итого по 5 разделу	2		4	8				
ОПК-11	Раздел 6. Прямые методы решения вариационных задач								
	Тема 6.1 Конечно-разностый метод Эйлера и метод Ритца	2			1	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 122-130)			
	Практическое занятие № 6.1 Метод Эйлера			4	3	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 12- 13-18			
	Практическое занятие №2. Метод Ритца			4	3	Подготовка к практическому занятию[3.1] стр. 12- 13-18			
	Самостоятельная работа по освоению 6 раздела: домашняя контрольная работа				3	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			
	Итого по 6 разделу	2		8	10				
ОПК-11	Раздел 7. Вариационный вывод основных уравнений теории упругости								
	Тема 7.1 Описание малых колебаний струны и круглой мембраны	2			2	подготовка к лекциям 1.2 (ст. 150-160)			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий ¹²	Реализация в рамках Практической подготовки (трудоемкость в часах) ¹³	Наименование разработанного Электронного курса (трудоемкость в часах) ¹⁴
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Практическое занятие №7.1. Задачи с подвижными границами			4	2	Подготовка к практическому занятию [2.1] стр.197-310			
	Самостоятельная работа по освоению 7 раздела: домашняя контрольная работа				2	Выполнение домашних КР [3.1] стр.19-30(по выбору преподавателя)			
	Итого по 7 разделу	2		4	6				
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР		17		34	52				
ИТОГО по дисциплине		17		34	52				

6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Текущий контроль осуществляется по всем видам учебного процесса: тестирование по темам лекционных занятий, решение практических задач, контрольные работы.

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

Вопросы, индивидуальные задания и задачи представлены в методических указаниях к практическим и лабораторным занятиям [3.1 – 3.13], представленных в п. 7.3.

6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенции по дисциплине для текущего контроля в семестре (первая и вторая контрольная неделя) применяется **балльно-рейтинговая/традиционная** система контроля и оценки успеваемости студентов.

Таблица 5 – Балльно-рейтинговая система оценивания

Шкала оценивания	Экзамен
41-50	Отлично
31-40	Хорошо
21-30	Удовлетворительно
0-20	Неудовлетворительно

При промежуточном контроле (зачет) успеваемость студентов оценивается по двухбалльной системе: «зачтено», «незачтено».

Таблица 6 –Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-59% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 60-74% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 75-89% от max рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 90-100% от max рейтинговой оценки контроля
ОПК-11. Способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать их для решения физико-математический аппарат	<i>ИОПК-11.1 Пользуется методами качественного и количественного моделирования основных естественнонаучных законов</i>	Не способен усвоить основные приемы использования физико-математического аппарата к решению общих задач	Знаком с отдельными приемами использования физико-математического аппарата	Использует физико-математический аппарат для решения стандартных задач, умеет находить и исправлять допущенные ошибки	Уверенно применяет физико-математический аппарат для решения индивидуальных заданий
	<i>ИОПК-11.2. Применяет методы математического анализа, принятые в естественнонаучных и инженерных областях</i>	Не владеет теоретическим материалом по дисциплине	Поверхностно знает теоретический материал; не в полном объеме владеет физико-математическим аппаратом	Хорошо знает теоретический материал, но в отдельных разделах допускает неточности; владеет физико-математическим аппаратом	Отлично знает теоретический материал; владеет физико-математическим аппаратом
	<i>ИОПК-11.3. Применяет в решении профессиональных задач естественнонаучные и инженерные знания</i>	Не владеет теоретическим материалом по дисциплине; не умеет пользоваться справочной литературой; не владеет физико-математическим аппаратом; не умеет составлять планы проведения экспериментальных исследований и осуществлять обработку и анализ результатов экспериментов; не умеет логично излагать устно и письменно результаты своей исследовательской работы и работы с литературой	Поверхностно знает теоретический материал; не в полном объеме владеет физико-математическим аппаратом, не способен достаточно полно провести анализ учебной и технической литературы по темам, заданным преподавателем; частично умеет решать конкретные задачи	Хорошо знает теоретический материал, но в отдельных разделах допускает неточности; владеет физико-математическим аппаратом; способен самостоятельно обработать результаты эксперимента, проанализировать, но затрудняется сделать выводы; умеет самостоятельно решать конкретные задачи из различных разделов но; допускает логические ошибки в аргументации	Отлично знает теоретический материал; хорошо владеет физико-математическим аппаратом; способен самостоятельно математическую модель, обработать результаты эксперимента, провести анализ и сделать вывод; способен анализировать литературные источники в пределах полученных ранее знаний; самостоятельно решать конкретные задачи из различных разделов, логически верно и аргументировано защищать результаты как своих

				умеет излагать устно и письменно результаты своей работы с литературой по данной тематике	исследований, так и исследований литературных источников
--	--	--	--	---	--

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Учебная литература, печатные издания библиотечного фонда

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных ниже на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль).

1.1 Корнеев В.П. Методы оптимизации : / Учебник В.П. Корнеев М. : Высш. шк. 2007. – 851 с

1.2 Щитов И.Н. Введение в методы оптимизации : Учеб.пособие / И.Н. Щитов. М. : Высш.шк, 2008. – 208 с.

1.3.Гюнтер Н.М. Курс вариационного исчисления : Учебник / Н.М. Гюнтер – 2 изд.стер. – СПб 6 Лань, 2009 – 320 с.

7.2. Справочно-библиографическая литература

2.1. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / Уч.пособие / А.Б. Васильева и др. – 3 изд., испр. – СПб – М – Краснодар : Лань, 2010 – 432 с.

7.3. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

В список «Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям» включаются методические указания и рекомендации по проведению лабораторных и практических учебных занятий по данной дисциплине:

7.3.1 Методические указания, разработанные преподавателями:

3.1 Лухманова Т.В.. основы вариационного исчисления. Методические рекомендации к проведению занятий по дисциплине «Основы вариационного исчисления» / А.В. Волохин, Т.В. Лухманова // Нижний Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2017. – 30 с.

7.3.2 Методические указания, разработанные НГТУ

4.1. Е.Г. Ивашкин, Л.П. Жукова Организация аудиторной работы в образовательных организациях высшего образования,

https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/organizaciya-auditornoj-raboty.pdf

4.2 Положение по виду деятельности методические рекомендации по организации и планированию самостоятельной работы студентов по дисциплине НГТУ ПВД 11.6/148-23, https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/metod_rekom_srs.pdf

4.3 Положение по виду деятельности методические рекомендации по применению интерактивных форм, методов и технологий обучения НГТУ ПВД 11.6/144-23,

https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/metod_rekom_interakt_obuch.pdf

4.4 Положение по виду деятельности методические рекомендации к лекционным и практическим занятиям по дисциплине НГТУ ПВД 11.6/145-23,

8. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

8.1 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Перечень программных продуктов, используемых при проведении различных видов занятий по дисциплине (открытый доступ):

1. КонсультантПлюс [Электронный ресурс]: Справочная правовая система. - Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.
2. Научная электронная библиотека E-LIBRARY.ru. – Режим доступа: <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
3. [Электронная библиотечная система Поволжского государственного университета сервиса](http://elibrary.ru/defaultx.asp) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://elib.tolgas.ru/> - Загл. с экрана.
4. Электронно-библиотечная система Znanium.com [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/>. – Загл. с экрана.
5. Открытое образование [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://openedu.ru/>. - Загл с экрана.
6. *Polpred.com. Обзор СМИ. Полнотекстовая, многоотраслевая база данных (БД)* [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://polpred.com/>. – Загл. с экрана.
7. *Базы данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ РАН) по естественным, точным и техническим наукам* [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.viniti.ru>. – Загл. с экрана.
8. *Университетская информационная система Россия* [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://uisrussia.msu.ru/>. – Загл. с экрана.

8.2 Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Таблица 7 - Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка, по которой осуществляется доступ к ЭБС
1	Консультант студента	http://www.studentlibrary.ru/
2	Лань	https://e.lanbook.com/
3	Юрайт	https://biblio-online.ru/
4	TNT-ebook	https://www.tnt-ebook.ru/

Таблица 8 - Перечень программного обеспечения

Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
Microsoft Windows XP, Prof, S/P3 (подписка DreamSpark Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	Open Office 4.1.1 (лицензия Apache License 2.0)
Microsoft Windows 7 (подписка MSDN 4689, подписка DreamSparkPremium, договор № Tr113003 от 25.09.14)	Adobe Acrobat Reader (FreeWare)
Visual Studio 2008 (подписка DreamSpark	

Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
Premium, договор №Tr113003 от 25.09.14)	
Microsoft Office Professional Plus 2007 (лицензия № 42470655)	
Microsoft Office (лицензия № 43178972)	
Windows XP лиц. № 65609340	
Office 2007 лиц. № 43178971	
Microsoft Windows XP Professional (лицензия № 43178980)	
MicrosoftOffice 2007 (лицензия № 44804588)	
1С предприятие 8.1 (лицензионное соглашение №800908353 с ЗАО «1С»)	
Adobe Design Premium CS 5.5.5 (лицензия № 65112135)	
Dr.Web (с/н ZNFC-CR5D-5U3U-JKGP от 20.05.2024)	
КонсультантПлюс (Договор № 28-13/16-313 от 27.12.16)	
Техэксперт (Договор №100/860 от 22.12.2016)	

В табл. 9 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ). Данный перечень подлежит обновлению в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

В данном разделе могут быть приведены ресурсы (ссылки на сайты), на которых можно найти полезную для курса информацию, в т.ч. статистические или справочные данные, учебные материалы, онлайн курсы и т.д.

Таблица 9 - Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts
2	Электронная база избранных статей по философии	http://www.philosophy.ru/
3	Единый архив экономических и социологических данных	http://sophist.hse.ru/data_access.shtml
4	Базы данных Национального совета по оценочной деятельности	http://www.ncva.ru
5	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети
6	Информационно-справочная система «Техэксперт»	доступ из локальной сети

9. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В табл.10 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования. При заполнении таблицы может быть использована информация, размещенная в подразделе «Доступная среда» специализированного раздела сайта НГТУ «Сведения об образовательной организации» <https://www.nntu.ru/sveden/accenv/>

Таблица 10 - Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения, состав которых определен в данном разделе.

Таблица 11 - Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы студентов по дисциплине

№	Наименование аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	6336 учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации учебно-лабораторного корпуса №6 (603163, г. Нижний Новгород, Казанское ш., 12)	1. Доска меловая; 2. Мультимедийный проектор Epson EB-X12H428B; 3. Ноутбук Samsung NP300E5A-S0HRU, монитор 15 дюймов – 1 шт. Переносной экран – 1 шт 4. Рабочее место студента – 64 5. Для инвалидов и лиц с ОВЗ: переносной радиокласс	1. Microsoft Windows 10 (подписка DreamSpark Premium, договор № 0509/KMP от 15.10.18) 2. Microsoft Office Professional Plus 2010 (лицензия № 49487732) 3. Dr.Web (с/н ZNFC-CR5D-5U3U-JKGP от 20.05.2024) 4. Mozilla Firefox (свободное ПО) Google Chrome (свободное ПО) Yandex Browser (свободное ПО)

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

11.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС). В

случае проведения части контактной работы по дисциплине в ЭИОС (в соответствии с расписанием учебных занятий), трудоемкость контактной работы в ЭИОС эквивалентна аудиторной работе.

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- *балльно-рейтинговая технология оценивания (при наличии);*
- *коллоквиум;*
- *контрольная работа;*
- *тест;*

По итогам текущей успеваемости студенту может быть выставлена оценка по промежуточной аттестации в соответствии за набранными за семестр баллами. Студенты, выполнившие все обязательные виды запланированных учебных занятий к прохождению промежуточной аттестации (экзамену).

Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях студент последовательно, четко и логически стройно излагает учебный материал; справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, студент способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

Результат обучения считается несформированным, если студент при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

11.2. Методические указания для занятий лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям / лабораторным работам и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

В ходе лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала.

11.3. Методические указания по освоению дисциплины на лабораторных работах

Лабораторные работы по данной дисциплине не проводятся

11.4. Методические указания по освоению дисциплины на занятиях семинарского типа

Практические занятия направлены на формирование навыков решения практических задач, применяя полученные теоретические знания, а также навыков самостоятельной работы под руководством преподавателя.

На практических занятиях проводится решение расчетных задач и упражнений в процессе проработки наиболее сложных в теоретическом плане проблем и проводятся в трех формах:

1. устный опрос студентов по конкретной тематике практического занятия;
2. решение и объяснение типовых задач по данной теме;
3. самостоятельная работа студентов с использованием учебных пособий, лекций и консультаций преподавателя при выполнении ими контрольных заданий.

11.5. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающегося к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающегося на занятиях и в качестве выполненных практических заданий и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины студенты могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (указано в табл. 11). В аудиториях имеется доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

Для обучающихся по заочной форме обучения самостоятельная работа является основным видом учебной деятельности.

11.6. Методические указания для выполнения контрольных работ

При изучении курса «Основы вариационного исчисления» проводится 4 контрольные работы в четвертом семестре.

В контрольную работу № 1 входят вопросы по простейшим задачам вариационного исчисления: задания 1 и 2, вариант 1 - 20 (по выбору преподавателя) из методических указаний: А.В. Волохин, Т.В. Лухманова «Основы вариационного исчисления» - НГТУ, г. Нижний Новгород, 2017. 30 с

В контрольную работу № 2 входят вопросы по нахождению экстремума в простейших задачах вариационного исчисления: задание 3, вариант 1 - 20 (по выбору преподавателя) из методических указаний: А.В. Волохин, Т.В. Лухманова «Основы вариационного исчисления» - НГТУ, г. Нижний Новгород, 2017. 30 сс.

В контрольную работу № 3 входят вопросы по обобщению простейших задач вариационного исчисления: задания 4 и 25, вариант 1 - 20 (по выбору преподавателя) из методических указаний: А.В. Волохин, Т.В. Лухманова «Основы вариационного исчисления» - НГТУ, г. Нижний Новгород, 2017. 30 с

В контрольную работу № 4 входят вопросы по прямым методам решения простейших задач вариационного исчисления: задание 6, вариант 1 - 20 (по выбору преподавателя) из методических указаний: А.В. Волохин, Т.В. Лухманова «Основы вариационного исчисления» - НГТУ, г. Нижний Новгород, 2017. 30 с.

12. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Вопросы, индивидуальные задания и задачи представлены в методических указаниях к практическим занятиям [3.1], представленных в п. 6.3.

Примеры типовых заданий:

12.1.1. Типовые задания к практическим (семинарским) занятиям

Занятие № 2.1 (2 часа)

Нахождение экстремали в простейшей задаче.

1. Индивидуальное решение простейшей задачи вариационного исчисления (по выбору преподавателя из методических указаний к практическим занятиям: А.В. Волохин, Т.В. Лухманова «Основы вариационного исчисления» - НГТУ, г. Нижний Новгород, 2017. 30 с

ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ:

1. Найти экстремали функционала:

$$\begin{cases} J[y] = \int_1^e \frac{x^3 (y')^2 + 3xy^2 - 32y \ln x}{x^4} dx \\ y(1) = 0, y(e) = \frac{3}{e} \end{cases}$$

2. Найти экстремали функционала:

$$\begin{cases} J[y] = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} ((y')^2 - y^2 - \frac{2y}{\sin^2 x}) dx \\ y(\frac{\pi}{3}) = 1 - \frac{\ln 3}{4}, y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$$

12.1.2. Типовые вопросы (задания) для устного (письменного) опроса

ЛЕКЦИЯ № 6.1

Конечно-разностный метод Эйлера и метод Рунге

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ГРУППОВОГО ОБСУЖДЕНИЯ НА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЯХ:

1. Какие существуют способы аналитического решения простейшей задачи вариационного исчисления?
2. Запишите уравнений Эйлера для решения задачи аналитическим методом.
3. Какие существуют прямые методы решения простейшей задачи вариационного исчисления?
4. Что является основой для аппроксимации искомого решения в методе Эйлера?
5. Что является основой для аппроксимации искомого решения в методе Рунге?
6. Каковы погрешности аппроксимации в каждом из методов?

12.1.3. Типовые тестовые задания

Тема «Основные понятия, термины и обозначения вариационного исчисления»

1. Примером функционала является:
 - а) производная
 - б) **определенный интеграл**
 - в) неопределенный интеграл
 - г) вектор

2. Прямой метод решения вариационной задачи, при котором искомую функцию заменяют ломаной называется
 - а) **метод Эйлера**
 - б) метод Рунге
 - в) метод Якоби
 - г) метод Лежандра

3. К одной из классических задач вариационного исчисления относится
 - а) задача Данау
 - б) **задача Дидона**
 - в) задача Диметры
 - г) задача Динары

4. Условия трансверсальности используются
 - а) в задачах с закрепленными границами
 - б) **в задачах с подвижными границами**
 - в) во всех простейших задачах вариационного исчисления

5. К обобщениям простейшей задачи вариационного исчисления не относятся
 - а) функционалы, зависящие от производных высших порядков
 - б) функционалы, зависящие от нескольких функций
 - в) **функционалы, зависящие от частных производных**

6. Решением задачи о брахистроне является
 - а) **циклоида**
 - б) астроида
 - в) цепная линия

7. Решением задачи Дидона является часть
 - а) **окружности**
 - б) циклоиды
 - в) астроида
 - г) параболы

8. К какому типу уравнений не сводится процесс решения простейшей задачи вариационного исчисления
 - а) обыкновенным дифференциальным уравнениям
 - б) алгебраическим уравнениям
 - в) **уравнениям в частных производных**

9. Прямой метод решения вариационной задачи, при котором искомую функцию заменяют многочленом называется
 - а) метод Эйлера
 - б) **метод Рунге**
 - в) метод Якоби
 - г) метод Лежандра

10. Для обозначения вариации используется символ

- а) σ
- б) δ
- в) ω
- г) λ

11. Принцип Остроградского – Гамильтона иначе называется

- а) принцип обратной прогонки
- б) принцип наименьшего действия
- в) принцип левой руки

12. Если $y = y^*(x)$ функция подозрительная на экстремум, то условие

$F_{y'y'}|_{y=y^*(x)} > 0$ означает наличие

- а) сильного максимума
- б) слабого максимума
- в) сильного минимума
- г) слабого минимума

13. Задача на условный экстремум функционала решается при помощи

- а) правила Лопиталья
- б) условия Лежандра
- в) функции Лагранжа

14. К классическим задачам вариационного исчисления не относятся

- а) задача Дидоны
- б) задача о брахистроне
- в) задача о геодезической линии
- г) задача о маятнике

15. Интегральные кривые уравнения Эйлера, полученные при решении простейшей задачи вариационного исчисления, называются

- а) нормали
- б) характеристики
- в) критерии
- г) экстремали

12.1.4. Типовые задания для контрольной работы

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

ТЕМА «РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШЕЙ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ. ПОИСК ЭКСТРЕМАЛЕЙ»

Найти все экстремали функционала $J[y]$, удовлетворяющие указанным граничным

условиям:

1.1.
$$J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'^2 - y^2 + 8xy \cos x) dx; \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$

- 1.2. $J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'^2 + y^2 - 4xy \sin x) dx; y(0) = 1, y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$
- 1.3. $J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y'^2 + 4y^2 + 2ye^{2x} \sin 2x) dx; y(0) = -\frac{1}{10}, y(\frac{\pi}{2}) = \frac{e^{\pi}}{10}$
- 1.4. $J[y] = \int_0^1 (y'^2 + y^2 + 2xye^x) dx; y(0) = 0, y(1) = 0$
- 1.5. $J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (y'^2 - 9y^2 + 4xy \sin x) dx; y(0) = -\frac{1}{16}, y(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{48}$
- 1.6. $J[y] = \int_0^{\frac{1}{3}} (y'^2 - 9y^2 + 2xye^{3x}) dx; y(0) = -\frac{1}{54}, y(\frac{1}{3}) = 0$
- 1.7. $J[y] = \int_0^{\pi} (y'^2 + 2y^2 + 4xye^x (\cos x - \sin x)) dx; y(0) = 1, y(\pi) = -e^{\pi}$
- 1.8. $J[y] = \int_1^e (x^3 y'^2 - xy^2) dx; y(1) = 0, y(e) = \frac{1}{e}$
- 1.9. $J[y] = \int_1^2 (\frac{x^2 y'^2 + y^2}{x}) dx; y(1) = 0, y(2) = \frac{3}{2}$
- 1.10. $J[y] = \int_1^2 (\frac{x^2 y'^2 + 3y^2}{x^3}) dx; y(1) = 0, y(2) = \frac{15}{2}$
- 1.11. $J[y] = \int_1^{e^4} (\frac{x^2 y'^2 - 4y^2}{x}) dx; y(1) = 1, y(e^4) = 1$
- 1.12. $J[y] = \int_{-\frac{1}{3}}^2 (3x + 2)^{\frac{7}{3}} y'^2 dx; y(-\frac{1}{3}) = 1, y(2) = \frac{1}{16}$
- 1.13. $J[y] = \int_1^2 (\frac{x^2 y'^2 + 2y^2}{x^2}) dx; y(1) = 0, y(2) = 1$
- 1.14. $J[y] = \int_1^{e^2} (\frac{x^2 y'^2 - y^2}{x}) dx; y(1) = 0, y(e^2) = 1$
- 1.15. $J[y] = \int_1^2 (\frac{x^2 y'^2 - 6y^2 + 2xy}{x^6}) dx; y(1) = \frac{1}{2}, y(2) = 5$
- 1.16. $J[y] = \int_1^e (\frac{x^2 y'^2 - 4y^2 + 2x^3 y}{x^5}) dx; y(1) = 0, y(e) = e^3 + e^2$
- 1.17. $J[y] = \int_1^e (\frac{x^2 y'^2 - y^2 + 4xy}{x^3}) dx; y(1) = 0, y(e) = e$
- 1.18. $J[y] = \int_1^e (x^3 y'^2 - xy^2 + 8x^2 y) dx; y(1) = 1, y(e) = e + \frac{1}{e}$

$$1.19. \quad J[y] = \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} (2x^2 y'^2 - 5y^2) dx; \quad y(1) = 0, y(e^{\frac{\pi}{2}}) = e^{-\frac{\pi}{6}}$$

$$1.20. \quad J[y] = \int_{\ln 2}^{\ln 3} (y'^2 + y^2 + \frac{4ye^{2x}}{e^x - 1}) dx; \quad y(\ln 2) = -1, y(\ln 3) = \frac{8 \ln 2}{3} - 1$$

12.1.5. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

Зачет проводится в устно-письменной форме по всему материалу изучаемого курса «Основы вариационного исчисления»

Задание к зачету содержит 2 вопроса из разных тем курса.

ЗАДАНИЯ К ЗАЧЕТУ

БИЛЕТ N 1

1. Что такое вариация функционала?

2.. Найти все экстремали функционала $J[y]$, удовлетворяющие указанным граничным

условиям:

$$J[y] = \int_1^e (y'^2 - y^2 + \frac{2ye^x}{x}) e^{-2x} dx; \quad y(1) = 0, y(e) = e^{1+e}$$

БИЛЕТ N 2

1. Сформулировать достаточные условия экстремума для простейшей задачи вариационного исчисления.

2. Используя необходимые и достаточные условия экстремума функционала, исследовать функционал $J[y]$. Если функционал имеет слабый или сильный экстремум, то вычислить экстремальное значение $J^*[y]$

$$J[y] = \int_0^2 (xy' + y'^2) dx; \quad y(0) = 1, y(2) = 0$$

БИЛЕТ N 3

1. Сформулировать задачу о брахистохроне.

2. Найти экстремали функционалов со старшей производной

$$J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (16y^2 - y''^2 + x^2) dx;$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{sh} \pi, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2(\operatorname{ch} \pi + 1)$$

БИЛЕТ N 4

1. Дать определение геодезической линии.
2. Найти экстремали в изопериметрической задаче

$$J[y] = \int_0^1 y'^2 dx;$$

$$y(0) = 0, y(1) = 1, \int_0^1 y dx = \frac{3}{4}; \int_0^1 xy dx = \frac{1}{2}$$

БИЛЕТ N 5

1. Сформулировать принцип наименьшего действия.
2. Найти экстремали функционалов с дифференциальными связями

$$J[y_1, y_2] = \int_0^1 (y_1'^2 + y_2'^2 - 2y_1 y_2) dx;$$

$$y_1(0) = 1, y_1(1) = 1 + e, y_2(0) = -1, y_2(1) = 1 - e; y_1' + y_2' - 4x = 0$$

Перечень вопросов и заданий для подготовки к зачету (ОПК-11):

1. Понятие о функционале. Вариация функционала.
2. Понятие о простейшей задаче вариационного исчисления с закрепленными границами. Нахождение экстремалей.
3. Уравнение Эйлера. Частные случаи уравнения Эйлера.
4. Достаточные условия экстремума. Сильный и слабый экстремумы. Центральное поле экстремалей.
5. Обобщение простейшей задачи вариационного исчисления. Задачи с производными высших порядков. Задачи с функциями нескольких переменных. Задачи на условный экстремум. Изопериметрические задачи.
6. Задачи с подвижными границами.
7. Прямые методы решения простейшей задачи вариационного исчисления. Методы Эйлера и Рунге.
8. Принцип наименьшего действия.
9. Задачи на струну и мембрану.
10. Интегральные уравнения

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института ИТС

«24» марта 2025 г.

Лист актуализации рабочей программы дисциплины¹

«Б1.Б.22 Основы вариационного исчисления»

индекс по учебному плану, наименование

для подготовки специалистов

Направление подготовки: 15.03.03 «Прикладная механика»

Направленность: Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры

Форма обучения: очная

Год начала подготовки 2025

Для очной формы

Курс 2

Семестр 4

² В рабочую программу не вносятся изменения. Программа актуализирована для 2025 г. начала подготовки.

Разработчик (и): Лухманова Т.В., к.ф.-м.н, доцент
(ФИО, ученая степень, ученое звание)

«24» февраля 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «Высшая математика» протокол № 7 от 24.02.2025 г.

Заведующий кафедрой «Высшая математика», к.ф.-м.н, доцент Ерофеева Л.Н. _____

Лист актуализации принят на хранение:

Заведующий выпускающей кафедрой «АГДПМиСМ» _____ «25» марта 2025 г.

Методический отдел УМУ: _____ «25» марта 2025 г.

¹ Рабочая программа дисциплины актуализируется ежегодно перед началом нового учебного года

² Разработчик выбирает один из представленных вариантов